Digitized by Google

FONDO PIZZOFALCONE

BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio XIX
Palchetto D
Num.° d' ordine 21-15-16

NA7
B.
395
NAPOLI

Digitized by Google

Q. Suiv. II 395 – 395 bis

Digitized by Google

FONDO PIZZOFALCONE

Digitized by Google

PHYSICES ELEMENTA MATHEMATICA, EXPERIMENTIS CONFIRMATA;

Sive

Introductio ad Philoſophiam NEWTONIANAM.

Auctore

GULIELMO JACOBO 'S GRAVESANDE.

TOMUS PRIMUS.

Editio Quarta, auctior & correctior.



LEIDÆ,

Apud { JOHANNEM ARNOLDUM LANGERAK, JOHANNEM ET HERMANNUM VERBEEK. } Bibliop.

MDCCXLVIII.

Digitized by Google

Digitized by Google

DEDICATIO

Primæ Editioni Anni MDCCXIX. præmiſſa.

ILLUSTRIBUS, NOBILISSIMIS

ET *AMPLISSIMIS*

ACADEMIÆ BATAVÆ,

QUÆ LEIDÆ EST

CURATORIBUS,

D. GULIELMO BARONI

DE WASSENAER,

TOPARCHÆ IN STERRENBERGH, EQUESTRI NOBILIUM HOLLANDIÆ ORDINI ADSCRIPTO, DELEGATORUM ILLUSTR. ET PRÆPOT. HOLLANDIÆ ORDINUM PRÆSIDI, ETC. ETC.

D. HUBERTO ROSEBOOM, Jcto,

TOPARCHÆ IN 'sGREVELSREGHT, SUPREMÆ BATAVORUM CURIÆ PRÆSIDI, ETC. ETC.

D. HERMANNO VANDEN HONERT, Jcto,

REIPUBLICÆ DORDRACENÆ CONSULI, AGGERUM ALBLASSERWAERDENSIUM COMITI, ETC. ETC.

Digitized by Google

EORUMQUE COLLEGIS

NOBILISSIMIS GRAVISSIMISQUE
VIRIS

REIPUBLICÆ LUGDUNENSIS

CONSULIBUS,

D. JOANNI VANDEN BERGH, JCTO,

EX FOEDERATA HAC REPUBLICA OLIM, NOMINE IMPERATORIS CAROLI VI., BRABANTIÆ, FLANDRIÆ, HANNONIÆ, ETC. EPHORO, ET AD RES EARUM ORDINANDAS DELEGATO.

D. JOANNI VAN ASSENDELFT, JCTO,

D. HENRICO VAN WILLIGEN, JCTO,

D. ABRAHAMO VAN GERWEN, JCTO;

NEC NON

VIRO SPECTATISSIMO

D. PETRO GIJS, JCTO,

REIPUBLICÆ LUGDUNENSIS SCABINO, AMPLISSIMIS CURATORIBUS ET CONSULIBUS A SECRETIS,

Hæc Phyſices Elementa

D. D. D.

G. J. 'S GRAVESANDE.

Digitized by Google

PRÆFATIO.

Primæ Editionis anni 1719.

QUi variorum Philoſophorum circa *Phyſicam* ſcripta contulerit, ſcientias omnino diverſas hoc nomine deſignari, in dubium vocare vix poterit, dum omnes ſe veram cauſam Phænomenôn naturalium tradituros pollicentur. Nil mirum, Matheſis fallere neſcia non ſemper contentionem omnem à ſe removere potuit.

Sed ne nos ſententiarum varietas à veritatis inquiſitione abducat, ſtudio & labore, quantumvis abſcondita, in lucem protrahitur veritas; & qui flagranti hujus amore rapitur, ſi errores non omnes, quod minime humanum, evitet, difficilius tamen in illos cadit.

Caute in Phyſicis procedendum; circa Intelligentiæ ſupremæ opera verſatur hæc ſcientia; tradit

quas, dum primordia rerum
Pangeret omniparens, Leges violare Creator
Noluit, æternique operis fundamina fixit. Hal.

quomodo hiſce legibus univerſa rerum congeries regatur; &, quomodo ordo, nunquam ſatis mirandus, quibus omnia peraguntur, iiſdem legibus in mundo ſervetur, explicat.

Cavendum ne fictum pro vero admittamus, eo ipſo ulteriori examini januam claudimus; nulla vera Phænomenôn explicatio ex falſo principio deduci poteſt; mentiſque humanæ figmentum diſcere, aut Intelligentiæ ſapientiſſimæ opus perpendere quantum intereſt! Cumque ſapientiæ divinæ inveſtigatio, & cum hac ſemper conjuncta veneratio, ſcopus Phyſici eſſe debeat, hic ex fi-

Digitized by Google

ctis hypotheſibus ratiocinandum non eſſe ulterius probare inutile foret.

Ipſa ergo Natura indefeſſo labore, animoque attento, continuo examinanda eſt. Lente quidem progredimur, ſed quæ deteguntur certa ſunt; &, ubi mortalium cognitionibus limites ponantur, ſæpe determinamus. Quod fere omnes in errorem duxit, eſt ſciendi immoderata cupido; & quia pudet fateri neſcire quæ neſciunt. Sæpe tamen ſtudio acquiritur ignorantia; &, ſi in verbis ludere non vetitum, docta indoctæ ſcientiæ anteponenda ignorantia eſt.

Phyſica inter partes Matheſeos, cujus objectum eſt quantitas in genere, merito refertur. Dividitur Matheſis in puram & mixtam. In generales figurarum, aliarumque quantitatum, proprietates inquirit illa, abſtractaſque ideas pro objecto ſuo habet. In hac res ipſæ examinantur, conſequentiaſque non modo legitimas dari requiritur, ſed ut cum rebus ipſis congruant ideæ circa quas ratiocinamur.

Ad Matheſin mixtam pertinet Phyſica; ratiociniorum mathematicorum baſes ſunt corporis proprietates, & naturæ leges, quod nemo, qui hujus ſcientiæ ſcopum examinavit, inficias ire poteſt. Quid autem pro naturæ lege ſit habendum, qua methodo ad has leges inveſtigandas procedendum, minime inter Philoſophos convenit. Neceſſe ideo duxi in hac præfatione tueri quam in hoc opere ſecutus ſum philoſophandi Methodum *Newtonianam*, quæ in primo capite breviter exponitur.

Non agitur in Phyſicis de prima rerum formatione; nihil magis rationi conſentaneum eſt, quàm quod Sacræ Litte-

Litteræ tradunt, mundum à DEO conditum; nequidem per momentum temporis naturam examinantem Intelligentiæ ſupremæ veſtigia latent. Aſſerere ex quibuſdam generalibus motûs legibus mundum originem ducere potuiſſe, & *omnino parum referre* quid de prima materiæ diviſione fingatur. *Et vix aliquid ſupponi poſſe ex quo non idem effectus per eaſdem naturæ leges deduci poſſit*: illudque hac de cauſa, quod *cum illarum ope materia formas omnes quarum eſt capax ſucceſſive aſſumat, ſi formas iſtas ordine conſideremus, tandem ad illam, quæ eſt hujus mundi, nos poſſe devenire: adeo ut hic nihil erroris ex falſa ſuppoſitione ſit timendum.*

Hæc, inquam, aſſerere, & notiones maxime claras evertere, vix differt, ut à plurimis Viris doctis abunde probatum, & ad quod argumenta proferre inutile videbitur illi, cui ignotum, ſententiam, adeo à ratione remotam, & Divino Numini contumelioſam, ab antiquis & novis, etiam præclaris Philoſophis, & ab omni atheiſmi labe remotiſſimis, in medium prolatam.

Poſitis ergo omnibus à DEO creatis, explicandum quibus legibus omnia regantur; & ut ſolam Lunam memorem, dicendum:

quâ cauſâ argentea Phœbe
Paſſibus haud æquis graditur, cur ſubdita nulli
Hactenus Aſtronomo numerorum fræna recuſet;
Cur remeant nodi, curque auges progrediuntur.

quantis refluum vaga Cynthia Pontum
Viribus impellit; dum fractis fluctibus ulvam
Deſerit, ac nautis ſuſpectas nudat arenas;
Alternis vicibus ſuprema ad littora pulſans. Hal.

De

De inveſtigatione autem naturæ legum ut dicam, res altius petenda eſt.

Subſtantiæ quid ſint inter nobis ignota referendum eſt. Quaſdam ex. gr. materiæ proprietates novimus, ſed in quo ſubjecto hæreant hæ nos omnino latet. An corpori non multæ aliæ tribuendæ ſint proprietates, de quibus nullam habemus ideam, quis aſſerere poteſt? Cui etiam enotuit an, præter corporis proprietates, quæ à materiæ eſſentia profluunt, non dentur aliæ à DEI libera poteſtate pendentes, ſubſtantiamque extenſam & ſolidam (hæc enim à nobis corpus vocatur) quibuſdam, ſine quibus exiſtere poſſet, proprietatibus ornari. De ignotis nihil affirmandum aut negandum eſt.

Quantum ab hac regula aberrant illi, qui, quaſi omnia quæ ad corpus pertinent pleniſſime perſpecta haberent, in Phyſicis ratiocinantur, paucaſque Corporis proprietates notas ipſum Corpus conſtituere aſſerere non dubitant!

Quid obſecro ſibi vult proprietates ſubſtantiæ ipſam conſtituere ſubſtantiam? An quæ ſeparatim ſubſiſtere non poſſunt ſimul juncta ſubſiſtent? An extenſum, impenetrabile, mobile eſſe, &c. concipi poſſunt, ſine ſubjecto cui hæ proprietates competant? Et an hujus ſubjecti ullam habemus ideam?

In dubio relinquendum quod certum non eſt; & ne ignorantiam fateri pudeat: neque timendum de ignoto nimium affirmari, dum ſubjectum omnino ignotum quibuſdam incognitis proprietatibus forte præditum eſſe aſſerimus. Qui vero cum hoc axiomate ſe nixos dicunt, quod de incognitis non ſit ratiocinandum, pro ratiocinii tamen fundamento habent, nil circa corpus

pus ignoti dari, niſi forte fortuna errorem non vitabunt.

Corporis proprietates à priori detegi nequeunt; Corpus ipſum ideo eſt examinandum, hujuſque proprietates exactiſſimè perpendendæ ſunt, ut poſſimus determinare quid, in rerum Phænomenis, ex illis proprietatibus ſequatur.

Corpus majori cum cura examinando, videmus quaſdam leges dari generales, ſecundum quas corpora moventur. *Corpus motum in motu continuare: corpus quieſcens motui reſiſtere, dum motum acquirit*, extra omne dubium eſt. Variæque aliæ ſimiles circa corpus deteguntur leges, quæ minime ex proprietatibus, quæ ipſum corpus conſtituere dicuntur, deduci poſſunt; cumque hæ leges ſemper, id eſt, in omnibus occaſionibus, & ubique, obtineant, & omnia corpora iis ſubjiciantur, pro generalibus naturæ legibus habendæ ſunt. Circa has in obſcuro eſt, an ex materiæ eſſentia fluant; an deducendæ ſint ex proprietatibus, corporibus, ex quibus conſtat Mundus, à DEO tributis, ſed Corpori minime eſſentialibus; tandem, an non pendeant effectus, qui pro naturæ legibus habentur, à cauſis extraneis nobis nequidem ideis attingendis.

Quis mortalium de omnibus aut ſingulis naturæ legibus hac in parte aliquid non temere aſſerere poterit? Multas etiam leges non eſſe detectas, circa alias varia deſiderari, qui naturæ Phænomena examinavit, pleniſſime perſuaſum habebit.

Non tamen, ut ignoto fundamento nixum, contemnendum Philoſophiæ naturalis ſtudium. Limitibus arctis circumſcribitur mentis humanæ cognoſcendi capacitas; &, qui niſi evidentiæ aſſenſum dare negat, omni-

bus momentis in dubio hæret, & inter incognita refert multa, circa quæ vix per momentum temporis dubitandum plerique credunt. Cognita tamen ab ignotis rite ſeparare eſt animæ intelligentis perfectio, terræ incolam ſuperans, ſed ad quam acquirendam, continuo, animo attento, ſeſe applicare debet. Si in Phyſicis nos multa latent, quæ in hac ſcientia traduntur certa ſunt. Ex paucis generalibus principiis innumera Phænomena peculiaria explicantur; hæcque ex illis mathematicâ demonſtratione deducenda ſunt. Agitur ubique de motuum collatione, id eſt, de quantitatum comparatione, circa quam ille, qui demonſtrationibus mathematicis in ratiociniis non progreditur, ſi non in errorem, ſaltem in dubias concluſiones incidet.

Quæcunque ergo habeat ignota Phyſica, vaſta & certiſſima eſt nihilominus hæc ſcientia, & maxime utilis. Corrigit innumera circa res naturales, & divinam ſapientiam, falſa judicia; omnibuſque momentis in DEI op ribus hanc ſapientiam ante oculos ponit; & ſatis non eſt ſupremi Numinis potentiam, ſapientiamque, argumento metaphyſico noviſſe: ſed & has omnibus momentis in effectibus ipſis contemplari debemus; eo magis magisque ad DEO debitam venerationem excitamur.

Satis ergo patet, quinam ſit ſcopus Phyſices, ex quibus naturæ legibus phænomena ſint deducenda; & quare, quando ad leges generales pervenimus, non ulterius in cauſarum cognitionem penetrare poſſimus. Supereſt, ut de ipſarum legum inveſtigatione dicamus, & tres regulas *Newtonianas*, in primo hujus operis capite traditas, ſequendas eſſe probemus.

Prima eſt, *cauſas rerum naturalium non plures admitti*

debere quam quæ vera ſint, & earum phænomenis explicandis ſufficiant. Pars prior ex ante dictis pleniſſime ſequitur. Altera à nemine, qui ſapientem rerum Conditorem non negat, in dubium vocari poteſt; ſi cauſa non ſufficit, veram non eſſe ſponte ſequitur; ſi ſufficit, aliam ſuperaddere inutile erit. Adde effectum ex duplici cauſa nunquam exactiſſime eundem eſſe cum effectu ex ſimplici; ergo ſi duabus effectus explicetur, unica non ſufficiet.

Regulæ duæ ſequentes ut probentur, quædam generalia præmittenda ſunt.

Jam monuimus demonſtrationes mathematicas niſi circa ideas non verſari, & ubi de rebus ipſis agitur ante omnia requiri, ut cum rebus ideæ conveniant, quod nullâ mathematicâ demonſtratione probari poteſt. Cum tamen omnibus momentis circa res ipſas ratiocinandum ſit, & nil de rebus in mente dari poſſit præter harum ideas, ratiociniaque omnia ideas immediate ſpectent, ſequitur à DEO conſtitutas quaſdam regulas, quibus de convenientia idearum cum rebus poſſimus judicium ferre.

Omnia ratiocinia mathematica talem idearum tantum comparationem ſpectant, ex qua ſequitur contrarium contradictionem involvere. Triangulum rectilineum, cujus tres anguli duos rectos non æquant, impoſſibile eſt; quia idea trium angulorum trianguli, ipſa eſt idea duorum angulorum rectorum. Ubi de rebus ipſis agitur, contraria propoſitio impoſſibilis non ſemper datur. Indubitatum eſt, ex. gr. *Petrum vivere*, licet certiſſimum ſit, illum heri potuiſſe mori. Cum autem in innumeris occaſionibus in caſu ſimili, remoto dubio affirman-

dum aut negandum ſit, cùmque hoc clarè ex rerum conſtitutione, deducatur, ſequitur, voluiſſe rerum Conditorem in talibus occaſionibus, ratiocinia dari certa, à mathematicis demonſtrationibus neceſſario diverſa. Qui enim homines neceſſitate cogit, de veritate aut falſitate propoſitionis pronunciare, aſſentiendum eſſe, clare indicat, argumentis, quibus judicium neceſſario nititur, & non digne de DEO ſentit, qui aliter ratiocinatur.

Ut ad Phyſicam redeamus, in hac de convenientia rerum cum ideis ſenſibus judicandum. Extenſio, ex. gr., materiæ & hujus ſoliditas, quæ hoc fundamento affirmantur, extra omne dubium ſunt. Non hìc agitur, an ſenſus quibuſdam in occaſionibus fallant, & quomodo error vitetur, rem in genere hìc examinamus.

In Phyſicis de omnibus non poſſumus immediate ſenſibus judicium ferre; datur & alia legitima, licet non mathematica, ratiocinandi methodus, hoc axiomate nixa: *Pro vero habendum omne, quod ſi negetur, ſocietas inter homines deſtruitur, aut his vivendi ratio adimitur.* Ex qua propoſitione, quæ à nemine in dubium vocari poteſt, regulæ philoſophandi *Newtonianæ* ſecunda & tertia evidentiſſime deducuntur.

Niſi enim, quæ ubique obtinent ubi experimenta inſtituere licet, pro generaliter veris habeantur, effectuſque ſimiles ex cauſa ſimili oriri ponantur, quis per momentum temporis tranquille vivere poterit?

Quotidie, nequidem ad illud attendendo, ſequentia ratiocinia unuſquiſque pro indubitatis habet, & clare videt horum concluſiones, ſine præſentis rerum conſtitutionis deſtructione, in dubium vocari minime poſſe.

Ædi-

Digitized by Google

Ædificium, hodie in omnibus partibus firmum, craſtino die ſponte non ruet: id eſt, partium corporum cohæſio horumque gravitas, quas, niſi interveniente cauſa extranea, nunquam mutatas vidi, aut audivi, hac nocte non mutabuntur; quia cauſa cohæſionis & gravitatis eadem erit craſtino die ac hodie. Cujus ratiocinii firmitatem, niſi ex memorato principio deduci non poſſe, quis non videt?

Tigna & lapides, quæ in quacunque regione ad ædificium conſtruendum apta ſunt, ſepoſita omni mutatione ex cauſa extranea, hic tranſlata inſervire poterunt, & de ruina non magis ſollicitus ero, ac in prima regione incolæ fuiſſent, ſi, non tranſlatis tignis & lapidibus, ipſi ex his domum conſtruxiſſent; id eſt, vis, qua partes cohærent, & illa, qua corpora gravia ſunt, in variis regionibus non differunt.

Tali cibo per tot annos uſus ſum, & hodie eo ſine timore veſcar.

Ubi cicutam video, venenum ibi dari concludo, licet de hac ipſa, quam video, nullum experimentum ſumſero.

Hæc omnia ratiocinia analogiam pro fundamento habent, & extra omne dubium eſt, nos à rerum Conditore neceſſitate cogi, per analogiam ratiocinari; & hanc ideo ratiociniorum legitimum eſſe fundamentum. Analogiæ autem fundamentum eſt hoc; *rerum univerſam congeriem legibus immutatis regi.*

Quibus ſemel probatis, hac ratiocinandi methodo uti poterimus etiam in illis occaſionibus, in quibus non ſimilis ratiocinandi neceſſitas datur. Argumento, quod in uno caſu procedit, in alio aſſenſum negare non debemus. Quis enim concipiet, *quæ eodem modo probantur*

non *æque certa eſſe?* Adde ex neceſſitate quidem generaliter deduci, ratiocinandi methodum eſſe legitimam, ratiocinia vero peculiaria ab hac neceſſitate non pendere. Ex analogia concludo, cibum non eſſe veneficum; an argumentum non procedit niſi cum eſurio? Ex neceſſitate ratiocinandi per analogiam, mundum fixis legibus à rerum Conditore regi, probamus; unde deducimus, & ſublatâ neceſſitate, ratiocinia hæc extra dubium eſſe poſita.

In phyſicis ergo per Phænomena naturæ leges ſunt detegendæ; per inductionem pro generalibus habendæ; de cetero mathematice ratiocinandum. Qui, quo hæc tractandæ Phyſices methodus fundamento nitatur, ſerio examinaverit, ſolam hanc eſſe legitimam, hypotheſeſque omnes eſſe rejiciendas, facillime percipiet.

Hæc de philoſophandi methodo; reſtat ut de ipſo opere quid dicatur.

Dividitur totum opus in quatuor libros. Primus agit de corpore in genere, & corporum ſolidorum motu. Secundus fluida ſpectat. Quæ ad lucem pertinent, in tertio tractantur. In quarto tandem motus corporum cœleſtium, & quæ in terris ad hos relationem habent, explicantur. Primi duo libri hoc Tomo continentur.

Ut Phyſices ſtudium, quantum fieri poteſt, amœnum & facile reddatur, omnia experimentis eſſe elucidanda, ipſaſque concluſiones mathematicas, hac methodo ſub oculos eſſe ponendas, neceſſarium duxi.

Qui ſcientiæ elementa conſcribit, non quid novi, quantum ad materiam, pollicetur; ideoque inutile duxi monere, ubi reperiantur, quæ hîc traduntur. Pro meo ſumſi, quodcunque propoſito meo utile mihi

hi viſum eſt, credidique ſatis eſſe de hoc monere ad omnem furti ſuſpicionem vitandam. Malo gloriam, ſi quam ex paucis novis, quæ ſparſim in hoc tractatu dantur, ſperare poſſum, amittere, quam alii ſuam detrahere; ſumat ergo quiſque quod ſuum credit, nihil mihi vindico.

Quod machinas attinet, quibus experimenta inſtituenda ſunt, varias juxta præſcriptum aliorum Auctorum conſtrui curavi, multas inter has mutavi perfectioreſque reddidi, plures novas addidi. Neque mirum in hanc neceſſitatem illum incidiſſe, qui ad experimentum vocavit multa, de quibus nil ſimile nemo antea forte tentavit. Mathematicus enim circa illa, quæ mathematicè demonſtrantur, experimenta ſuperflua credit: nos autem mathematicas demonſtrationes, ſemper abſtractas, faciliores reddi, ſi experimentis concluſiones ſub oculos ponantur, extra omne dubium habuimus; in hoc imitati Anglos, quorum docendæ Philoſophiæ naturalis methodus nobis occaſionem dedit cogitandi de hac, quam in hoc opere ſecuti ſumus; illorum veſtigia tenere ſemper gloriabimur, qui, Principe Philoſophorum duce, primi in philoſophicis detegendæ veritatis viam ingreſſi ſunt, fictas omnes hypotheſes ex phyſicis amandantes.

Circa machinas ulterius monebo, pleraſque conſtructas eſſe ab artifice in hac urbe ingenioſiſſimo, & ſimul Philóſopho non imperito, *Joanne van Muſſchenbroek*, cui omnes quæ hìc explicantur pleniſſime notæ ſunt; quod monere non ingratum fore iis credidi, qui fortè quaſdam ſimiles machinas comparare vellent.

MO-

MONITUM

Secundæ Editioni præfixum.

CUm primùm ad hæc Elementa conſcribenda animum applicarem, hoc mihi fuit propoſitum, ut auditores, quæ fuſius explicata audiviſſent, & demonſtrata vidiſſent, illa facile in memoriam revocare poſſent. Etiam, ut lectoribus, quibus prima tantum Geometriæ elementa nota eſſent, ideam darem Philoſophiæ naturalis mathematicâ methodo tractatæ. Cùmque, ut tironibus præcipue liber hicce utilis eſſet, difficiliora omnia intacta relinquerem, ſæpe propoſitiones indicavi, de quibus tantum monui, has à Geometris probari.

Ut autem ſecunda hæc editio, & lectoribus magis in Mathematicis verſatis, uſui eſſet, propoſitiones tales omnes, in capite quocunque indicatas, mathematicè demonſtratas in ſcholiis, capitibus ſubjunctis, adjeci. Et ne hæc lectores alios turbarent, ipſa minore charactere imprimi curavi. Omnia tamen ita diſpoſui, ut illa ſola, quæ majore charactere edita ſunt, ſeparatum quaſi opus conſtituant.

In ſcholiis etiam alia quædam tradidi, quæ in ipſo opere commode tractari non potuere, quamvis cum explicatis relationem habeant, aut ad hæc illuſtranda inſerviant.

Secunda hæc editio, & aliis reſpectibus, eſt auctior & magis accurata.

Novæ multæ machinæ, & antiquæ emendatæ, in hujus tabulis exhibentur; & experimenta, ipſorumque ſucceſſus, in hac majori cum curâ exponuntur.

Novam etiam noſtram Percuſſionis Theoriam, *quæ* Leibnitzianam, *quam &* Hugenianam *dicere auſim, de*

viri-

Digitized by Google

viribus inſitis doctrinam pro fundamento habet, hîc plenius explicatam, novisque variis experimentis fulcitam, & illuſtratam tradimus.

Non animus unquam mihi fuit, nec adhucdum eſt, cum ullo, utcunque provocatus, in arenam deſcendere, ut de veritate contendam. Quod mihi verum videtur, hoc, ubi datur occaſio, pro viribus defendo; & in his ut, quantum poſſem, omnem contentionis ſpeciem removerem, argumenta, quibus memoratæ Theoriæ inniti mihi videntur, ita proponere conatus ſum, ut reſponſa ad difficultates inde facile deduci queant, paucaſque tantum directe ſolvere ſuſcepi: lectorique dijudicandum relinquo, an non Virium, Percuſſionum, *ut &* Reſiſtentiarum, Retardationumque, *corporum in fluidis motorum, Theoriæ cum Phænomenis, & inter ſe, quàm exactiſſimè conveniant.*

Noſtro labore quiſque pro arbitrio utatur, & ne nos ad reſpondendum objectionibus, quæ proponi poterunt, devinctos credat. Qamdiu illa pro veris habebimus quæ ſcripſimus, nos jure ſilere poſſe perſuaſum habemus.

Quamvis in multis, quæ ſpectant memoratas Theorias, à NEWTONIANA receſſerim ſententia, non tamen titulum Introductionis ad Philoſophiam Newtonianam *ſervare, & huic ſecundæ editioni ipſum inſcribere, ullo modo dubitavi. Varia enim in hiſce illuſtramus ex iis, quæ ab eximio illo Philoſopho fuere tradita; & pleraque, quæ hic explicamus, eo conducunt, ut facilius intelligantur, à ſummis Philoſophis in perpetuum celebranda, & à nemine unquam ſine admiratione legenda, NEWTONI ſcripta Philoſophica.*

Qui tantum ex Phænomenis, omni fictâ rejectâ hypotheſi, in Phyſicis ratiocinatur, &, quantum in ipſo eſt, caſte hanc methodum ſequitur, ille NEWTONI veſtigiis inſiſtere conatur,

natur, & merito NEWTONIANAM ſe ſectari Philoſophiam profitetur; non autem ille, qui in verba jurat magiſtri.

Ut autem augmenta, & emendationes, hujus editionis, & illis, qui primam jam poſſident, inſervirent, ſupplementum ſeparatum edi curavi: in quo, ut primæ editionis poſſeſſoribus utilis eſſem, præſtiti quod potui, non autem omne quod voluiſſem. In ſupplemento dedi omnium machinarum novarum deſcriptiones, additamenta omnia, & propoſitiones mutatas. Non autem huic inſerere potui, machinarum correctiones, neque illa, quibus, quæ in prima editione continentur, aut illuſtrantur, aut clare & magis accurate exprimuntur; ſupplementum omnibus partibus completum, lectori nimio fuiſſet labori, & ipſius pretium nimium excreviſſet.

Digitized by Google

P R Æ F A T I O

Hujus tertiæ Editionis.

Scopus, Librum hunc cùm ſcriberem, fuit, *Phyſices Elementa Mathematica* dare. Hac de cauſâ illa tractanda elegi, in quibus certa à dubiis ſeparari poſſe mihi videbatur; & intacta relinqui poſſe credidi, quæ ex fictis hypotheſibus deducuntur.

Non diffiteor hypotheſes ſæpe ad veritatem viam aperire; ſed ubi conſtat illud verum eſſe, quod antea fuit hypotheticum, nullum ſupereſt figmentum.

Uſitatum hodie eſt argumentum: *ſi, quam fingo cauſam, vera non eſſet, non daretur cauſa.*

Hoc autem probandum foret; non enim, quia nos aliam detegere non poſſumus, inde ſequitur, non aliam dari; probatio per excluſionem omnium cauſarum poſſibilium, ubi agitur de rebus naturalibus, de quibus, arctis admodum limitibus circumſcriptam, ſcientiam habemus, difficilis eſt.

Alii ex principiis ab his diverſis hypotheſes tueri conantur. Nullam nos, niſi mancam, habere rerum naturalium cognitionem, contendunt; primaque ratiociniorum de his ipſis hypothetica eſſe; ipſamque analogiam, ſine qua nihil in phyſicis detegere poſſumus, ad hypotheſes debere referri.

Hiſce jam reſponſum dedimus in præcedenti præfatione anni 1719. Poſtea, cùm mihi in ſolemnitate academicâ publicè verba eſſent facienda, hoc ipſum thema ad examen revocavi, & de fundamento perſuaſionis, ubi agitur de rebus corporeis, diſtinctius egi; ſermonem hunc, quamvis jam publici juris factum, huic Præfationi ſubnectam, ut omnem, ſi quis ſuperſit, ſcrupulum removeam.

Hypotheſium defenſores ſæpe quoque argumentis utuntur, quæ vocantur ad hominem, ſed hæc ad me non pertinent; ſi quis enim mihi probaverit, me hypotheſim unam aut alteram admiſiſſe, non inde ſequeretur hypotheſes eſſe admittendas; ne quidem ipſe hanc concluſionem admitterem, ſed hypotheſes rejicerem.

Præter generalem ſcopum indicatum, peculiarem hunc alium ulterius mihi propoſui; ut ipſas mathematicas demonſtrationes cum experimentis conjungerem; & omnia ita diſponerem ut ſyſtema efficerent, & introductionem continerent ad altiora in phyſicis.

Non deficiebant auctores, qui experimenta ſuppeditarent, ſed pleraque ad ſcopum noſtrum non pertinebant; & plura, nobis neceſſaria, nullibi reperiebamus.

Digitized by Google

Plerique, qui de rebus phyſicis, quæ mathematicè tractari poſſunt, ſcripſere, minimè ſolliciti fuere de experimentis, quibus demonſtrata illuſtrari poſſent. Illi verò, qui experimentis animum applicarunt, circa illa tentamina præcipuè occupati fuere, ad quæ matheſis deducere non poteſt, & quæ cum matheſi non intimam connexionem habent.

Directe magis ad noſtrum propoſitum ſpectabant experimentales curſus, quos tunc temporis Londini demonſtrabant, vir doctiſſ. *Joh. Theoph. Deſaguliers*, ut & *Joh. Hauxbee, Jun.*, hujus experimenta explicante viro eruditiſſ. *Gul. Wiſthon.*

Ordine naturali omnia explicabantur, & ſimul corpus quoddam efficiebant; ſed hæc prima & leviſſima principia tantum ſpectabant; & triginta duabus Lectionibus primus, viginti ſex ſecundus, abſolvebatur curſus.

Latiorem campum circumarare mihi in animum induxeram; & plura, huc uſque intacta quantum ad experimenta, ſub oculos ponere mihi propoſueram, ut in præcedenti præfatione monui, ubi reliqua habentur, quæ ad primam editionem pertinent.

De ſecunda editione egi in monito, illi editioni præfixo, quod ante hanc præfationem quoque reperitur.

Libenter illa, quæ in præſenti editione addita, aut mutata, fuere, ſeparato ſupplemento comprehenſa dediſſem, quod illis inſerviret, qui ſecundam editionem, aut primam, cum ſupplemento ipſius poſſident; ſed nimium tale ſupplementum excreviſſet, cùm ita mutatus, & auctus, ſit hic liber, ut pro novo opere haberi poſſit.

Eundem tamen ordinem ſervavi, ſed opus integrum, quod in præcedentibus editionibus in quatuor libros erat diſtributum, hac vice in ſex diviſi; quia, rebus diſpoſitis ut nunc ſunt, hæc diviſio mihi magis commoda viſa eſt.

Eadem quoque eſt materia, ad quam, quæ nova addita ſunt, referuntur; & quamvis pauca hìc tractentur, quæ non ab aliis jam fuere explicata, non ea mente ſcripſi, ut lectores à ſtudio aliorum auctorum avocarem; quiſque propriam habet methodum, & una uni, alia alteri, magis placet.

Nemo quoque in intimam ſcientiarum cognitionem penetrare poteſt, niſi varia ſcripta circa hanc ipſam inter ſe conferat, quod ita intellectum velim, ut quis auctorem ſibi eligat, & duce hoc primum generalem, deinde magis peculiarem ſcientiæ cognitionem acquirat. Poſtea quoſdam alios auctores eàdem curâ perlegat, pluraque deinde ſcripta perluſtret, ita tamen ut integrum auctoris per-

ſequatur

ſequatur ſyſtema, & illa tantum prætermittat, quæ alibi jam vidit. Tandem ad Tractatus peculiares tranſeundum erit.

Ut illis, qui ita ſtudia dirigunt, præcipuè prodeſſem peculiarem adhibui curam: ideo illa, quæ alibi habentur, novis ſaltem demonſtrationibus illuſtrare tentavi, & quoties, quæ ab aliis fuere tradita, commodè prætermitti potuere, hæc prætermiſi, ut apud ipſos auctores videantur: nam propoſitum meum fuit introductionem dare ad intelligentiam illorum, quæ ab aliis fuere tradita, præcipue quæ ſunt altioris indaginis, qualia quotidie nova in lucem prodeunt; plures enim hodie inter ſummos mathematicos & philoſophos hoc ipſum philoſophiæ mathematicæ & experimentalis ſtudium mirè excolunt, & illuſtrant, continuoque magis ac magis proferunt.

Teſtimonia exſtant in commentariis annuis tot academiarum in bonum harum ſcientiarum, in diverſis Europæ regionibus, præcedenti, & hoc ipſo ſæculo, erectarum.

Præter illos, quorum ſcripta in his commentariis reperiuntur, quotidiana nobis ſuppeditant teſtimonia, & quid juncta matheſis cum experimentis præſtare poſſit demonſtrant viri celebres *Poleni*, *Deſaguliers*, *Bernouillii*, *Wolf*, *Muſſchenbroek*, totque alii, quos recenſere longum foret. Horum ſcriptis mathematico-phyſicis addenda ſunt quæ de his ipſis rebus reliquerunt, *Gallileus*, *Toricelli*, *Gulielmini*, *Mariotte*, *Huigens*, plurimique alii, qui de peculiaribus matheſeos partibus, ad phyſicam pertinentibus, ſcripſere, & quorum quoſdam in ſequentibus indicabo.

Inter illos autem, qui phyſicam mathematicis demonſtrationibus & experimentis illuſtrarunt, principem locum occupat *Iſaacus Newton*, qui in *Philoſophiæ naturalis Principiis mathematicis*, quid matheſis in phyſicis præſtare poſſit, demonſtravit, cùm nemo ante illum in tam abſcondita penetraverit.

In opticis novum detexit ſyſtema phyſicum, & quantumvis mira ſint quæ dedit, ingenii vis præcipuè elucet in ipſa arte, qua viam ſibi aperuit, quam conſtanter perſecutus eſt, quaſi Ariadneo filo duceretur, donec ad ſcopum pervenerit.

Experimenta quaſi cohærent inter ſe; ex uno, magnâ ſæpe ſubtilitate, deduxit auctor quodnam aliud eſſet tentandum, ut ad ſcopum magis accederet.

Quæ ſuperius dixi de prætermiſſis, quæ apud alios habentur, ut nempe ibi legantur, cum reſtrictione indicata intelligenda eſſe clarum eſt; pleraque enim de quibus agimus ab aliis fuere explicata; ſed in hoc caſu, potius novam adhibendam eſſe demonſtra-

*** 3 tio-

tionem, dixi, ſi nempe hoc cum ſcopo conveniat; nam ubi aliùs demonſtratio majorem dat perſpicuitatem, ſine dubio eâ uti debemus, & abſurdum foret aliter agere: Cavendum autem ne ſæpius hoc fiat, eo enim plures lectores tædio afficerentur.

In hac editione machinæ ſunt multiplicatæ, & aliæ ita correctæ, ut fere omnes pro novis haberi poſſint; cùm autem plures jam ſæpius in uſus aliorum conſtructæ ſint, majori cum curâ ipſas & harum uſus explicavi; hoc me illis debere credidi, qui ipſis utuntur, aut in poſterum utentur.

In præcedentibus editionibus non indicavi ubi habeantur illa, quæ ex aliis deſumſi, quod à multis improbari percepi; ego vero libenter, ſi hoc utile credant, ipſis morem geram, breviterque opus percurram, & conabor in memoriam revocare, ubi habeantur, quæ mea non ſunt; machinas eodem modo ad veros inventores referam; paucæ tamen in hac editione aliorum habentur.

Hoc tantum rogo, ut, ſi quid prætermiſerim, credat B. L. præter intentionem hoc accidiſſe.

Liber primus tres continet partes. In prima, vulgo notas, generales corporum proprietates ad examen revocamus.

In ſchol. 1. cap. IV. diviſibilitatem materiæ illuſtrare conamur, conſideratione curvæ logarithmicæ ſpiralis; cujus curvæ proprietates primi demonſtrarunt *Wallis* (1.), *Barow* (2.), & *Jac. Bernoulli* (3.).

In tranſitu indicamus, in caſu peculiari, angulum, quem tangens cum radio efficit; error autem datur in præcedenti editione, qui in hac corrigitur.

Pendet hæc determinatio, à ſolutione hujus problematis. *Dato centro, & duobus punctis ad libitum, in dictâ ſpirali, cum numero revolutionum inter puncta data*, ſive numerus hic ſit integer, ſive fractus, *detegere angulum, quem tangens cum radio efficit.*

Solutio eſt perquàm facilis, quamvis primo intuitu intricata appareat. Si enim concipiamus curvam de qua agitur, ſervatis uno ex punctis datis, cum tangente in hoc puncto, ut & ordinatis, mutari in logiſticam vulgarem, cujus aſymptos per centrum tranſeat, & perpendicularis ſit ad radium tranſeuntem per punctum quod ſervatur, ſtatim patebit ſine ullo calculo, quomodo regulâ propor-

(1.) Tractatus de Cycloide; operum Tom. 1. pag. 560.
(2.) Lectio 12. Geom.; Prob. 4.
(3.) Acta Lipſ. 1691. pag. 282.: ſed præcipuè 1692. pag. 210.

Digitized by Google

proportionum, adhibitis tabulis logar. & tang., anguli quæſiti tangentem habeamus.

Quæ in ſchol. 3. ejuſdem capitis de infinitorum claſſibus explicamus, *Newtoniana* ſunt (4.), ſed demonſtrationem addidi in editione 1725. quæ hic repetita eſt.

Experimenta 5. 6. & 7. capitis v. *Hauxbeana* ſunt (5.); Exp. 11. 12. 13. à *Mariotte* deſcribuntur (6.), reliqua ſunt vulgo nota. Plures de cauſis horum phænomenorum ſcripſerunt; ſed nos, ex aliis principiis, hæc in ſcholiis illuſtrare conamur, quare iis quæ alii dederunt inhærendum non eſt.

Vulgo nota ſunt quæ in cap. vi. habentur.

In parte ſecundâ Lib. i. agitur de actionibus potentiarum, ſed de talibus, quæ contrariis aliarum potentiarum actionibus deſtruuntur; id eſt, in totâ hac parte 2dâ. agitur de æquilibrio.

De fundamento æquilibrii variæ ſunt mathematicorum demonſtrationes; ſed hoc perſuaſum habeo, paucas dari, in quibus ille, qui attentè ipſas ad examen revocabit, non percipiet, implicitè illud poni, quod eſt demonſtrandum. *Walliſius* verum fundamentum indicavit (7); quidam etiam alii.

De hac materiâ agimus in cap. vii. & abſtractè rem conſideramus.

In cap. viii. generalia de gravitate indicamus, præcipuum eſt, corpora omnia æquali velocitate gravitate deſcendere, quando non cohibentur; reliqua ſunt vulgo nota.

Hanc velocitatem æqualem, de qua philoſophi contendebant, primus experimentis cum plumbo & ſubere demonſtravit *Galileus* (8.). Diſtinctius poſtea rem illuſtravit *Newtonus* cum auro, argento, plumbo, vitro, arenâ, ſale communi, ligno, aquâ, tritico (9.). Deinde etiam hoc ipſum fuit confirmatum experimentis in vitris, ex quibus aër erat exhauſtus, tentatis cum corpore leviſſimo & auro. Tale quoque eſt experimentum, quo nos hanc de gravitate aſſertionem confirmamus.

Pleraque experimenta de libra & centro gravitatis, quæ in cap. x. explicantur, habentur in curſibus *Hauxbei* aut *Deſagulerii*, de quibus

(4.) Schol. Lemm. 10. Libri 1. Princ.
(5.) Philoſoph. Tranſact. N. 305. p. 2223. N. 336. p. 539. N. 332. p. 395.
(6.) Mouvement des Eaux; part. 2. Diſc. 1.
(7.) Mechan. cap. 2. prop. 5.
(8.) Mech. Dialog. 1.
(9.) Princip. Lib. 3. Prop. 6.

bus ſupra locutus ſum. Experimentum 11. à *Caſſato* deſcribitur in Mechanicâ (10.).

De centro gravitatis *Wallisius* primus obſervavit, non debere ſine demonſtratione hanc admitti propoſitionem: in omni corpore dari determinatum punctum, circa quod, in omni ſitu, illud ſit in æquilibrio; demonſtravit ideò omne corpus habere centrum gravitatis (11.). Demonſtratio noſtra ejuſdem propoſitionis habetur in ſcholio 1. In hoc ipſo *Wallisium* ſequimur pro centri gravitatis determinatione (12.). In ſecundo ſcholio hujus ejuſdem capitis arithmeticam mechanicam tradimus. Hujus explicandi occaſionem dedit *Caſſini*, qui, per libram quaſdam iniri poſſe operationes arithmeticas demonſtravit, diviſis brachiis in partes æquales (13.)

De machinis ſimplicibus & compoſitis, quarum nullam, niſi vulgo notam, proponimus, nihil hic monendum habemus, ſi cuneum excipiamus.

Mira de hac machinâ eſt ſententiarum varietas. Qui maximâ cum curâ hanc examinarunt ſunt *de la Hire* (14.) & *Varignon* (15.). Hujus ultimi tamen auctoris ſolutio, quia neglexit anguli cunei conſiderationem, tantum applicari poteſt caſibus, in quibus cuneus replet angulum, quem partes ligni ſeparatæ efficiunt. Solutio noſtra in præcedenti editione anni 1725. jam habetur.

In editione primâ anni 1719. propoſueram machinam, qua vim cunei demonſtrarem, aliûs erat & parum tantùm mutata; ipſam poſtea rejeci propter nimium attritum, & præcipuè quia actionem cunei non demonſtrabat.

Novam ideò in editione ſequenti dedi, quæ in hac diſtinctius exhibetur & explicatur.

Poſt machinas agimus de potentiis obliquis. In præcedentibus editionibus, ſtatim punctum conſideravi, quod tribus trahitur potentiis, & quod quieſcit; & *Varignonis* demonſtrationem (16.) dederam; ex hac poſtea deduxeram reductionem potentiæ obliquæ ad directam.

Ordinem nunc mutavi, quia ſecunda hæc propoſitio magis ſimplex eſt, & quàm facillimè demonſtratur; ſi vecti angulari duas poten-

(10.) Lib. 1. cap. 7.
(11.) Mechan. cap. 4. prop. 15.
(12.) ibid. prop. 24.
(13.) Journ. des Sçavans 27. Decemb. 1676.
(14.) Mechan. chap. *du Coin.*
(15.) Mechan. ſect. 8.
(16.) Projet d'une nouv. Mech. Lemme 3. & prob. pag. 23.

Digitized by Google

potentias directas applicatas ponamus, quarum ſemper una obliqua eſt reſpectu aliûs. Ex hac reductione poſtea facilè deducimus, quæ ſpectant punctum quod tribus trahitur potentiis, & ad triangulum *Varignonis* reducimus propoſitionem.

Cujus ſit demonſtratio, propter ſimplicitatem magni facienda; per vectem angularem, non memini, ſed mea non eſt.

De puncto, quod tribus trahitur potentiis, quoque egit *Merſennus*, & demonſtravit proportionem harum haberi inter latera trianguli, cujus conſtructionem demonſtrat (17.). Hoc ſimile eſt triangulo *Varignonis*, quod adhibeo; quia facilior eſt hujus conſtructio.

In præcedentibus editionibus dedi machinam pro potentiis demonſtrandis, quando plures idem punctum trahunt, ipſam & hîc dedi, quia admodum ſimplex eſt. Novam tamen addidi, quæ magis compoſita eſt, ſed cujus uſus admodum extenditur, quamvis in his elementis de caſibus intricatis virium obliquarum, quibus hæc machina applicari poteſt, non agam.

Pars tertia libri 1. agit de potentiarum actionibus in corpora, quæ non retinentur.

Galilei doctrina de deſcenſu gravium in cap. XVIII. & XIX. explicatur.

In cap. XX. agitur de pendulis. Plura, & quidem præcipua, quæ in hoc capite, aut hujus ſcholiis, habentur, ſunt ex *Hugenio* (18.), ſed aliter demonſtrata. De cycloide plura hic habentur, non tamen *Hugenius* eſt hujus curvæ inventor, *Galileo* jam nota fuit, & de iis, qui præcipuas hujus proprietates invenerunt, magna fuit contentio (19.). *Hugenius* verò hanc detexit proprietatem, deſcenſum in cycloide ſemper fieri æquali tempore. Ille quoque primus evolutam dedit hujus curvæ, cujus ope viam penduli direxit. Ante illum hoc genus curvarum Mathematicis ignotum erat. Primus quoque *Hugenius* de centro oſcillationis egit. In præcedenti editione demonſtrationem, quæ quoque in hac repetitur, dedi de hoc centro, ex generali theoriâ compreſſionum deductam; hæcque tunc, quia tantùm corpora conſiderabam eidem lineæ applicata, ſufficiebat. Nunc autem plura addita fuere & in textu & in ſcholiis, quæ in ſequentibus uſu veniunt; quare etiam centrum oſcillationis in aliis caſibus determinari debuit, quod cùm, niſi magis intricatâ demonſtratione, ex ſolâ Theoriâ compreſſionum

** ** præ-

(17.) Phænom. baliſtica, prop. *6*.
(18.) vide Horol. Oſcill.
(19.) vide Gröningii Hiſt. Cycloeidis.

præſtare non poſſem, in N°. 476. in ſubſidium vocavi principium *Hugenianum*, ex quo ille omnes demonſtrationes de centro oſcillationis deduxit.

In ultimo ſcholio demonſtramus cycloeïdem eſſe lineam celerrimi deſcenſûs; quam hujus lineæ proprietatem primus detexit Mathematicus ante dimidiatum ſeculum jam celeberrimus, & adhuc dum hodie ſtudium mathematicum juvenili vigore promovens, *Johannes Bernoulli* (20.).

Caput XXI. eſt integrum novum, ſpectat materiam, huc uſque à ſcriptoribus de Mechanicâ neglectam, utilem tamen.

In cap. XXII. de gravium projectione poſt *Galileum* demonſtramus, viam corporis projecti eſſe parabolam conicam. In hoc capite duo ſolvimus problemata, primum eſt. *Datâ velocitate ex puncto dato, in punctum datum corpus projicere.* Secundum eſt. *Ex dato puncto, per punctum datum, in punctum datum projicere corpus.*

Primum ex his vulgare eſt, & plures diverſorum Mathematicorum ſolutiones videri poſſunt apud *Blondel* (21.). Solutio, quam damus, eſt *Coteſii* (22.). Quomodo autem in hanc ſolutionem methodo facillimâ inciderim, antequam dicti celeberrimi viri ſolutionem videram, in *Matheſeos Univerſalis principiis* explicavi.

Caput XXIII. ultimum Lib. I. eſt de viribus centralibus. Præcipua *Hugeniana* theoremata de hoc motu (23.) demonſtramus; Theoremata hæc vir ille celebris dedit anno 1673. ad calcem libri *de Horologio Oſcillatorio*. Illa quoque, quæ de hoc ipſo motu apud *Newtonum* habentur, illuſtramus, pluresque ex noſtris demonſtrationibus idem cum *Newtonianis* fundamentum habent.

In primâ editione machinam explicaveram pro comparatione virium centralium; ſed cùm ageretur de primo tentamine, non admodum perfecta hæc erat; ſæpius poſtea illam correxi, & tandem rejeci; nunc autem novæ, qua admodum accuratè experimenta demonſtrantur, explicationem dedi. De viribus hiſce quidem experimenta inſtituebantur, plura demonſtrabant *Deſagulier*, & alii; ſed de conferendis corporum, ſeparatim agitatorum, viribus, nemo quod ſciam ante primam à me propoſitam machinam quid tentaverat.

In Libro II. agitur de viribus inſitis, & corporum colliſione.

In

(20.) Acta Lipſ. An. 1697. pag. 206.
(21.) Art de jetter les Bombes, part. 3. Liv. 5. chap. 5. 6. 7.
(22.) Opera miſcellanea p. 87.
(23.) Opera varia. p. 188. Opera reliqua Vol, II. Tom, 2. p, 107.

Digitized by Google

In capite I. de naturâ virium agitur; quod primùm de his demonſtramus, eſt vim inſitam in infinitum ſuperare compreſſionem. Non nova eſt hæc opinio, quamvis plures Mechanici de comparatione harum quantitatum agant quaſi has conferri poſſe clarum eſſet.

Ariſtoteles primus dictam differentiam indicavit; hic enim quærit, quare ſecuris feriens dividit, premens verò non (24.).

Ipſa hæc quæſtio ponit effectum compreſſionis eſſe nullum, ſaltem infinitè exiguum reſpectu effectûs percuſſionis; in reſponſione etiam nihil aliud continetur. Reſponſio enim hæc, ſi aliis verbis exprimatur, ſignificat, in uno caſu tantùm dari compreſſionem, in alio compreſſionem cum percuſſione. *Gallileus* ex quibuſdam experimentis eandem deduxit concluſionem (25.). *Borellus* verò primus clarè demonſtravit, quantitates has eſſe incommenſurabiles, & percuſſionem eſſe infinitè magnam, ſi cum compreſſione quacumque conferatur (26).

In II. & III. cap. agimus de menſurâ virium; plures auctores de his egerunt, & duæ hodie ſententiæ de his ipſis Philoſophos dividunt. Omnes vim ſequi proportionem maſſæ concedunt; plures autem, ubi velocitas differt, hujus rationem ſequi vim contendunt; dum alii velocitatis rationem duplicatam in his locum habere tueri conantur.

Prima controverſia de hac menſurâ, indirecta ſaltem, fuit *Hugenium* inter & *Abbatem Catalanum*, occaſione determinationis centri oſcillationis.

Qui *Hugenii* demonſtrationes examinabit in 4ta. parte libri *de Horologio Oſcillatorio*, & has conferet cum objectionibus *Catalani*, evidentiſſimè videbit agi revera in hac controverſiâ de menſurâ virium.

Ambo viri celebres perpendunt caſum, in quo plura corpora juncta, ſolâ vi gravitatis deſcendentia, deinde ſoluta, velocitatibus acquiſitis, in altum feruntur; aut quæ ſoluta deſcendunt & conjunctim adſcendunt.

Hugenius dum hunc caſum perpendit, ex hoc axiomate ratiocinatur, *corpora actione gravitatis adſcendere non poſſe*, & demonſtrat, ſummam productorum ponderum, ſingulorum multiplicatorum per altitudines, à quibus deſcendunt, aut ad quas adſcendunt, eſſe eandem ante & poſt ſolutionem; id eſt, quando pondera ſunt ſo-

** ** 2 luta,

(24.) Mechanica. Quæſt. 20.
(25.) Mechan. Dial. 4. in fine. Merſennus Cogit. Phyſ. Math. Tom. III. Reflex. cap. 23.
(26.) De vi percuſſionis prop. 90.

luta, quærit ſummam productorum quadratorum velocitatum per maſſas (27.).

Catalanus contra ita ratiocinatur. „Si pondera duo æqualia, ſe„paratim ſuſpenſa ex eodem puncto, [ad diſtantias inæquales] „& elevata ad idem planum horizontale, quod per punctum ſuſ„penſionis tranſit, demittantur ita, ut arcus ſimiles deſcribant,.... „acquirent velocitates tales, ut horum quadrata ſint inter ſe, ut „altitudines, unde illa pondera perpendiculariter deſcendunt ad ho„rizontem.„

„Quod ſi deinde pondera hæc duo, lineâ, aut virgâ inflexili, „quam pondere expertem ponimus, conjungamus, & ex eodem „puncto, ad eaſdem diſtantias, ſuſpenſa demittamus, ab eadem, „qua ante, altitudine; pendulum ex illis compoſitum acquiret tan„tum velocitatis, quantum ſumma duorum pendulorum ſimplicium.„ Rationem hanc ſtatim addit. „Nam ſeparatio ponderum non mutat „quantitatem motûs (28.)„

Hugenius facilè demonſtravit, principia hæc ad abſurdas deducere conſequentias (29.). Ponebat quidem ille cum reliquis, quantitatem motûs proportionalem eſſe producto velocitatis per maſſam, (quam proportionem ſequitur tranſlatio) ſed abſurdam eſſe *Catalani* opinionem, quantitatem hanc non mutari, facilè demonſtravit. Circa quantitatem motûs jam antea dixerat (30.), quod poſtea demonſtravit (31.), in colliſione corporum perfectè elaſticorum, (quæ ab ipſo ad perfectè dura referebantur) quantitatem motûs non ſervari; ſed ſummam productorum quadratorum velocitatum per maſſas colliſione non mutari, hancque ſummam ante & poſt colliſionem eſſe eandem; poſtea verò magis generaliter locutus eſt; cum dixit in ultimâ reſponſione ad *Catalanum*, *minimè pro lege naturæ eſſe habendum, eandem motûs quantitatem ſemper conſervari, niſi alicui impendatur, & conſumatur; ſed hanc eſſe conſtantem legem naturæ, corpora ſervare vim ſuam adſcendentem* (force aſcenſionelle) *& idcirco ſummam quadratorum velocitatum illorum ſemper manere eandem* (32.). Obſervandum agi de maſſis æqualibus, nam ad illum caſum reduxerat *Catalanus* quæſtionem, ut vidimus.

Ante

(27.) Horol. Oſcill. pars IV. prop. 3. & 4.
(28.) Journal des Sçavans 1682. in initio. Opera varia p. 217.
(29.) Journal des Sçavans, 29. Juin 1682. Opera varia pag. 222.
(30.) Journal des Sçavans 18. Mars 1669. 5. & 6. régle du mouv.
(31.) Opera poſthuma de Motu. prop. 6. & 11.
(32.) Hiſtoire des Ouvrages des Sçavans, Juin 1690. & Opera varia pag. 148.

Digitized by Google

Ante finitam hanc controverſiam alia orta eſt inter *Leibnizium* & eundem *Abbatem Catalanum*. Penultimum *Hugenii* ſcriptum pertinet ad annum 1684. ultimum, ex quo verba memorata ſunt deſumta, eſt anni 1690. Anno autem 1686. *Leibnizius* Actis Lipſienſibus menſis Martii inſeruit ſcriptum, in quo hæc verba ſubjungit demonſtrationi, quam dederat, & in qua agitur de altitudinibus ex quibus corpora deſcendunt, aut ad quas adſcendunt. „ *Ex his apparet quomodo vis æſtimanda ſit à quantitate effectûs, quem producere poteſt, ex. gr. ab altitudine ad quam ipſa corpus grave datæ magnitudinis, & ſpeciei, poteſt elevare, non verò à velocitate, quam corpori poteſt imprimere..... Dicendum ergo eſt vires eſſe in compoſitâ ratione corporum & altitudinum, ex quibus cadendo tales velocitates acquirere potuiſſent.... Ex quo quamplures errores nati ſunt... Quin & hinc factum puto, quod nuper regula* Hugeniana *circa centrum oſcillationis pendulorum, quæ veriſſima eſt, à nonnullis viris doctis in dubium fuit vocata.*

Hæc ſatis conveniunt cum verbis *Hugenianis* quæ ſupra habuimus, & quæ quamvis poſteriora ſunt *Leibnitianis*, tantùm explicant illa, quæ in ſcriptis anterioribus *Hugenii* revera continebantur. Simile quid ſæpius contingit; ita qui præcedunt res explicant, ut auctori novi inventi nihil faciendum ſuperſit, quàm diſtinctius exponere, & verbis magis apertis illa declarare, quæ alter tantùm obſcurius indicavit. Non nego *Leibnizium* pro auctore eſſe habendum illius menſuræ virium, quam in verbis memoratis exponit, ſed hoc affirmare auſim *Hugenium* illum eò deduxiſſe.

Leibnizio Catalanus, (33.) poſtea & *Papinus* (34.), reſponderunt; ſcripſit iterum *Leibnizius* variaque ſcripta inde orta (35.). Deinde plures alii de hac eâdem quæſtione egerunt.

Hæc ipſa eſt de qua agitur in indicatis capit. II. & III. libri II. hujus operis; plura addidi experimenta nova iis, quæ in præcedenti editione propoſueram. De verbis non contendo, hæc duo probare, & experimentis directis probare in animum induxi; *Corpori quieſcenti non communicari velocitatem, niſi actione quæ ſit ut productum maſſæ per quadratum velocitatis. Et corpus motum nunquam amittere totam velocitatem niſi reſiſtentiam ſuperet, id eſt, effectum præſtet, qui ſequatur dictam rationem.* Agitur de integrâ, & hac ſolâ,

**** 3 actione,

(33.) Nouvelles de la République des lettres Sept. 1686.
(34.) Acta Lipſ. 1689. pag. 186.
(35.) Nouv. de la Rép. Juin & Sept. 1687. Acta Lipſ. 1690. pag. 228. 1691. p. 6. & 439. 1695. p. 145.

Digitized by Google

actione, quæ movendo corpus impenditur; & de effectu integro; & ſolo, quem corpus, dum motum amittit, præſtat. Qui has negaverit propoſitiones, negabit quæ ad oculum patent: ſi verò quis has concedat, & affirmet has ſequi ex menſurá virium antea receptá, cum tali ego non contendo, vim voco agendi capacitatem in corpore, quæ per integrum effectum menſurari debet. Rogo tamen illos qui aliam illam menſuram adhibent, ut videant an omnia, non tantùm quædam, experimenta noſtra, de viribus & colliſione, explicare poſſint. Rogo quoque ubi tempora conſiderabunt, quibus effectus præſtantur, ne figmenta pro veris temporum menſuris adhibeant; plura de hac temporis menſurá in ſcholiis habemus.

De experimentis, quæ virium menſuras ſpectant, monere debeo virum nobiliſſ. & eruditiſſ. *Jo. Poleni* primum immediatè experimento demonſtraſſe, effectibus æqualibus conſumi vires poſitis maſſis inverſè ut quadrata velocitatum (36.). Hoc ipſum *Polenii* experimentum, adhibitâ machinâ, ut magis accuratè peragatur, dedimus in n. 834.

In ſecundâ parte libri II. agimus de corporum percuſſione; de hac diu hallucinati ſunt Philoſophi. Tandem anno 1669. *Walliſius* veras leges dedit, quæ locum habent in corporibus mollibus, quamvis ille ad perfectè dura has referat; circa idem tempus *Hugenius* & *Wrennius*, idem pro corporibus elaſticis præſtiterunt (37.), quamvis de elaſticitate non loquantur.

De duobus his ultimis hæc in actis ſocietatis Anglicanæ leguntur. *Extra omne dubium eſt, neutrum horum Theoriæ illius quicquam, priuſquam ſcripta eorum ſimul compararent, reſciviſſe ab altero; ſed utrumque propriâ ingenii fœcunditate pulchellam hanc ſobolem enixum fuiſſe.*

Solvit equidem Hugenius *ante aliquot jam annos, Londini cùm ageret, illos de motu caſus qui ipſi tunc proponebantur; luculento ſanè argumento eum jam tum exploratas habuiſſe regulas, quarum id evidentia præſtaret. At non affirmabit ipſe ſe cuiquam Anglorum ſuæ theoriæ quicquam aperuiſſe* (38.).

De hac Theoriâ demonſtramus in cap. 5. lib. 2. ipſam cum *Walliſianâ*, quæ in cap. 4. datur, in eo ſolo differre; quod, ubi corpora ſunt elaſtica, mutatio velocitatis ex ictu dupla ſit illius quæ locum habet, quando non ſunt elaſtica, & eo Theoriam hanc ad magnam ſimplicitatem reduximus. Ubi autem agitur de demonſtrandis regulis *Walliſianis*, propriam ſequor Theoriam.

Quod

(36.) De Caſtellis §. 118.
(37.) Philoſ. Tranſactions N. 43. & 46.
(38.) ibid. N. 46. pag. 927.

Digitized by Google

Quod ad experimenta attinet, plura circa colliſionem, jam ante notas veras hujus regulas fuere tentata cum corporibus pendulis; ſed hæc nullius uſûs fuere; quædam generalia tantùm ſpectabant & nullius momenti ſunt.

Primus *Wrennius* & *Rooſcius* magis accurata demonſtraverunt, illi enim talibus experimentis regulas datas coram ſocietate Regiâ confirmarunt (39.). Poſtea *Mariotte* integrum tractatum de colliſione dedit cum accuratâ experimentorum expoſitione.

Nos etiam utimur corporibus ſuſpenſis; ſed quam jam in primâ editione, perfectam ſatis machinam, & cum *Mariottianâ* in plurimis convenientem, dedimus, quam correctam in ſecundâ editione exhibuimus, nunc multò perfectiorem redditam adhibemus; & colliſionem ipſam multis novis experimentis illuſtramus.

Poſtquam à viris cel. memoratis veræ regulæ colliſionis directæ fuere detectæ, nulla in explicandâ percuſſione obliquâ duorum corporum difficultas ſupererat; quod etiam à plurimis viris doctis eſt præſtitum, hiſce caſibus applicatâ reſolutione motûs *Keplerianâ*; ſeparatim nempe conſiderando mutatum motum directum, & manentem motum lateralem (40.).

De colliſione compoſitâ, ſive directâ, ſive obliquâ, trium corporum concurrentium, pauca & ad caſus ſimplices pertinentia apud auctores habentur, non tamen omninò hanc materiam eſſe negligendam credidi & plura in hac editione addidi.

Pars ultima libri 2[di]. agit de legibus elaſticitatis. Illa, quæ de motibus fibrarum dicimus, ſunt ex *Merſenno*. *Hugenius* detexit laminæ elaſticæ vibrationes eſſe æquè diuturnas. Experimentum 1. cap. XIV. quoque novum non eſt, ſed his omnibus demonſtrationes addidi, & veram legem elaſticitatis experimentis illuſtravi.

Liber III. agit de fluidis, & quidem pars 1. de preſſione fluidorum. Plura ex iis quæ explicamus ſunt ex *Archimede* (41.); reliqua fere omnia à plurimis auctoribus explicantur; inter præcipuos numeramus *Simonem Stevinum* (42.), *Paſcalium* (43.) & *Boileum* (44.);

(39.) ibid. N°. 46. & Newtonus Princip. Schol. Corr. 6. Legis Motûs 3[a].

(40.) Paralipom. in Vitellionem Cap. 1. prop. 19. „ Cùm quid obliquè „ movetur versùs ſuperficiem, motus is componitur ex perpendi- „ culari & parallelo ſuperficiei. At ſuperficies tantùm ei parti ob- „ jicitur, quæ eſt in ſe perpendicularis, non ei quæ eſt ſibi pa- „ rallelos. Quare nec impedit partem ſibi parallelon, ſed patitur „ mobile reſiliendo pergere ad partem alteram, ſic ut advenerat.

(41.) De inſidentibus Humido.

(42.) De la Statique, liv. 4. & 5.

(43.) De l'Equilibre des Liqueurs.

Digitized by Google

(44.); Nihil in hiſce mihi vindicare poſſum præter methodum explicandi, & plura quæ ad experimenta pertinent; in quibus tamen quoque eoſdem auctores, præcipuè *Boileum*, prædeceſſores habui.

Vir doct. *Jo. Georg. Leutmannus* in Actis Academiæ Petrop. demonſtravit methodum exiguas ponderum differentias accuratè determinandi adhibitâ bilance, cujus brachia eſſent inæqualia (45.). Occaſione hujus inventi negotium hoc examinavi, & hydroſtaticè illud adhucdum magis accuratè poſſe præſtari percepi; methodus hæc in cap. 4. libri 3ii. habetur.

In parte ſecundâ hujus libri 3ii. motus fluidorum, & horum effluxus ex vaſis perpenditur. Plura ex *Newtono* explicantur. Magnum etiam lumen huic materiæ communicant, quæ ex *Mariotte* & *Poleno* mutuatus ſum. In reliquis relictis controverſiis, inter viros doctos de hiſce motibus agitatis, illud quod mihi verum videtur propoſui, additis rationibus quare ita judicavi.

Experimentum. 2. cap. IX. dedit *Mariotte* (46.), quartum & quintum jam dedimus in editione præcedenti anni 1725. Monere autem hic debeo virum ingenioſum & doctiſſ. unum ex his, quintum nempe, explicaſſe in commentariis Academ. Scient. Gall. anni 1736. (47.), mutatâ circumſtantiâ hac: utitur tubis lateraliter vitro clauſis; quam methodum ut illi ſequantur, qui experimentum imitari in animo habebunt, commendo. In reliquis noſtram methodum eſſe anteponendam haud difficulter probari poteſt.

Caput X. agit de motu fluminum. Quæ de determinandâ velocitate aquæ habemus, dedit *Gulielmini* (48.). Ex quo auctore etiam quædam alia deſumſimus (49.).

Illa quæ de motu Penduli collato cum motu undæ demonſtramus, in capite ſequenti de undis, *Newtoniana* ſunt (50.).

In parte tertiâ libri 3ii. fluidorum motorum actiones perpenduntur, & tria examinantur: impetus fluidorum proſilientium; preſſio lateralis fluidorum per tubos motorum; & tandem reſiſtentia, quæ ſuperari debet, ut fluidum, auxilio machinæ, in locum elatum transferatur.

Quod ad primum attinet, non diffiteor experimentum, quod dedi de impetu fluidorum, non convenire cum experimentis virorum celebrium;

(44.) Paradoxa Hydroſtatica.
(45.) Tom. III. pag. 138.
(46.) Mouv. des eaux 3. part. 2. diſcours, ſur la fin.
(47.) Mémoires pag. 191.
(48.) Menſura Aquarum fluentium.
(49.) De Fluminum Natura.
(50.) Princip. Lib. 2. prop. 44.

lebrium; ſed nullus dubito ſemper eventum illum futurum, quem retuli, ſi modo omnes quas indicavi cautelæ obſerventur.

Circa preſſionem lateralem in tubis monere debeo, me, poſtquam jam per aliquod tempus conſtructam habuiſſem, cum omnibus partibus, machinam, quam adhibui in experimentis cap. XIII., ſimilem, quæ fortè ante meam conſtructa fuit, deſcriptam vidiſſe in actis Acad. Petrop. à viro celeberrimo, & primi ordinis mathematico, *Daniele Bernoulli* (51.), qui eandem iterum exhibuit in elaboratiſſimo opere Hydrodynamices.

De machinis Hydraulicis in capite ſequenti plura huc uſque neglecta demonſtramus, quæ inſignem uſum habere poſſunt; generaliſſimè tantùm rem conſideramus, applicatio ad peculiares machinas ſcopum noſtrum non ſpectat.

In parte ultimâ libri 3ii. agimus de corporibus in fluidis motis; & in hac editione nihil addidi; pauca magis illuſtravi. Plures ex propoſitionibus quæ in ſcholiis cap. XVI. demonſtrantur ſunt *Newtoniana*; in demonſtrationibus autem hæc eſt præcipua differentia. Ubi vir celeberr. adhibet hyperbolæ quadraturam, ſubſtitui lineam logiſticam, quod facilè fieri poſſe notum eſt, quo tamen minus abſtractæ fiunt demonſtrationes; *Newtonus* autem à generali ſua methodo determinandi magnitudines per quadraturas curvarum, quam in multis occaſionibus feliciter adhibet, in hoc caſu peculiari recedere noluit.

Proprietates lineæ hujus logiſticæ primus *Hugenius* indicavit ad calcem tractatûs de Gravitate; haſque *Hugenianas* propoſitiones in libello peculiari demonſtravit Mathematicus celebris *Guido Grandi* (52.).

Liber noſter quartus agit de aëre & igne. In primâ parte de aëre, hujus gravitatem & elaſticitatem conſideramus, & præcipua phænomena quæ ab his pendent explicamus.

Gravitas aëris, antiquis nota, & experimentis comprobata (53.), nullius fere uſûs erat in explicandis phænomenis. Ipſe *Galileus*, qui *Ariſtotele* duce, aërem, in lagenâ accumulatum, ponderaverat (54.), nunquam ſuſpicatus eſt pondere aëris aquam in antliis ſuſtineri, quamvis ipſi notum eſſet, non ultra certam altitudinem, aquam in antlias ſuctorias, ut loquuntur, attolli poſſe (55.).

Torricellius primus eſt, qui cum anno 1643. ſimilem effectum cum mercurio detexiſſet, & vidiſſet hunc in tubo aëre vacuo non ultra certam altitudinem ſuſtineri, in ſuſpicionem incidit effectum hunc

** *** preſ-

(51.) Tom. 4. pag. 194.
(52.) vide Hugenii opera reliqua tom. 1.
(53.) Ariſtoteles de cœlo lib. 4. cap. 4.
(54.) Dialog. 1. Mechan.
(55.) ibid.

Digitized by Google

preſſioni aëris à gravitate oriundæ eſſe tribuendum. Veram hanc eſſe conjecturam anno 1648. probavit *Paſcalius* experimento celebri, quod ad hujus petitionem fuit inſtitutum, quo conſtitit in apice montis *le puits de domme* in comitatu *Alverniæ*, mercurii altitudinem in tubo *Torricelliano* minorem fuiſſe quàm ad ejuſdem montis radicem, & differentiam ſuperaſſe pollices tres; quod imminutam preſſionem cum ipſâ quantitate aëris deorſum prementis demonſtravit (*56.*).

Brevi poſtquam hæc fuere detecta plura circa aërem nova fuere tentata, & inter hæc præcipua ſunt experimenta *Ottonis de Guericke*, *Roberti Boile*, & Academiæ Italicæ *del Cimento* dictæ (57.); quæ ultima, quamvis laude digniſſima, minus notabilia ſunt, ſaltem quantum ad aërem; non enim hunc, niſi ex globulis minoribus, cum tubis *Torricellianis* in ſuperiori parte cohærentibus, eduxerunt. *De Guericke* autem & *Boileus* majora vaſa adhibuerunt, & auxilio antliarum aërem eduxerunt; vocaturque hodie *Antlia pneumatica*, quæ ad hunc uſum eſt accommodata.

De inventore hujus antliæ *Boileus* nos docet, *Ottonem de Guericke* primum aërem ex vaſe eduxiſſe, ſe verò primum machinam commodam ad hunc uſum conſtrui curaſſe (58.). *Papinus* autem primus duas antlias conjunxit, quæ ſimul motibus contrariis agitabantur, ut breviori tempore, & magis commodè (conjunctio enim antliarum admodum laborem minuit) effectus deſideratus obtineretur (*59.*).

Poſt *Boileum* plures diverſæ antliarum conſtructiones adhibitæ fuere, quæ omnes cum *Boileanâ* & methodo *Guerickianâ* idem fundamentum habent.

Ego varias methodos ab aliis propoſitas adhibui, & incommoda, quæ occurrebant, corrigere tentavi. Sed varias methodos explorando, & corrigendo, tandem ad illam, quam in cap. 4to. libri IV. explicavi, duplicis antliæ conſtructionem perveni; quam eandem conſtructionem poſtea ad minorem ſimplicem antliam, in eodem capite demonſtratam, applicavimus. Duplicem hanc antliam, omnibus aliis mihi notis anteponendam credo; non tamen hanc non perfectiorem fieri poſſe contendo; ſed illos monere debeo qui hoc tentabunt, ſæpe contingere, ubi, ut incommodum vitemus, aliquid mutamus, inde aliud impræviſum majus, & niſi uſu detegendum, pro-

(56.) Paſcal Recit de la grande Expérience de l'Equilibre des liqueurs.
(57.) Vir Clariſſ. P. van Muſſchenbroek anno 1731. latino idiomate editionem dedit horum Exp. cum commentario pulcherrimo & multis experimentis novis.
(58.) Proœm. Experim. Phyſico-Mechan.
(59.) Boilei Exp. Phyſ. Mech. continuatio 2da. in præfatione.

profluere. Quod & ad alias machinas quoque referri debet; facilè inexpertus corrigendo deteriorem machinam facit.

Fundamentum conſtructionis antliæ cujuſcumque, qua aër exhauritur, eſt aëris elaſticitas, quare *de Guericke* proprietatem hanc ignorare vix potuit. *Galileus* qui, ut ſupra vidimus, aërem in lagenam compreſſit, cùm hunc ponderavit, effectum elaſticitatis ſub oculis habuit. Ipſe *Ariſtoteles*, cùm uteros inflatos graviores detexit quàm vacuos (60.), aëre compreſſo uſus eſt, aliter enim gravitas aucta non fuiſſet. Nihilominus tamen nemo ante *Boileum* de hac ipſa egit; vir hic celeberr. primus eſt, qui hanc proprietatem diſtinctè expoſuit, & experimentis illuſtravit (61.).

In cap. V. & VI. plura explicamus de aëris gravitate & elaſticitate experimenta hoc tempore vulgo nota, quod tamen de omnibus, ſeptimo & octavo ex. gr. cap. vti. & quibuſdam aliis, dici non poteſt. Pro omnibus demonſtramus quomodo in ipſis procedendum ſit, & in variis non à vulgo receptâ methodo recedimus. Duas tantùm novas machinas in hiſce dedimus, pro aëris compreſſione primam; & alteram, cujus ope pluribus vicibus repetitur experimentum de corporibus in vacuo cadentibus.

Occaſione aëris, generalia quædam obſervamus de aliis fluidis elaſticis. De his fluidis plura habentur apud *Boileum*, qui hæc deſignat nomine aëris factitii (62.); de his etiam plura notatu admodum digna dedit vir diligentiſſ. *Steph. Hales*, qui hæc omnia fluida ad aërem refert (63.).

Sonus per aërem propagatur; de illo quoque agimus in hac parte libri IV. *Newtonianam* explicamus theoriam; & ipſa eſt *Newtoni* demonſtratio, quam in ſcholio 1. cap. VII. damus de agitatione particularum aëris, ſed hanc minus abſtractè propoſuimus. Circa hanc ipſam viri celebres obſervarunt vitium dari in hac *Newtoni* demonſtratione; propoſitionem tamen ipſam eſſe veram demonſtravit vir doctiſſ. Philoſophiæ & Matheſeos Profeſſor Genevenſis *Gabr. Cramer* (64.).

De velocitate ſoni plures tentarunt experimenta, præcipua autem ſunt, quæ dedit vir plurimis ſcriptis clarus *Gul. Derham* (65.).

In parte 2dæ. libri IV. agitur de igne. Ex obſervationibus, & experimentis, notis deduxi quaſdam ignis proprietates, quæ mihi plurium phænomenorum explicationes ſuppeditarunt.

(60.) Loco ſupra indicato.
(61.) Exp. Phyſ. Mechan. & alibi.
(62.) Exp. Phyſ. Mech. contin. 2da.
(63.) Vegetable Statiks. Vol. 1. Chap. 6.
(64.) Newt. Princ. editio Genev. Tom. 2. pag. 364.
(65.) Philoſ. Tranſact. No. 313. pag. 2.

In phyſicis quando ex ſimplicibus naturæ legibus ratiocinari non conceditur, non alia patet via, & intacta relinquenda ſunt, quæ ignoramus. Non tantùm ita egi circa plura, quæ ignem ſpectant; ſed multa alia, quæ apud ſcriptores de Phyſicâ explicantur, prætermiſi; quia hypotheſes admittere nolui.

In capite IX. mentionem feci de lapidibus lucidis: quæ indicavi habentur in Actis Academiæ ſcientiarum Galliæ (*66.*).

Ubi in cap. X. ago de dilatatione corporum ex calore, ſimplici experimento tantùm demonſtro hanc obtineri omnes partes versùs. Hæc autem corporum proprietas majori cum curâ ab aliis fuit explorata, præcipuè à viro illuſtri, nuper noſtræ Academiæ ornamento *Hermanno Boerhave* (*67.*). Primus autem qui ad accuratiſſimam menſuram hanc dilatationem revocavit eſt vir clariſſ. Collega conjunctiſſ. *Pet. van Muſſchenbroek*, qui philoſophiam experimentalem quotidie feliciter promovet (*68.*). Machinam, à *Muſſchenbroekianâ* diverſam, ingenioſè quoque excogitatam in actis ſocietatis Londinenſis dedit *J. Ellicott* (*69.*).

Hæc hunc in finem conſtructa eſt, ut diverſorum corporum dilatationes dato eodem caloris gradu poſſent conferri inter ſe. Sed quamvis ſæpius hoc, magnâ cum curâ, adhibitâ tali machinâ tentaverim, & uſus fuerim machinâ accuratiſſimè elaboratâ ex Angliâ tranſmiſſâ, pervenire eo non potui; ſed experimenta me docuerunt, inutiliter hanc comparationem tentari, niſi corpora quæ explorantur fluido immerſa fuerint, ut à fluido circum ambiente ipſis calor communicetur.

Occaſione ignis pauca dedi de electricitate, ut pateret, connexionem dari inter phænomena quædam ignis & ipſam electricitatem. Experimenta hæc ſunt ex *Hauxbeio*; cui etiam debentur experimenta, quæ dedi de attritu in vacuo; ſed machina, qua in his experimentis utor, diverſa eſt ab illa, quam indefeſſus ille novorum experimentorum inveſtigator adhibuit. Plura admodum ſunt quæ ad electricitatem pertinent; qui diſtinctius cognoſcere cupit quæ ad hanc materiam ſpectant videat loca quæ ad calcem hujus paginæ notamus (70.). Experimenta varia de mercurio lucido, habemus in capite XI. Primus hanc proprietatem in Barometro detexit *Picardus* (71.) Poſtea

(*66.*) Memoir. de l'an. 1730. p. 524. & 1735. p. 347.
(*67.*) vide Elementa Chemiæ. Tom. I. p. 138.
(*68.*) Tentamina Exper. Acad. del Cim. Part. 2. pag. 12.
(*69.*) Philoſ. Tranſactions N°. 443.
(70.) Philoſ. Tranſactions N[is]. 417. 423. 426. 431. Mém. de l'Ac. des Sci. années 1733. pag. 23. 73. 233. 457. — 1734. pag. 341. 503. — 1737. pag. 86. 307.
(71.) Acad. des Sci. Tom. X. an. 1675. pag. 566.

Digitized by Google

Poſtea in majoribus vaſis aëre vacuis etiam, hanc proprietatem demonſtravit ſupra laudatus *Joannes Bernoulli*, qui etiam detexit mercurium præſente aëre lucere (72.).

Liber v. agit de Lumine. In præcedenti editione duces ſecutus eram *Barovium* in prælectionibus opticis, *Hugenium* in Dioptricâ, *Newtonum* in Optice, cui nunc etiam addidi prælectiones opticas quæ tunc temporis nondum publici juris factæ erant. Antequam liber hicce quintus prælo committeretur, ad manus meas pervenit opus pulcherrimum de opticâ *Rob. Smith* Cantabrigienſis Profeſſoris. Vir celeberrimus integram tractare opticam ſibi propoſuit, ego tantum Elementa, non mirum ergo ſi pleraque quæ ego habeo etiam ab illo auctore examinentur. Methodus tamen quam ſequor, & demonſtrationes ſatis differunt à pulcherrimis hujus auctoris demonſtrationibus, ut plagii ſuſpicio locum non habere poſſit. Præterea à viro doctiſſimo tractantur, quæ ad ſcopum noſtrum non pertinent. Ex ipſius tamen opere illa quæ dixi de cauſâ quare duobus oculis objectum non videamus duplicatum mutuatus ſum. Statim percipimus cauſam hanc convenire omninò cum principiis ex quibus in pluribus locis concluſiones deduxi. Ipſa hæc principia quoque fuſius in Logicâ noſtrâ explicavimus, nempe ſenſus per ſe nihil docere, omnem uſum experientiæ deberi.

Pro experimentis de lumine in primâ editione apparatum machinarum explicaveram, eundem nunc correctum amplificatumque do, ut plura experimenta & omnia faciliùs, & magis accuratè, demonſtrari, & nova tentari, poſſent.

Machina omnium prima radiis ſolaribus in eadem lineâ ſervandis inſervit; primus qui talem adhibuit eſt *Farenheitius*, qui manubrio ſpeculum movendo facilè radium ad priſtinum ſitum reducebat; horologium adhibere potuiſſet quo hoc ſpeculum dirigeret. Hujus machinæ ſimplex erat conſtructionis fundamentum, duo adhibebat ſpecula; primum, quod continuò agitabatur manubrio, radios ſolares juxta axem telluris reflectebat, & ſecundo ad libitum hos ipſos dirigebat. Sed duplici hac reflexione nimium radii debilitantur.

Unico nos utimur ſpeculo, quod horologio dirigimus; ſed ſi quis continuò manu hoc efficere vellet, & præterea poſt quadrantem aut ſemihoram, paululum ſitum machinæ mutare, ſimpliciſſima eſſet conſtructio.

In ſexto aut ultimo libro pauca addidimus. In primâ parte, quæ ipſos motus corporum cœleſtium ſpectant & horum apparentias explicamus; in ſecundâ cauſas phyſicas tradimus juxta mentem *Newtoni*. Quæ de figurâ telluris habemus, deducimus ex menſuris recentioribus, ut ſuo loco indicamus.

(72.) Acad. des Sciences. M. 1701. pag. 1. & 147.

Bibliopolæ L. S.

Quæ ſequuntur, ad finem uſque hujus Præfationis, Clariſſimus Auctor mutare in animo habebat, cum morte fuit oppreſſus: quidquam tanti viri ſcriptis addere aut detrahere religio fuit; idcircò hæc ultima damus qualia in ejus chartis reperta ſunt. Quas correctiones & additiones mente agitaret conjicere eſt ex duobus ſequentibus fragmentis, quæ imperfecta reliquit, & quæ hic ſubjungimus ne quid ex ſummi Philoſophi ſcriptis deperdatur.

LIber noſter quintus de Luminis phænomenis agit; & in eo ſcientia explicatur, quæ integra recentioribus debetur Philoſophis. Si enim antiquiora ſcripta perluſtremus, auctores veras phænomenorum cauſſas latuiſſe ſtatim patet, & ipſos plura nobis inutilia ſuppeditaſſe. Teſtimonia hujus aſſertionis quiſque deteget qui ſcripta de opticâ perluſtrabit *Euclidis*, *Heliodori*, *Albazeni* Arabis, *Vitellionis*, quibus etiam addere poſſumus quæ de opticâ reliquit celebris monachus ſeculi decimi tertii *Rogerus Baco*; ut & *Jo. Bapt. Porta*, cujus liber de refractionibus editus fuit anno 1598.

Liber hicce quintus quatuor continet partes, quarum prima agit de motu Luminis, & hujus inflexione. Quæ ad motum directum & velocitatem pertinent explicantur, indicatis auctoribus quibus debemus quæ ad hanc materiam pertinent. Inflexio luminis de qua poſtea agitur ex obſervationibus *Grimaldi* (73.) deducta fuit, ſed præcipuè ex iis quæ *Newtonus* de hac detexit (74.).

In parte de refractione examinamus hujus leges, & agimus de lentibus vitreis & harum uſu, ut & de microſcopiis & teleſcopiis.

Primus *Snellius* veram legem refractionis detexit, ut *Hugenius* docet (75.). Lentes vitreæ detectæ fuere circa finem ſeculi decimi tertii; de qua inventione videri poteſt *Willel. Molyneux* (76.), pater illius de quo mentio fit in capite 1. hujus libri v......... Ut mihi autem videtur lentium inventor eſt incertus, & ſuperius memoratum *Rogerum Baconem* pro tali non eſſe habendum, niſi additâ reſtrictione, contra opinionem auctoris indicati perſuaſum habeo. Vir quidem hic doctiſſ. loca *Baconis* memorat ut opinionem confirmet, quæ ſeparatim ſumta ipſam evincere videntur; ſed ita ſumta hæc loca ſenſum præ ſe ferunt diverſum ab eo quem ipſis tribuet ille,

(73.) Acad. des Sciences. H. an. 1715. pag. 52.
(74.) Optic. Lib. III.
(75.) Hugenii Opera reliqua. Vol. II. pag. 2.
(76.) A. Treatiſe of dioptricks. pag. 257.

Digitized by Google

iſle, qui in ipſa connexione verba examinabit, & ad alia loca ſimul attendet. Quando *Baco* loquitur de objectis *per Medium* viſis (77.), non intelligit objecta ultra medium eſſe poſita, ſed intra medium, poſito oculo in alio medio. Concipiebat quoque ſolem, lunam, & ſtellas dari in ipſis vaporibus ex Tellure adſcendentibus, ſpectatorem autem, extra vapores in medio rariori poſitum, hæc corpora contemplari (78.).

Nihilominus tamen illa, quæ *Baco* de vitris memorat, naturaliter ad conſtructionem lentium deducere potuerunt. Juxta ſua principia (de quorum veritate aut falſitate hîc non agitur) affirmabat objectum in vitro terminato ſuperficie convexâ, poſito oculo in aëre, citra centrum ſphæræ apparere amplificatum; unde deduxit, per ſegmentum minus ſphæræ vitreæ litteris applicatum, has amplificatas apparere.

De Microſcopiis ſimplicibus de quibus egi nihil dicam, ſunt tantùm lentes convexæ. Compoſitorum Microſcopiorum inventor eſt *Drebbelius* (79.).

Jo. Bapt. Porta primus eſt qui Teleſcopiorum mentionem fecit; dum affirmat objecta longinqua apparere — — — — —

(77.) De Perſpectiva Pars III. Diſtinct. 2. cap. 3.
(78.) Ibid. cap. 4.
(79.) . . . . .

Locum quem in priori fragmento punctis diſtinximus amplificare volebat Auctor, Baconis *verba ad examen revocando, ut patet ex hoc ſecundo fragmento.*

UT mihi autem videtur lentium inventor eſt incertus, & ſuperius memoratum *Rogerum Baconem* pro tali, accuratè ſi loquamur, non eſſe habendum contra opinionem Auctoris indicati perſuaſum habeo; ipſum verò inventioni januam aperuiſſe extra dubium credo.

Hæc conſtabunt indicatis quibuſdam *Baconis* locis: *ſi verò non ſint corpora plana, per quæ viſus videt, ſed ſphærica, &c.* (77.). Non agitur in his de lentibus, neque de objectis viſis ultra aliquod medium. Examinat Auctor mediorum convexorum & cavorum phænomena, ut plana examinavit, & conſiderat objecta uni medio immerſa, dum oculus extra hoc in alio datur, & nullibi conſiderat duplicem refractionem quæ locum habet, quando objectum ultra medium eſt poſitum.

Baco tamen rem acu tetigit, ſique experientiam cum theoriâ conjunxiſſet, detectas habuiſſet lentes vitreas, & circa ipſam refractionem quam examinat plures errores evitaſſet.

Cum

(77.) De Perſpectiva, Pars III. Diſtinct. 2. cap. 3.

Cum enim affirmaſſet rem amplificatam apparere, *ſi oculus eſt in ſubtiliori medio, & convexitas medii in quo res eſt ſit versùs oculum* (78.). Hoc poſtea ad vitrum transfert, & ut objectum quaſi in vitro eſſet conſideraret, vitrum concipit ad partem oppoſitam planum, & ipſi objecto immediatè applicatum; & quamvis de lente plano-convexâ loquatur hic Auctor, nullum ſibi effecit conceptum vitri ultra quod objecta poſt duplicem refractionem amplificata apparent. Locus notabilis eſt, *ſi verò homo aſpiciat literas & alias res minutas per medium cryſtalli vel vitri, vel alterius perſpicui, ſuppoſiti literis, & ſit portio minor ſphæra, cujus convexitas ſit versùs oculum & oculus ſit in aere, longè melius videbit literas & apparebunt ei majores &c.* Statim addit *ideo hoc inſtrumentum eſt utile ſenibus & habentibus oculos debiles.* — — — —

(78.) De Perſpectiva, Pars III. Diſtinct. 2. cap. 3.

ORATIO

* ORATIO
DE
EVIDENTIA.

NEmo non dicam in Mathematicis diſciplinis verſatus, ſed in hiſce ſcientiis tiro, & quidem in primo limine, non percipit, peculiarem probandæ veritatis Methodum ſibi vindicare ſcientias haſce; Mathematicaſque demonſtrationes Evidentiâ concomitari, pertinaciam omni alio modo invictam ſuperante.

Hinc tot doctorum virorum labores ut hac ipſâ Evidentiâ & alias illuſtrarent diſciplinas: & non dubitabo aſſerere Matheſeos ſtudium ſcientiis, ab hiſce diſciplinis quàm maximè remotis, face ſuâ lumen præbuiſſe.

Sed quo non abutuntur mortales! hoc ipſum quod Matheſis in detegendâ veritate utile habet, multis ut verum ipſum, firmiſſimis evidentiſſimiſque licet fultum argumentis, rejicerent anſam præbuit.

Dum nihil niſi Mathematicâ quod evincitur demonſtratione pro vero habendum contendunt, in multis omne veritatis cri-

** ** **　　　　*terium*

* Habita Leidæ VI. Id. Februarii A. 1724. quum Auctor Rectoris munere abiret.

Digitized by Google

terium tollunt, dum unicum ſe veritatis criterium tueri gloriantur.

Quam parum autem hi ſecum conſiſtant facilè quisque percipiet, ſi tales rogaverit, an non in ſuperficie Telluris vitam degentes aliorum auxilio indigeant, an non perſuaſum habeant Solem, quem orientem obſervant, poſt tempus occaſurum; an in dubium unquam vocaverint potentiſſimum olim fuiſſe populum Romanum; hujuſque Imperii caput urbem fuiſſe Romam. Non tamen hæc Mathematicis conſtant demonſtrationibus.

Datur ergo Evidentia à Mathematicâ diverſa, cui aſſenſum noſtrum denegare jure non poſſumus, quem etiam nemo in iis denegabit in quibus veri amor ſolum dubii eſt fundamentum.

Evidentiam à Mathematicâ diverſam Moralem dixere recentiores Philoſophi, Certitudinisque *Moralis, antiquis ignotâ voce utentes, nomen dedere perſuaſioni quæ Moralem ſequitur Evidentiam.*

Hæc etiam à paucis veris ſuis circumſcribitur limitibus, dum multis morali Evidentiâ niti contendunt propoſitiones vix minimâ probabilitate ſultas.

Credidi, cum mihi in hac ſolemnitate coram Celeberrimo Nobilium & Litteratorum virorum cœtu verba ſint facienda me, nihil à munere alienum neque vobis A A. O O. N N. ingratum facturum, ſi de utrâque Evidentiâ, Mathematicâ & Morali, & Perſuaſione inde oriundâ, hac horâ egerim.

Hoc mihi erit propoſitum ut verbis complectar quæ volo, & dicam planè quæ intelligatis; *hoc unicum à Philoſopho exigit Philoſophorum eloquentiſſimus* Cicero, *ipſam* à Philoſopho eloquentiam non admodum flagitans.

Evidentiæ Mathematicæ indolem traditurus, quare huic aſſen-

aſſenſum denegare nemo ſanus poteſt, dicturus, ipſius Mentis noſtræ natura examini ſubjicienda erit.

Mens noſtra idearum eſt capax, haſque confert inter ſe, in eo tota ſita eſt intelligentia.

Mens noſtra ideas percipit, conſcia hujus perceptionis ſibi eſt & in dubium nemo unquam vocare poterit, an quam percipit ideam, hanc revera percipiat.

Non hic agitur de convenientiâ inter ideas & res extra nos, de ipſâ tantùm, quæ menti præſens eſt, loquor repræſentatione. Dum Ædificii idea Menti obverſatur, in dubium vocare potero, utrùm Ædificium quoddam peculiare huic ideæ reſpondens extra me revera detur, an dari poſſit; ſed hoc non dubitabo, me cogitare de Ædificio quod Menti repræſentatur, Mens enim eſt quid perceptionis ſuæ conſcium.

Non unica ſemper Menti eodem momento præſens eſt idea, eo plures ſimul Menti obverſantur quo hujus capacior eſt intelligentia.

Ubi verò plures ſimul ideæ Menti præſentes ſunt, Mens neceſſariò harum percipit comparationem, ſibique hujus format ideam.

Negare, ubi duas præſentes mihi habeo ideas, me percipere utrùm hæ differant inter ſe nec ne, & quo reſpectu differant, hoc ipſum eſſet negare mihi præſentes eſſe ideas, quas revera præſentes habeo, de ipſis ideis tantùm loquor, de eo quod Menti præſens eſt.

Pugnantia ergo hæc ſunt, Mentem percipere ideas, & hanc non percipere veram quæ datur inter ideas comparationem; & eo ipſo hujus perceptionis ſibi conſcia erit, perſuaſumque habebit dubium nullum circa hanc comparationem ſupereſſe poſſe, id eſt, huic propoſitioni, illam inter ideas revera dari comparationem quam inter has percipit, aſſentiet. Si conferam

ram ideam numeri ſeptem cum ideâ ſummæ horum numerorum quatuor & trium, ſtatim percipio has ideas minimè differre, & in dubium vocari non poſſe, tria & quatuor ſimul ſumta valere ſeptem.

En habetis A A. H H. Evidentiæ Mathematicæ fundamentum, videtis quare hac ſuâ naturâ aſſenſum noſtrum ſecum trahat.

Habetis quo facilè, quibus veritatem involvere moliuntur Sceptici, ſolvuntur nodi. Dicant veritatem criterio indigere, verum criterium à falſo diſtinguendum eſſe, novumque ut hoc fiat criterium deſiderari; quod criterium novum & ſuo indigebit, & ſic in infinitum, contradictionem ideo involvere veritatis dari criterium ullum.

Reſpondemus veri deſideratum criterium ipſam eſſe Evidentiam; ipſam nempe perceptionem comparationis inter duas ideas. Evidentiæ criterium eſſe conſcientiam; Hanc autem proprium ſecum ferre criterium; non tali enim indigeo ut certus ſim, me conſcium eſſe ideæ quæ Menti præſens eſt. An poſſum non percipere ideam quam percipio; dum conſcius ſum, an eo ipſo non ſum conſcius me conſcium eſſe? Aliud conſcientiæ quærere criterium contradictionem involvit: Hanc autem unicum Evidentiæ Mathematicæ eſſe fundamentum jam probavimus.

Vanam in Evidentiæ fundamentis detegendis nos impendere operam clamitant alii, cum nihil cognoſci poſſit. Ut enim quid cognoſcamus, hujus cum alio differentiam perſpectam habere debemus, ipſam autem non detegimus differentiam, niſi etiam res nobis notæ fuerint: res ergo ipſæ, & harum differentiæ in perpetuum nos latebunt.

Exemplo argumentum illuſtrandum puto.

Triangulum non cognoſcam niſi in quo cum Quadrato differat

rat mihi pateat, quod mihi ignotum erit quamdiu Trianguli & Quadrati cognitionem non habeo.

Quis verò non videt res hic ſeparari, quæ minimè ſeparari queunt, & quis dubitat mihi Triangulum, & illud quo cum omni aliâ re differt, unico actu manifeſta fieri.

Sed Scepticos nunc relinquamus.

Expoſitis Evidentiæ Mathematicæ fundamentis, haud difficulter probabimus quare Matheſis ſibi non ſatis æſtimandum vindicet Privilegium non errare : *cujus ut pateat juſtus titulus, quædam de Matheſeos objecto, Mathematicorumque methodo breviter memoranda erunt.*

Primò : *Verſatur Matheſis circa ideas, & circa ideas tantùm; minimèque curat Mathematicus, quâ Mathematicus, utrùm ideæ de quibus ratiocinatur cum ullâ re quæ eſt congruant an non. Ubi probat, e. gr. in Triangulo rectilineo rectangulo Quadratum Hypothenuſæ valere Quadrata reliquorum laterum ſimul ſumta, de ipſo Triangulo ſollicitus non eſt; neque curat an Quadrata laterum ſint formata, ad ipſas tantùm Quadratorum ideas attendit, & de eo pronunciat quod locum haberet ſi darentur. Semper ex hypotheſi hac,* ſi detur, *ratiocinatur Mathematicus.*

Tali hic cavet hypotheſi ne in errorem cadat, contrariam ſibi fingit Phyſicus dari revera quod ſibi fingit, & rarò admodum erroris ſcopulos effugit.

In illis etiam Matheſeos partibus in quibus de rebus ipſis agitur, eadem hypotheſis ſi res dentur *demonſtrationum fundamentum eſt. Mixtam in hoc caſu dicimus Matheſin, ut hanc à purâ, id eſt ideali, diſtinguamus.*

Dum Sidera luſtrat, dum horum curſus metitur, non Mathematici partes ſuſtinet Aſtronomus. Mathematicus ex præviis obſervationibus concluſiones deducit, ſolaſque obſervationum ideas examini ſubjicit, & nihil de motibus cœleſtibus

niſi hypotheticè affirmat, ſi obſervata erroris fuerint expertia.

Sæpe etiam Aſtronomi ex obſervationibus hypotheſin de motu fingunt, in quo caſu concluſiones Mathematicæ, licet in ſe veriſſimæ, ad res ipſas applicari non poterunt, niſi & in hypotheſi de motu, & obſervatis quibus nititur, nullus error detur, aut niſi forte fortunâ errorum detur compenſatio.

Sed hæc non ſpectant Mathematicum quâ Mathematicum: hic ad ſolas ideas attendit, & Evidentia quam Mathematicam diximus, quam ſuâ naturâ aſſenſum noſtrum ſecum trahere demonſtravimus, in Diſciplinis Mathematicis, à quibus nomen mutuata eſt, locum habet.

2°. *Objectum Matheſeos eſt quantitas, hanc in genere, ante omnia, conſiderant hujus ſcientiæ cultores, & in peculiaribus Matheſeos partibus quantitates ſpeciales examini ſubjiciunt. Extenſionem menſurat Geometra. Vires confert Mechanicus. Motus in variis Matheſeos partibus perpenditur.*

Quantitatum ejuſdem generis tantùm fieri poteſt collatio; & harum ideæ ſi ſimplices fuerint, quàm diſtinctiſſimæ ſunt, & ſine erroris periculo conferuntur. Si magis compoſitæ, hæ omnibus aliis faciliùs in peculiares reſolvuntur, ut per partes fiat comparatio.

Tandem. *In conferendis ideis compoſitis tali utuntur Methodo, qua error facile vitari poteſt. A ſimplicioribus ad magis compoſitas procedunt, quas, ut jam monuimus, per partes conferunt: Quod ſi fieri nequeat, ideas intermedias in ſubſidium vocant, ut nulla fiat collatio, niſi idearum quarum unicâ perceptione patet convenientia aut diverſitas.*

Non in ſolis ſcientiis Mathematicis ideæ ſolæ conſiderantur, in aliis etiam Evidentia Mathematica locum ſibi vindicare poteſt. In illis quoque in quibus agitur de rebus ipſis, ratiocinia

tantùm

Digitized by Google

tantùm ideas ſpectant, & Evidentia Mathematica hypotheticè locum habebit, ſi cum rebus ideæ congruant, ut de Matheſi mixtâ monuimus.

Methodus autem, qua utuntur Mathematici, omnibus ſcientiis poteſt applicari, nihilque ſibi peculiare ſervat Matheſis præter objectum, Quantitatem nempe; ita ut faciliùs quidem in Mathematicis errorem vitemus, in aliis tamen ſcientiis eâdem arte illum effugere poſſimus, ſi nempe eâdem methodo cum Mathematicis ideas conferamus, quod tamen quàm difficile ſit in multis occaſionibus ſtatim dicam.

In Logicis agitur de ratiocinandi methodo, de regulis nempe quibus ideæ inter ſe conferri debent, id eſt, ideæ collationum aliarum idearum ſunt Logices objectum, totaque hæc ſcientia ideas ſpectat, hæcque à Matheſi ſolo objecto differt. Quod naturam Evidentiæ qua Logica illuſtrari poteſt minimè mutat. Regulæ etiam, ut hoc ſolum memorem, quæ vulgò de Syllogiſmis traduntur nulli Mathematico Theoremati firmitate cedunt.

Ontologia, ſcientia quæ omnium quæ ſunt proprietates communes perpendit, in totum etiam circa ideas verſatur. Generalis hæc idea eſſe *hujus ſcientiæ eſt objectum, & quantumvis idea hæc ſimplex videatur, non ita arctis terminatur limitibus ſcientia hæc, lumenque cæteris diſciplinis maximum communicat, ſi quibus à Philoſophis involuta fuit liberetur ambagibus.*

Nulla in hac ad examen vocatur res peculiaris; omnia verò quæ ſunt ad claſſes referuntur, ut generaliores inter hæc differentias determinemus.

Perpendimus etiam in Ontologicis generaliores illorum quæ ſunt aut eſſe poſſunt comparationes; & in his maxima hujus ſcientiæ ſita eſt utilitas. Qui ex. gr., quæ de cauſâ & effe-

ctu

Digitized by Google

ctu demonſtrantur, examinabit, uſum in dirimendis quæſtionibus difficillimis facile percipiet.

Pneumatologia verſatur circa omnium Intelligentiam proprietates. Cùm omnis cognitio à cogitatione pendeat, ante omnes alias ipſius Ingenii idea in Mente noſtrâ hæret, & Intelligentiæ proprietatum notiones omni extraneo deficiente auxilio acquirimus, cum autem de hiſce ſolis agat hæc ſcientia, quæ in hac demonſtrantur, Mathematicâ nituntur Evidentiâ, & certa ſunt Mathematicè.

Si ad illam Pneumatologiæ partem nos convertamus in qua de Deo agitur, & hanc in totum circa ideas verſari videbimus, & ex talibus notionibus deduci, circa quas dubium nullum in Mente hærere poteſt; quod ex ipſarum naturâ ſequitur; ideoque Evidentiâ Mathematicâ etiam niti, quæ de Intelligentiâ ſupremâ & infinitâ diſputantur.

Aliquid nunc eſt; ergo aliquid ab æterno fuit.

Cogito ego; id eſt datur quid intelligens; inde deduco hujus primum auctorem ab æterno eſſe & in infinitum intelligentiâ ſuperare quam produxit Intelligentiam; quo etiam cogor ei tribuere potentiam qua Mens formari poteſt, id eſt in infinitum ſuperantem omnem cujus ego mihi effingere poſſum ideam.

Hæc primo intuitu manifeſta ſunt; ſi attentiùs rem conſiderem, facilè percipio, Intelligentiam dari quæ nullum habet initium, cujus eſſe nulli cauſæ extraneæ tribui poteſt; ipſam ergo à ſe eſſe & ſua ſponte, nihilque dari poſſe quo ipſius perfectiones fines habeant, unicamque talem dari.

Conſtat ergo Deum eſſe unicum, æternum, immenſâ ſcientiâ præditum; hujuſque nullis terminis circumſcribi potentiam. Quibus demonſtratis, ex his alia quæ de Deo deteguntur profluunt. Bonitas ex. gr. in gradu ſupremo, ex infinitâ deducitur Sapientiâ. Non difficulter enim probamus omne quod illi

illi opponitur ex defectu intelligentiæ ſequi, & niſi in Intelligentiam limitatam cadere non poſſe.

Illud ipſum quo probamus Deum eſſe, & ſapientem eſſe, ex examine rerum deductum, argumentum Mathematicâ concomitari Evidentiâ defendimus.

Fateor non mathematicè certum eſt, Sidera moveri, Solem calore ſuo vitam plantis communicare, Animalium corpora mirabili artificio conſtructa dari, hæc ad moralem pertinent Evidentiam; ſed dicam quod ad ideas ſpectat, & ad ideas ſolas. Datur extra me aliquid, quodcumque hoc fuerit quo in Mentem meam excitatur idea congeriei vaſtiſſimæ rerum, ordine ſapientiſſimo diſpoſitarum, & juxta leges ab omni Intelligentiâ mirandas agitatarum.

Non quæro nunc unde oriantur ideæ, quas in examine Univerſi acquiro, nil de harum origine affirmo, me autem ipſarum eſſe auctorem ne per momentum ſuſpicari poſſum. Unde ſequitur extra me dari Intelligentiam quæ ipſas, quomodocunque, hoc non determino, in me excitavit: de cujus Intelligentiæ ſapientiâ ſi ex hiſce ipſis ideis judicium feram, illam omnem cujus ego mihi formare poſſum ideam in immenſum ſuperare in dubium vocare non potero.

Hæc omnia indicare tantùm, non autem pleniùs examinare noſtrum ſpectat propoſitum.

Ad ſcientias quæ Mathematicam Evidentiam pro fundamento habent, id eſt quarum conſtantia & firmitas à ſolo examine idearum pendet, referimus etiam prima Ethices fundamenta, id eſt omnia quæ in genere ſpectant fundamenta officiorum Intelligentiæ erga Intelligentiam, & præcipuè erga Intelligentiam ſupremam à qua originem accepit, & à qua omnem felicitatem ſperare debet.

Satis video A. A. N. N. paradoxum admodum vobis vi-

debitur, me tot aliis Philoſophiæ partibus tribuere Evidentiam & ſtabilitatem, quæ Matheſim extra erroris contentioniſque limites poſuere; dum innumeræ Philoſophorum in Metaphyſicis diſſenſiones evidentiſſimè errorem, ſaltem ad aliquam partem, dari evincant.

Fateor A. A. N. N. ſæpè errarunt Philoſophi, objectioni etiam majorem vim concedam, & libenter agnoſcam, nil tam abſonum, nil tam à rectâ ratione alienum fingi poſſe, quod non cum Philoſophorum quorumdam ſomniis Metaphyſicis æquiparari poſſit; in pauciſſimis verò puram Matheſin ſpectantibus erratum fuit, erroreſque quàm facillimè correxere alii: eadem tamen Evidentia, eadem ratiocinandi methodus, in Metaphyſicis, & Mathematicis locum habent. Unde verò errores in Philoſophica non itidem in Mathematica profluant, non difficulter detegere potero. Non loquar de iis qui, dum primas regulas ratiocinandi ignorant, primaque vix ſcientiæ fundamenta cognoſcunt, nihilominus ſe judices de difficillimis, captumque ſuperantibus, declarare audent; vulgare hoc in Metaphyſicis, rarum autem in Mathematicis.

Non hic etiam agam de animi affectibus, in Metaphyſicis multò magis quàm in Mathematicis Mentem afficientibus.

Satis erit ſi indicavero, ſepoſitis affectibus, conceſſo ſincero veritatis detegendæ deſiderio, errorem à limitatâ Intelligentiâ ſeparari minimè poſſe, & demonſtravero non ut in Mathematicis æquè facilè in aliis ſcientiis vitari poſſe.

Satis explicavi quomodo Mathematici errorem effugiant, quædam tamen addenda ſunt.

Nullâ voce utuntur niſi quid hac deſignent exactiſſimè explicaverint, accuratiſſimè enumerando ideas peculiares quæ in ideâ compoſitâ continentur. Eâdem voce idem ſemper exprimunt. Veritates demonſtratas diſtinctiſſimis verbis complectuntur, ut illis quaſi axiomatibus utantur. Quam-

Quamdiu de quantitatibus agitur, quàm accuratiſſimè cautelæ hæ obſervari poſſunt, & non quidem impoſſibile eſt, eaſdem aliis indicatis Philoſophiæ partibus applicare regulas, ſed in omnibus requiſitâ adhibitâ curâ iiſdem uti humanam fere ſuperat intelligentiam.

Ubi ratiocinamur de actionibus proprietatibuſque Mentis noſtræ, harum quidem ideas habemus, ſed circa naturam Mentis multa nos latent, & ſæpè difficillimum eſt, talem tantùm deducere concluſionem, quæ ab ignotis minimè labefactari poſſit.

Etiam in Ideâ, quam examinamus, multæ ſæpè continentur ideæ ſimpliciores, quas non omnes ſemper conſideramus, unde quidem concluſio minimè incerta eſt, eo reſpectu quo fuit deducta; ſed ſi eam deinde eidem applicemus ideæ, alio reſpectu conſideratæ, incerta ſemper, ſæpiſſimè falſa, erit concluſio. Quàm autem difficile eſt hoc vitare in ſcientiis in quibus eâdem voce non modò exprimimus eandem ideam compoſitam variis reſpectibus conſideratam, ſed plerumque ideas toto Cœlo diverſas!

In errores inde oriundos non inciderent homines, ſi dum propoſitione antea demonſtratâ utuntur, hujus demonſtrationem Menti præſentem haberent. Tunc non quod de ideâ quadam fuit determinatum alii applicarent. Sed cui mortalium fuit conceſſum, propoſitionis, auxilio variarum intermediarum, à primo principio deductæ, cum hoc primo principio nexum unico intuitu percipere?

Ex ipſa ergo Mentis imbecillitate ſequitur difficiliùs in Ontologicis & Pneumatologicis quàm in Mathematicis errorem vitari, attento tamen animo caſus, in quibus nulla erroris ſuſpicio datur, ab aliis ſeparari poſſe, ex dictis ſatis manifeſtum eſt.

Non me latet AA. NN. abſtractiora hæc, niſi exemplis illuſtrentur, huic dicendi generi non convenire; ſed condo-

nate rogo, ſi hæc non ulterius explicem, condonate ſi plurimis, quos ex Philoſophis in hiſce mecum ſentientes habeo, exemplis non diſpliceam.

Indicatis ſcientiis in quibus Evidentia Mathematica locum habet, circa alias omnes notamus, cum Matheſi mixtâ has æquiparari poſſe. In hiſce agitur de ideis rerum quæ ſunt extra nos. Utrùm hæ ideæ cum rebus ipſis conveniant necne, ad Evidentiam Mathematicam minimè ſpectat, ad quam perceptiones ratiociniaque tantùm referri debent, & hæc niſi circa rerum ideas verſari queunt.

Ad Mathematicam ergo non pertinent Evidentiam, Theologia, Ethica, Phyſica, ut & Hiſtoria. Ad Phyſicam, in genere omnes ſcientias, quæ ad rerum naturalium cognitionem ſpectant, referimus. Ad Hiſtoriam pertinet in genere omnis rerum geſtarum expoſitio.

In hiſce omnibus ſcientiarum fundamenta, ipſarumque firmitas, ab ideis noſtris non pendet.

In Theologicis determinandum ante omnia, an ſuprema & infinita Intelligentia voluntatem ſuam Hominibus peculiaribus declaraverit Oraculis, & ubi dentur hæc; hoc ex ſimplici idearum collatione nunquam determinari poterit: ubi autem de Oraculis conſtat, concluſiones, ex iis deducendæ quæ Deus declaravit, ad ideas ſpectabunt; & ratiociniorum ſtabilitas Mathematica erit, hypotheticè nempe, ut ſemper ubi de rerum ideis agitur, ſi Deus hæc nota fecit; utrùm verò hæc nota fecerit, ad aliam illam pertinet Evidentiam quam diximus Moralem vocari.

Ethices fundamenta, quatenus ſpectant generaliter Intelligentium officia, ad ideas pertinere jam monuimus. Sed ubi de Hominibus agitur, requiritur ut nobis conſtet de mutuis auxiliis quibus in Societate viventes Homines indigent; id

eſt,

eſt, neceſſe eſt, ut acquiramus ideam Societatis inter Homines, iis animi affectibus præditos, quos in Hominibus revera obſervamus. Si etiam & huc referamus Societatem civilem, ut revera quando de officiis hominum loquimur referri debet; neceſſe eſt, ut in ſingulis Societatibus peculiaribus, de quibus agendum, notum ſit, ubi detur Poteſtas à qua Leges emanare debent, & quas promulgaverit Leges.

Horum omnium cognitionem, id eſt, perſuaſionem de convenientiâ inter ideas, quas de hiſce in Mente habeo, & res ipſas, non ex ſolâ idearum conſideratione haurire poſſum.

Poſitâ autem hac convenientiâ mathematicè conſtabunt ratiocinia legitimè inſtituta. Utrùm verò ideæ rebus ipſis reſpondeant, ad Moralem pertinebit Evidentiam.

In Phyſicis Moralem etiam tantùm habeo Evidentiam de Motibus, quibus Univerſam rerum congeriem conſtituentia agitantur corpora, & Legibus quibus ſubjiciuntur.

Non ad Evidentiam refero Moralem à quibuſdam agitatam quæſtionem, an corpora dentur. Inter ipſos, qui hæc eſſe negant, de hoc convenit, pro ſingulis corporibus extra nos quid peculiare dari, quo idea talis corporis excitatur, & illud idem, in Mentes variorum Hominum, ejuſdem corporis excitare ideam; ita ut illud ipſum, quodcumque hoc fuerit, ab omnibus pro tali corpore habeatur; illudque in nos agat, eodem modo ac corpus ipſum agere poſſet, & noſtri reſpectu minimè interſit utrùm extra nos detur corpus verum, an illud aliud quid, quod noſtri reſpectu nunquam à vero corpore diſcrepat. Unde videmus ſi quid vanum, & inutile, unquam à Philoſophis fuit agitatum, ut ſæpiſſimè fuit, eo meritò referri quæ ab iis, qui corpora eſſe negant, fuere diſputata.

Ubi in Phyſicis moralis Evidentiæ auxilio benè cognita ha-

bemus Phænomena, id eſt, ubi conſtat nos horum Phænomenôn habere ideas, quæ cum rebus ipſis conveniunt, ratiocinia circa has ideas mathematicè certa erunt, concluſioneſque ad res ipſas poterunt applicari.

In Hiſtoricis, ad quæ etiam referimus Hominum facta in communi vitæ uſu, Moralem quoque tantùm habemus Evidentiam. Non ſolâ idearum noſtrarum collatione, quid à tali aut tali Homine actum ſit detegimus. Ubi autem peractorum ideas habemus, haſce conferendo inter ſe, concluſiones elicimus Mathematicâ Evidentiâ nixas.

Videtis A A. NN. Moralem Evidentiam, perſuaſionemque inde oriundam, ſpectare ad convenientiam inter ideas in Mente noſtrâ & res ipſas extra nos; dum Mathematica Evidentia verſatur circa convenientiam quæ datur inter comparationem idearum & quam habemus hujus comparationis ideam. Hanc cum ipſam percipiamus, contradictionem involvit, ut jam demonſtravi, in hiſce errorem dari. In iis, quæ ad Mathematicam pertinent Evidentiam, erramus, quando comparatis duabus ideis, perceptam comparationem aliis ideis applicamus.

Ubi de rebus extra nos agitur, non ipſius rei perceptione hujus acquirimus ideam, non res ipſæ in Mentem noſtram agunt, non concipimus quomodo agere queant. Fundamenta igitur Evidentiæ Moralis non ex ſimplici examine Mentis, & rerum in ſe conſideratarum, deducere poſſumus. Subſidia, à rebus ipſis extranea, nobis fuere conceſſa, quibus rerum extra nos ideas acquirimus.

Auxilia hæc ſunt Senſus, Teſtimonium, & Analogia.

Hæc tria habet Moralis Evidentia fundamenta, dum Mathematica unicum habet, ipſam nempe perceptionem idearum.

Mathe-

Mathematica ratiocinia nituntur. Evidentiâ, quæ ſuâ naturâ aſſenſum ſecum trahit.

Moralis autem Evidentia non ſuâ naturâ, ſed ex Dei voluntate, perſuaſionis eſt fundamentum.

Non, ſi rem in ſe conſideremus, contradictionem involvit, Senſus, Teſtimonium, Analogiam, adhibitis cautelis quibuſcumque, nos in errorem inducere, ſed contradictionem involvit, Deum voluiſſe hæc eſſe perſuaſionis fundamenta, & hæc, adhibitis legitimis cautelis, nos ad Veritatem non conducere.

Deum autem voluiſſe Senſus, Teſtimonium, & Analogiam, talia eſſe fundamenta, & illum non fruſtra hoc voluiſſe, non erit demonſtrata difficile, argumentis mathematicè perſpicuis.

Talibus conſtat argumentis Deum eſſe, huncque eſſe bonum, & quidem in ſummo gradu.

Hinc deducimus illum voluiſſe, ut Homines iis utantur commodis quæ ipſis largitus eſt; iis autem rebus, quæ ad vitam in ſuperficie Telluris ducendam, ubi Deus ipſe Homines collocavit, neceſſariæ ſunt, uti non poſſe demonſtrabimus, niſi memorata admittamus criteria Veri, unde patebit hæc talia eſſe. Suprema Sapientia ſibi ipſi fuiſſet contraria, ſi datis ipſis rebus, facultatem de hiſce dijudicandi denegaſſet. Quod tamen non excludit legitimas adhibendas eſſe cautelas.

Homines ſingulis momentis indigere rebus, de quibus niſi Senſibus dijudicare non poſſunt, quis in dubium vocabit? Deus tamen harum rerum uſum Hominibus conceſſit; voluit ergo ut iis fruantur; id eſt, voluit illa, ſine quibus rebus hiſce frui non poterunt; ideoque voluit ut de hiſce judicium ferant, & utantur Senſibus, quos hunc in finem à Divinâ Providentiâ Hominibus conceſſos videmus.

Nemo

Digitized by Google

Nemo Hominum ſolus vivere poteſt, aliorum operâ indiget; ut autem omnes mutui auxilii beneficio gaudeant, communicatio idearum deſideratur; quod & ipſum nunquam ſatis laudanda ſummi Numinis Hominibus largita eſt beneficentia, loquendi dum ipſis conceſſit facultatem.

Hujus auxilio, cum ipſi non omnia quæ nobis ſunt neceſſaria Senſibus obſervare poſſimus, aliorum obſervatis utimur; quo ſtabilitur Teſtimoniorum neceſſitas; ex qua deducimus, Deum voluiſſe Teſtimoniis, ſervatis legitimis cautelis, fidem dandam eſſe.

Innumera ſingularia, quibus carere non poſſumus, & quæ à ſummo Numine nobis non fuere denegata, ſingulatim à nobis explorari non poſſunt, ut de uſu certi ſimus, neque in hiſce aliorum ſufficit Teſtimonium, quod de ſingularibus omnibus dari non poteſt, quorùm pleraque dum explorantur ad uſum inutilia fiunt.

Quàm præ nobis miſerändi eſſent Homines, qui ex obſervationibus deductas concluſiones ad non obſervata applicare non poſſent, qui ex præteritis de futuris judicium nunquam ferre poſſent!

Quis horum aratro terram ſecaret, quis ſemen ſereret, quis fructus ullos colligeret, quis curam quamcumque de futuris haberet, ſi omnis omninò incertus eſſet eventus? Quibus hæc concomitarentur incommodis quis non videt?

Infelices Homines, qui ſingulis diebus in dubio hærerent, utrùm veneno an utili cibo veſcerentur! qui occidente Sole æternam metuerent noctem; & ipſo lucente, hunc in perpetuum extinctum iri ſingulis momentis timerent!

Inutile plura memorare, & hiſce nos ſummi Numinis liberavit benignitas; nobis conceſſit obſervationes noſtras ad non obſervata applicare, quo ad vitam neceſſaria à noxiis ſeparamus, & futura ſæpe determinamus.

Semen

Digitized by Google

Semen terrâ abſconditum, reviviſcens, & fortè centies auctum, me, ni quid extra ordinem ſuperveniat, iterum collecturum, non ſine fundamento ſpero.

Dum Solem occidentem video, per paucas tantùm latiturum horas non fruſtra mihi perſuadeo.

Non timeo Ædificium firmum ſponte caſurum.

Ex Analogiâ ergo in rebus Phyſicis mihi eſt ratiocinandum, & Omnipotentem rerum Conditorem illud voluiſſe quis dubitabit, qui dum Conditorem bonum novit, ad rerum conſtitutionem attendit?

Sed dum Deus hoc voluit, & illa quæ ut talibus ratiociniis vis communicetur neceſſariò requiruntur etiam voluit; id eſt, fixis & immutatis rerum congeriem adſtrinxit Legibus. Poſitis enim his firmo ſtabilitur fundamento Analogia, iiſdem ſublatis omnia ſunt incerta in rebus Phyſicis, & brevi Genus integrum peribit Humanum.

Videtis AA. NN. quantum differant pro diverſis circumſtantiis aſſenſionis fundamenta. Sed licet differant fundamenta hæc, licet Evidentia Mathematica minimè cum Morali congruat, non tamen diverſa inde ſequitur perſuaſio. Non magis aſſenſum meum denegare poſſum iis quæ, legitimis obſervatis cautelis, ex expoſitis Evidentiæ Moralis fundamentis deducuntur, quàm iis quæ Mathematicâ conſtant demonſtratione. Non dubitabo Londinum eſſe Angliæ Urbem, neque tres Angulos Trianguli rectilinei ſimul ſumtos æquales eſſe duobus rectis.

Mathematica eſt demonſtratio quâ probamus, Deum non eſſe bonum, niſi firma ſit Moralis Evidentia, & niſi valeat ad hoc, ut ei aſſenſum noſtrum concedamus.

Deum autem bonum eſſe, & etiam Mathematicâ hoc conſtare demonſtratione, ex ante indicatis ſequitur. Neque hujus loci

 eſt

Digitized by Google

eſt reſponſa dare ad objectiones quæ ex rerum conſtitutione, nobis maximâ parte ignotâ, adverſus Divinam beneficentiam, nobis pleniſſimè notam, à quibuſdam in medium proferuntur.

Non etiam vos morabor AA. NN. in refellendis Scepticorum objectionibus, ſatis mihi eſt talia propoſuiſſe argumenta, ex quibus reſponſa ad objectiones ſponte ſequuntur.

De Scepticorum tamen opinionibus quædam ſunt memoranda, ut videatis quibus reſponſionibus Dogmaticorum argumenta evertere conantur.

Socrates primus Scepticiſmo occaſionem præbuit. Hic, teſte Cicerone, à rebus occultis, & ab ipſâ Naturâ involutis, in quibus ante eum Philoſophi occupati fuerant avocavit Philoſophiam, & ad vitam communem adduxit, ut de Virtutibus & Vitiis, rebuſque bonis & malis, quæreret, *de cæteris rebus nihil affirmabat, cæteros refellebat, nihil ſe ſcire dicens, & ſe eo cæteris præſtare, quod illi quæ neſciant ſe ſcire putent; ipſe, ſe nihil ſcire, id unum ſciat; totaque ejus oratio tum in Virtute laudandâ, & in omnibus Hominibus ad Virtutis ſtudium cohortandis, conſumebatur. Poſuit ille, aut potius hujus diſcipulus Plato, fundamenta Academiæ, quæ prima dicta fuit.*

Arceſilas ſecundæ Academiæ auctor, nil omninò comprehendi poſſe, & ne quidem hoc ipſum ſe nil ſcire ſibi compertum eſſe, apertè affirmabat; Scepticiſmum in omnibus defendens.

Sed non Academici tantùm omnia in dubium vocarunt, aliam ſibi fecit Scholam Pyrrho, & non unica dubitandi ars inter Philoſophos tradita fuit. Pyrrhonios & Academicos in ipſo dubio univerſali inter ſe diſſentire notavit Aulus Gellius. Hi ipſum illud nil poſſe comprehendi quaſi comprehendebant, & nihil poſſe diſcerni quaſi diſcernebant. Illi ne quidem ullo

ullo pacto verum videri dicunt, quod nihil eſſe verum videtur.

Similem inter hos Philoſophos differentiam, paululum aliter expoſitam, tradidit Sextus Empyricus, cujus integrum opus de Scepticiſmo ſuperſtes habemus. Arceſilas, *ſecundæ nempe Academiæ auctor*, dixit eſſe bonum, aſſenſionem malam, idque ſecundum Naturam; Pyrrho autem ita cenſebat, non ſecundum Naturam, ſed ſecundum quod apparet.

Quomodo tamen hæc cum hiſce Tullii verbis congruant non benè percipio. Arceſilas negabat eſſe quidquam quod ſciri poſſet, ne illud quidem ipſum.

Omnes de omnibus controverſias agitabant, nihilque affirmari poſſe contendebant, cujus contrarium non æquè firmis argumentis probari poſſet. Nugaſque omnium maximè abſurdas ſolidiſſimis opponebant rationibus. Ægrè tamen admodum ferebant, ſi quis in vitæ uſu adverſus ipſos ipſorum argumentis uteretur.

Laxato humero ad Medicum Exophilum venit Sophiſta Diodorus, reſpondit ille humerum non excidiſſe, argumento utens, quo Sophiſtæ, ut Diodorus, omnem motum impoſſibilem eſſe probare contendebant. Tunc precatus eſt hic, ut relictis iis orationibus, ei remedium arti Medicæ congruum adhiberet.

Sed Lacydem audiamus, magis apertè argutias in ſcholas amandantem. Erat ille paulò ſordidior, ipſe ſibi ſuam penum curabat, & cellæ aditu obſignato, annulum, per ſeræ foramen dimiſſum, intra cellam involvebat, ut, cellâ reſeratâ, annulum tollere, & pro lubitu locum tum obſerare, tum obſignare, poſſet, annulumque per eandem ſeram iterum immittere. At famuli detecto artificio, abſente Hero, reſeratâ cellâ, pro lubitu cibum & potum hauriebant, dein cellam claudebant, obſignabant, annulumque per ſeræ foramen immittebant.

At Lacydes cum vaſa quæ plena reliquerat vacua repe-

riret, eo credidit confirmari quæ ab Arceſilâ doceri audiverat, nil poſſe comprehendi. *Manibus ipſe meis, dicebat, cellam idem clauſi, idem obſignavi, idem annulum intromiſi, reverſus, cellâque reſeratâ, annulum modò, non item cætera, reperiebam; non jure obſecro fidem omnibus rebus detraham. Detecto tandem furto, annulum ſecum ferebat: tunc famuli, apertâ cellâ, & contentis ereptis, alio annulo, ſæpe nullo, illam obſignabant; & ſtrenuè, ipſis Heri argumentis, diſputabant, aut cellam, ipſo quo hanc obſignaverat annulo, eſſe obſignatam, aut non fuiſſe obſignatam. Tandem Philoſophus ſine fuco animum aperiens, famuli, inquit, aliter hæc in Scholâ diſputamus, aliter vivimus.*

Omnes Sceptici eo pervenere, ut dubitandi artem non ad vitæ uſum applicandam eſſe dixerint.

Repudiavit Carneades Mentoris diſcipuli & amici conſuetudinem, quia cum pellice illum reperit; non ſenſus fallaces eſſe eo in caſu ſuſpicatus eſt.

„ *Sufficit ut arbitror* „ *inquit Sextus Empyricus* „ *cum* „ *experientiâ uſu partâ, & citra opiniones, ſecundum com-* „ *munes obſervationes, & præoccupatas in animis Hominum* „ *opiniones, vitam degere, de iis quæ ex dogmaticâ curio-* „ *ſitate dicuntur, & quidem nullam vitæ communi utilita-* „ *tem adferunt, aſſenſum retinentes.*

Quàm autem hæc inter ſe ſunt pugnantia! Si Senſus ſunt fallaces, ſi nil poteſt comprehendi, ſi Ratio nos in errorem inducat; quare hiſce utendum in vitæ uſu? Quomodo de experientiâ, de communibus obſervationibus, de Hominum opinionibus, certi erimus? Unde nobis conſtabit nos commodum ex his poſſe aſſequi? Quibus autem argutiis fundamenta ſcientiæ tueantur, unico exemplo indicaſſe ſatis erit.

Nihil datur dicunt quod ſit certum, & propoſitio hæc ſe ipſam

ipſam involvit. Reſpondent Dogmatici, aut propoſitio hæc eſt vera, aut falſa; ſi ſit vera, hoc ſaltem certum erit, nil certi dari; ſi ſit falſa, non ſunt omnia incerta. Ne Scepticos hoc Dilemmate victos credatis. Propoſitionem neque veram neque falſam eſſe excipiunt. Sed hos relinquamus medium inter Verum & Falſum quærentes.

Ad Evidentiam Moralem redeamus. Hujus fundamenta eſſe demonſtravi Senſus, Teſtimonia, Analogiam, ſed monui legitimas ſervandas eſſe cautelas. Senſus nos nunquam in errorem inducere, omni Teſtimonio fidem dandam eſſe, & obſervata quæcumque Analogico ratiocinio locum præbere, minimè defendo.

In cautelas quibus error vitari poteſt inquirendum, & in hiſce detegendis ipſa memorata Evidentiæ Moralis fundamenta admittenda erunt, nos autem in detegendis cautelis non erraſſe conſtabit, ſi videamus in hiſce detegendis, nihil contra ipſas admiſſum fuiſſe.

Regulæ quæ Senſus ſpectant, ex iis quæ Phyſica nos de his docet hauriendæ ſunt.

Regulæ de Hominum Teſtimoniis obſervata circa Homines pro fundamento habent.

Ubi de Analogiâ agitur, ex hac quam jam demonſtravimus propoſitionem, immutatis rerum congeriem Legibus regi, *ratiocinari debemus.*

Longum foret, licet à noſtro propoſito non alienum, plenius hæc explicare, & veſtrâ abuterer patientiâ ſi ipſas indicarem regulas.

Hoc tantùm monebo, harum uſum præcipuum eſſe, ut vitemus errorem; non enim ſemper harum auxilio ipſam aſſequimur veritatem.

Sed licet hanc quæramus, licet hicce ſtudiorum noſtrorum ſit ſcopus, ſi eo non perveniamus errorem effugiſſe aliquid eſt.

Præſtat, ubi in deſideratum confugere Portum non conceditur, Pontum navigare, quàm ad inimicas accedere terras. Præſtat in dubium hærere quàm erroris periculum adire.

Nulla Mentis affectio, ſi Pyrrhoniſmum excipiamus, in inquirendâ veritate magis noxia eſt illâ, quæ omnem quæſtionem dirimendam eſſe vult, & parti utrique aſſenſum denegare nequit. Nulla tamen Mentis affectio magis vulgaris eſt.

Quiſque quantumvis parum quæſtionem examinaverit, inter ſententias diverſas quandam ſibi eligit, & minimè dein ſollicitus eſt de argumentis quibus everti poteſt: tanquam pro aris & focis pro hac pugnandum eſſe ſibi perſuadet. Quibus ipſam defendat, quibus aliis reſpondeat, quærit argumenta, de ipſa Veritate parum ſollicitus.

Hinc innumeri errores, hinc quare vix nunquam corrigantur: ad extrema ſemper vergit Mens humana, aut de omnibus dubitat, aut invalidis argumentis aſſenſum dat, nunquam fere certa à dubiis ſeparat.

Quantum majores in inveſtigandâ Veritate progreſſus facerent Terricolæ, ſi, quàm facillimè ſe errare, & non omnia, quibus aſſenſum dant, ritè examini fuiſſe ſubjecta, perſuaſum haberent, operamque in corrigendis erroribus ſedulam darent!

Sed non noſtro ſolo ſermone terminatur Solemnitas hæc. Regulas de vitando errore, ubi de Evidentiâ agitur Morali, ſilentio prætermiſi; & illa quæ ſpectant errorum fontes ſupprimam, generalia Evidentiæ fundamenta indicaſſe contentus.

Maximam cum iis quæ explicavi affinitatem habet Probabilitas. *Latè admodum patet hæc, à multis cum Evidentiâ Morali confunditur; non illam, ſi tempus daretur, intactam relinquerem. Nunc autem malo unicum, quod Vobis magis gratum futurum mihi probabile videtur, hoc addere verbum,*

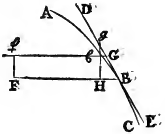
DIXI.

MO-

MONITUM

De Demonſtrationibus quæ quantitates infinitè exiguas pro fundamento habent.

IN multis demonſtrationibus, in ſcholiis datis, quantitates conſideramus infinitè exiguas, & ita haſce proponimus, ut & à lectoribus intelligi poſſint, quibus illa, quæ de talibus quantitatibus à Geometris fuere explicata, ignota ſunt. Ne autem ipſis ſcrupulus ullus circa demonſtrationes in mente hæreat, & ne ſibi de talibus demonſtrationibus non exactam forment ideam, monitum præmittere non inutile credidi.



Sit curva quæcunque ABC; quam in B tangit linea DE; ſint rectæ duæ quæcunque FB, *f*G, parallelæ, junctæ lineâ F*f*; quarum *f*G curvam ſecat in *b*; ſit etiam H*b* parallela F*f*, ſecans tangentem DE in *g*. Si nunc concipiamus, F*f* minui, id eſt lineam, *f*G motu parallelo ferri, dum etiam, per interſectionem hujus lineæ cum curvâ, motu parallelo fertur *gb*H, clarum eſt rationes inter *g*B, *g*H, HB, non mutari, donec, coincidentibus *f*G, FB, lineolæ omnes ſimul evaneſcant.

In eodem lineæ *f*G motu, rationes inter *b*B, *b*H, HB, continuò mutantur, donec ubi evanuere nullæ rationes dentur; in ipſo autem momento evaneſcentiæ dantur rationes ab omnibus, quæ in præcedentibus momentis locum habuere, diverſæ.

Sic corpus quod cadit, & liberè cadendo continuò celeriùs movetur, ubi ad punctum quodcunque pervenit, velocitatem habet majorem omnibus velocitatibus quas antequam ibi perveniret habuit, minorem autem omnibus illis, quas habebit poſtquam punctum prætergreſſum erit, peculiariſque eſt velocitas qua ad punctum appellit,

appellit, ab omnibus aliis, quibus ad puncta alia quæcunque pervenit, diverſa. Eodem modo non agitur hic de rationibus, quas habent quantitates ante evaneſcentiam, aut poſtquam evanuere, ſed quas habent dum evaneſcunt.

In ipſo autem hoc momento evaneſcentiæ, quia curva in puncto contactûs cum tangente coincidit, confunduntur puncta G, *g*, *b*, & rationes inter *b*B, *b*H, HB, non differunt à rationibus *g*B, *g*H, HB.

Ubi in demonſtrationibus B*b* infinitè exiguam ponimus, hanc pro rectâ habemus, & memoratam æqualitatem rationum, etiam ponimus: Hæc tamen mathematicè vera non ſunt, niſi in momento evaneſcentiæ; ubi ergo loquimur de quantitatibus infinitè exiguis, intellige evaneſcentes, & demonſtrationes nulli Mathematicæ demonſtrationi firmitate cedent.

Clarum etiam eſt in momento evaneſcentiæ *fb* & FB confundi reveraque æquales eſſe, ergo in demonſtratione quacunque in qua portionem curvæ *b*B infinitè exiguam ponimus, quia hanc evaneſcentem intelligimus, tutò lineas ut *fb*, & FB pro æqualibus habemus.

Demonſtrationes hæ diſtingui debent à demonſtrationibus in quibus error, licet inſenſibilis, datur, qualis eſt demonſtratio N. 2384. ex qua deducimus ſonum, ſive majorem ſive minorem, eâdem ſemper velocitate per eundem aërem moveri; quod mathematicè verum non eſt, ſed differentia velocitatum, quando datur, ita exigua eſt, ut nullâ arte percipi poſſit, quare differentiam in Phyſicis negligimus; eodem modo ac in praxi geometriæ, ubi montis altitudinem conſideramus, hanc non pro mutatâ habebimus, quamvis arenula adjecta ſit. In talibus autem demonſtrationibus non agitur de quantitatibus infinitè exiguis, ſed de quantitatibus finitis; numero enim finito non modò exprimi poteſt ratio inter arenulæ diametrum & montis altitudinem, ſed & inter illam diametrum & telluris diametrum, aut ſi velis diſtantiam ſtellæ fixæ cujuſcunque à Tellure.

In hiſce demonſtrationibus in quibus pro æqualibus habemus quantitates, quæ tali inſenſibili quantitate differunt, error in demonſtratione ſenſibilis non erit, & ideò, ubi de rebus ipſis agitur, de quibus ſenſibus dijudicamus, demonſtrationes hæ à Mathematicis jure admittuntur; ex Matheſi purâ removentur, quæ tamen admittit, ut demonſtravimus, demonſtrationes quæ infinitè exiguas, aut evaneſcentes, quantitates pro fundamento habent.

INDEX CAPITUM.

LIBER I.

PARS I.

De Corpore in genere.

CAP. I. *De Scopo Phyſices & Regulis philoſophandi.* Pag. 1.
II. *De Corpore in genere.* 3.
III. *De Extenſione, Soliditate, & Vacuo.* 5.
IV. *De Diviſibilitate Corporis in infinitum, & Partium ſubtilitate.* 7.
SCHOL. 1. *Infinitum Finito contineri, &c.* 10.
2. *De Infinitorum inæqualitate.* 12.
3. *De Infinitorum Claſſibus.* 13.
4. *De Partium ſubtilitate.* 15.
Cap. V. *De Cohæſione Partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate & Elaſticitate.* 16.
SCHOL. 1. *De Effectu, Attractionis Vitri in Aquam, generaliter conſiderato.* 25.
2. *De Tubis Capillaribus.* 26.
3. *De Adſcenſu Aquæ inter Plana vitrea.* ibid.
4. *De Motu Guttæ inter Plana vitrea.* 27.
Cap. VI. *De Motu in genere, ubi de Loco & Tempore.* 28.

LIBRI I. PARS II.

De Actionibus Potentiarum.

CAP. VII. *De Actionibus Potentiarum comparandis.* 30.
VIII. *Generalia circa Gravitatem.* 34.
IX. *De quibusdam Machinis, quæ in pluribus Experimentis uſu veniunt.* 36.
X. *De Librâ & Centro Gravitatis.* 41.
SCHOL. 1. *De Centro Gravitatis, & hujus inveſtigatione.* 48.
2. *Arithmetica Mechanica.* 50.

** ** ** ** *

CAP.

CAP. XI. *De Vecte, Machinarum ſimplicium Primâ.* P. 51.
XII. *De Axe in Peritrochio, Machinarum ſimplicium ſecundâ.* 58.
XIII. *De Trochleâ, Machinarum ſimplicium tertiâ.* 60.
XIV. *De Cuneo & Cochleâ, Machinarum ſimplicium quartâ, & quintâ.* 63.
SCHOL. 1. *De Ligno findendo.* 69.
2. *Machinæ cujuſdam examen.* 70.
CAP. XV. *De Machinis compoſitis.* ibid.
XVI. *De Potentiis obliquis.* 76.

LIBRI I. PARS III.

De Motibus, Potentiarum Actionibus, mutatis.

CAP. XVII. *De Naturæ Legibus Newtonianis.* 93.
XVIII. *De Acceleratione & Retardatione Gravium.* 98.
XIX. *De Deſcenſu Gravium ſuper Plano inclinato.* 101.
XX. *De Oſcillatione Pendulorum.* 106.
SCHOL. 1. *In quo quædam in hoc Capite memoratæ Cycloidis proprietates demonſtrantur.* 110.
2. *De Cycloydis deſcriptione.* 122.
3. *De Motu in Cycloide.* 123.
4. *De Centro Oſcillationis determinando.* 124.
5. *De Lineâ celerrimi deſcenſûs.* 128.
CAP. XXI *De Uſu Machinarum.* 130.
SCHOL. 1. *In quo illuſtrantur quæ de Vecte in initio hujus Capitis fuere dicta.* 137.
2. *De Machinarum Indicibus.* 139.
3. *De Actione totali minimâ determinandâ.* 142.
CAP. XXII. *De Projectione Gravium.* 143.
XXIII. *De Viribus Centralibus.* 151.
SCHOL. 1. *Generalia de Viribus Centralibus.* 181.
2. *De Motu in Circulo.* 183.
3. *De Motu in Ellipſi.* 184.
4. *De Motu in Orbitâ agitatâ.* 187.
5. *De Motu in Ellipſi agitatâ.* 190.
6. *De Computatione Motuum Apſidum in Curvis parum cum Circulo differentibus.* 192.

LIBER

LIBER II.

PARS I.

De Viribus inſitis.

CAP. I. *De Naturâ, Geneſi, & Deſtructione Virium in genere, harumque differentiis cum Preſſionibus.* P. 195.
II. *De Menſurâ Virium ex harum Geneſi.* 201.

SCHOL. 1. *De viribus Pendulorum.* 224.
2. *Computationes de motibus Penduli compoſiti in* 1. 3. *&* 4. *Experim. hujus Capitis, adhibiti.* 225.

CAP. III. *De Actionibus Virium, harumque Deſtructione.* 229.

SCHOL. 1. *Comparatio Segmentorum Sphæræ.* 246.
2. *De Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, generaliter.* 248.
3. *De his ipſis Temporibus, in quibuſdam caſibus peculiaribus.* 249.
4. *De conferendis Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, datis Figuris quibusdam peculiaribus.* 252.

LIBRI II. PARS II.

De Corporum Colliſione ſimplici, directâ & obliquâ.

CAP. IV. *De Corporum Colliſione ſimplici directâ.* 255.

SCHOL. 1. *Demonſtrationes de Corporibus poſt ictum quieſcentibus.* 278.
2. *Demonſtrationes Algebraicæ Regularum, quibus Velocitates Corporum poſt impactum determinantur.* ibid.
3. *Mutationum, quæ in Viribus Corporum, durante Colliſione contingunt, Demonſtratio Geometrica.* 279.
4. *De Temporibus, quibus Percuſſiones abſolvuntur, & de Mutationibus Virium, & Velocitatum, quæ certis Temporibus contingunt, comparandis inter ſe.* 281.

CAP. V. *De Colliſione Corporum, quæ ex variis Corporibus junctis efficiuntur: ubi de Centro Percuſſionis.* 283.

SCHOL. 1. *Demonſtrationes illorum, quæ ſpectant talium Corporum Colliſiones.* 288.
2. *Examen Experimenti circa Corpora in Lancem, aut Brachium, Libræ impacta.* 291.
3. *De Centro Oſcillationis & Percuſſionis.* 295.

CAP. VI. *De Congreſſu Corporum Elaſticorum.* Pag. 297.

SCHOL. 1. *In quo ad Corpora Elaſtica, demonſtrata in Scholio 3. Cap. IV. hujus Libri, extenduntur.* 314.

2. *Uberior Demonſtratio de Virium æqualitate ante & poſt Colliſionem in Corporibus Elaſticis.* ibid.

3. *Illuſtratio circa mutuam Corporum Elaſticorum Actionem.* 315.

4. *Paradoxi Explicatio.* 318.

CAP. VII. *De Motu compoſito.* 319.

VIII. *De Percuſſione obliquâ.* 324.

LIBRI II. PARS III.

De Colliſione compoſitâ.

CAP. IX. *De Colliſione duplici.* 331.

SCHOL. 1. *Demonſtrationes Colliſionum trium Corporum in eadem lineâ motorum.* 346.

2. *Inveſtigatio Velocitatum in hoc ipſo caſu, quando tria Corpora ſunt elaſtica.* 348.

3. *De Corporibus ſimul juxta eandem directionem in aliud incurrentibus, ſed quorum percuſſiones inæqualiter durant.* 350.

4. *Demonſtratio de duplici impactione, juxta directiones diverſas.* ibid.

5. *De Percuſſionibus, quæ in hoc ipſo caſu æqualiter durant.* 351.

CAP. X. *De Motu Centri gravitatis.* 351.

SCHOL. 1. *De Viribus Corporum ſeparatim motorum; ſed quæ omnia ſimul conſiderantur.* 358.

2. *De Motu Centri Gravitatis in quibuſdam caſibus peculiaribus.* 360.

3. *Inveſtigatio Motuum Corporum concurrentium, & ſine impactione in ſe mutuò agentium.* 361.

CAP. XI. *De trium Corporum Colliſione triplici.* 362.

SCHOL. *Demonſtratio conſtructionis, quâ in hoc caſu Velocitates Corporum poſt ictum determinantur.* 365.

LIBRI II. PARS IV.

De Legibus Elaſticitatis.

CAP. XII. *De Fibris elaſticis.* 367.

XIII. *De Laminarum Elaſticitate.* 381.

SCHOL. *De determinando defectu Elaſticitatis, & tempore quo Elaſterium relaxatur.* 391.

CAP.

CAP. XIV. *De Solidis Elaſticis.* Pag. 393.

SCHOL. *De Temporibus in quibus Inflexiones Corporum elaſticorum abſolvuntur.* 399.

LIBER III.

PARS I.

De Gravitate & Preſſione Fluidorum.

CAP. I. *De Gravitate partium Fluidorum, & illius Effectu in ipſis Fluidis.* 401.

II. *De Actione Fluidorum in fundos, latera & opercula vaſorum quibus continentur.* 406.

III. *De Solidis Fluidis immerſis.* 417.

IV. *De explorandis Corporum ponderibus.* 432.

V. *De comparandis Fluidorum denſitatibus.* 437.

VI. *De Hydroſtaticâ Solidorum comparatione.* 443.

LIBRI III PARS II.

De Motu Fluidorum.

CAP. VII. *De Celeritate Fluidi, ex Preſſione Fluidi ſuperincumbentis.* 448.

VIII. *De Fluidis proſilientibus.* 454.

IX. *De Quantitate Fluidi, ex vaſis profluentis, determinandâ, & Irregularitatibus in hoc Motu.* 465.

SCHOL. *De determinando Tempore in quo determinata Aquæ quantitas ex vaſe profluit.* 478.

X. *De Curſu Fluminum.* 479.

XI. *De Motu Undarum.* 492.

LIBRI III. PARS III.

De Fluidorum motorum Actionibus & Reſiſtentiis.

CAP. XII. *De Fluidorum motorum Impetu.* 499.

SCHOL. *Demonſtratio de Actione maximâ ex Impetu in obſtaculum tranſlatum.* 504.

Digitized by Google

CAP. XIII. *De Fluidorum motorum Actione laterali.* P. 504.
XIV. *De Machinis Hydraulicis.* 511.
SCHOL. 1. *Demonſtratio de aquâ effluente.* 523.
2. *Demonſtratio illorum, quæ de Actionibus maximis indicantur in Nis. 1859. & 1863.* 524.
3. *Demonſtratio Actionis maximæ, in Nis. 1865. 1866. memoratæ.* 525.

LIBRI III. PARS IV.

De Corporibus motis in Fluidis.

CAP. XV. *De Reſiſtentiâ quam patiuntur Corpora per Fluida mota.* 527.
SCHOL. *Demonſtrationes de Reſiſtentiâ Coni & Globi.* 547.
CAP. XVI. *De Retardatione Corporum in Fluidis motorum.* 549.
SCHOL. 1. *De Logarithmicâ.* 558.
2. *De Retardatione in genere.* 560.
3. *De Retardatione ex primâ cauſâ.* ibid.
4. *De Retardatione ex ſecundâ cauſâ.* 561.
5. *De ambabus Retardationibus conjunctim.* 563.
6. *De Corporibus in altum projectis.* 566.
7. *De Corporibus in Fluidis cadentibus.* 567.
8. *Illuſtratio quorundam quæ ad Retardationem ſpectant.* 569.

LIBER IV.

PARS I.

De Aëre & aliis Fluidis elaſticis.

CAP. I. *Aërem Fluidorum proprietates habere.* 573.
II. *De Aëris Elaſticitate.* 577.
III. *De quibusdam aliis Fluidis elaſticis.* 585.
IV. *De Antliâ pneumaticâ.* 589.
V. *Experimenta varia circa Aëris Gravitatem & hujus Elaſticitatem.* 598.
VI. *Variarum Machinarum, quarum actio ab Aëre pendet, Deſcriptio, & harum Effectuum Explicatio.* 624.
VII. *De Aëris Motu undulatorio, ubi de Sono.* 630.

SCHOL.

SCHOL. 1. *De Soni Propagatione, & hujus Velocitate.* Pag. 651.
2. *De Soni Intenſitate.* 654.

LIBRI IV. PARS II.

De Igne.

CAP. VIII. *De Ignis proprietatibus in genere.* 655.
IX. *Generalia de Calore & Lumine.* 657.
X. *De Dilatatione ex Calore.* 660.
XI. *De Igne Corporibus contento, ubi de Electricitate.* 667.
XII. *De Motu Ignis debiliori. Ubi de Caloris communicatione.* 681.
XIII. *De violentiori Ignis motu. Ubi de Corporum Diſſolutione actione Ignis.* 686.
XIV. *De Extinctione Ignis, & de Frigore.* 696.

LIBER V.

PARS I.

De Motu Luminis & hujus Inflexione.

CAP. I. *De Velocitate Luminis.* 701.
II. *De Radiis ſolaribus dirigendis.* 714.
SCHOL. *Demonſtratio Effectûs Helioſtatæ.* 723.
CAP. III. *De Inflexione Radiorum Luminis.* 725.

LIBRI V. PARS II.

De Luminis Refractione.

CAP. IV. *De Machinis, quibus Experimenta de Luminis Refractione demonſtrantur.* 733.
V. *De Luminis Refractione, & hujus Legibus.* 740.
SCHOL. *Demonſtrationes Legum Refractionis.* 748.
CAP. VI. *De diverſâ diverſorum Corporum actione in Lumen.* 751.
SCHOL. *De Viribus determinandis, quibus Corpora in Lumen agunt.* 757.

CAP.

Digitized by Google

CAP. VII. *De Luminis Refractione, quando Media ſuperficie planâ ſeparantur.* Pag. 759.

SCHOL. *Demonſtrationes de Refractione Radiorum obliquorum.* 767.

CAP. VIII. *De Refractione Luminis, poſitis mediis ſuperficie ſphæricâ ſeparatis.* 769.

SCHOL. 1. *Demonſtratio Regulæ, de determinandâ Refractione Radiorum directorum, traditæ in N°. 2930.* 783.
2. *Demonſtratio de Refractione Radiorum parallelorum obliquorum, in N°. 2980. explicatâ.* ibid.
3. *De Refractione Radiorum obliquorum divergentium aut convergentium, de quibus in N°. 2982.* 784.

CAP. IX. *De Motu Luminis trans medium magis refringens. Ubi de Lentium affectionibus.* 786.

SCHOL. *Demonſtrationes Regularum de Refractionibus per vitra, in N^is. 3030. & 3035. traditarum.* 795.

CAP. X. *De Viſu. Ubi de Oculi Conſtructione.* 796.
XI. *De Viſione trans vitra, & corrigendis quibuſdam Oculorum vitiis.* 810.

SCHOL. *De mutatâ magnitudine apparente.* 817.

CAP. XII. *De Microſcopiis & Teleſcopiis.* 819.

SCHOL. *Demonſtratio Regulæ, in N°. 3229. traditæ de determinandis Aperturis, & Lentibus Ocularibus, Teleſcopiorum.* 832.

LIBRI V. PARS III.

De Luminis Reflexione.

CAP. XIII. *De Luminis Reflexione & hujus Lege.* 833.
XIV. *De Speculis Planis.* 840.
XV. *De Speculis ſphæricis convexis.* 842.

SCHOL. *Demonſtratio Regulæ, in N°. 3277. datæ, qua apparentia Puncti determinatur.* 845.

CAP. XVI. *De Speculis ſphæricis cavis.* 846.

SCHOL. 1. *De determinandâ Speculi cauſtici Diametro.* 856.
2. *De lineis cauſticis per Reflexionem.* 857.

CAP. XVII. *De Teleſcopiis Catoptricis.* Pag. 858.

SCHOL. 1. *De Radiorum diſperſione à Reflexione ſpeculi cavi.* 868.
2. *De comparandis Teleſcopiis Newtonianis inter ſe.* 869.
3. *De determinandis amplificationibus in Teleſcopiis Gregorianis.* 870.
4. *De comparandis Teleſcopiis Gregorianis inter ſe, & cum Newtonianis, ut & de comparandis Catoptricis & Dioptricis Teleſcopiis.* 871.

CAP. XVIII. *De Lucernâ Magicâ.* 873.

LIBRI V. PARS IV.

De Opaco & Coloribus.

CAP. XIX. *De Corporum Opacitate.* 879.
XX. *De diverſâ Radiorum ſolarium Refrangibilitate, & illorum Coloribus.* 883.
XXI. *Radios non Refractione mutari.* 895.
XXII. *Radios nullâ mutari Reflexione.* 901.
XXIII. *De Colorum permixtione, ubi de Albore.* 906.
XXIV. *De Iride.* 911.

SCHOL. 1. *Computationes de primâ Iride.* 918.
2. *Computationes de ſecundâ Iride.* 919.

CAP. XXV. *De tenuium Laminarum Coloribus.* 920.
XXVI. *De Corporum naturalium Coloribus.* 929.

LIBER VI.

PARS I.

De Mundi Syſtemate.

CAP. I. *Idea generalis Syſtematis planetarii.* 935.
II. *De Motu apparenti.* 945.
III. *De Phænomenis Solis ex Motu Telluris in Orbitâ.* 949.
IV. *De Phænomenis Planetarum Inferiorum, ex horum, & Telluris, Motibus in Orbitis ſuis.* 951.

CAP. V. *De Phænomenis Planetarum ſuperiorum, ex horum, & Telluris, Motibus in Orbitis ſuis.* Pag. 955.

VI. *De Phænomenis Satellitum, ex Motu horum in Orbitis. Ubi de Eclipſibus Solis & Lunæ.* 957.

VII. *De Phænomenis ex Motu Solis, Planetarum & Lunæ circa Axes.* 963.

VIII. *De Phænomenis, Telluris ſuperficiem, & peculiares hujus partes, ſpectantibus.* 968.

IX. *De Phænomenis ex Motu Axeos Telluris.* 982.

X. *De Stellis fixis.* 984.

LIBRI VI. PARS II.

Motuum cœleſtium Cauſæ Phyſicæ.

CAP. XI. *De univerſali Gravitate.* 987.

SCHOL. *De Gravitate in ſphæram, ſive ſolidam, ſive cavam.* 997.

CAP. XII. *De Materiâ cœleſti: ubi vacuum dari probatur:* 1000.

XIII. *De Motu Telluris.* 1005.

XIV. *De Denſitate Planetarum.* 1010.

SCHOL. *De Diſtantiâ Lunæ, poſitâ Tellure immobili.* 1015.

CAP. XV. *Totius Syſtematis planetarii Explicatio Phyſica.* 1016.

SCHOL. *De Corporibus circa commune Gravitatis Centrum revolutis.* 1023.

CAP. XVI. *Motûs Lunæ Explicatio Phyſica.* 1024.

XVII. *De Planetarum Figuris.* 1045.

SCHOL. 1. *De quibusdam Ellipſeos proprietatibus.* 1049.
2. *De Planetarum Figuris in genere.* 1052.
3. *De Telluris Figurâ determinandâ.* 1056.
4. *Determinatio Gravitatis in locis diverſis.* 10[illegible].

CAP. XVIII. *Motûs Axeos Telluris Explicatio Phyſica.* 1059.

XIX. *De Æſtu Maris.* 1061.

XX. *De Lunæ Denſitate & Figurâ.* 1069.

Digitized by Google

INDEX TABULARUM.

In primâ Columnâ habentur Tabulæ & Figuræ, in ipſis delineatæ. Literæ TAB. denotant Tabulam, & *Fig.* Figuras.

In ſecundâ Columnâ exhibetur ad quam partem veræ magnitudinis dimenſiones Machinarum ſint reductæ in Figuris. Sic v. g. numeri 2, 3, 4 &c. denotant Dimenſiones fuiſſe reductas ad dimidiam, tertiam, quartam &c. partem. Literæ verò *v. m.* deſignant Machinam fuiſſe juxta veram magnitudinem repræſentatam.

In tertiâ Columnâ occurrunt pagiuæ ad quas referri debent Tabulæ, & numeri in quibus mentio extat uniuſcujuſque figuræ: *p.* denotat paginam, & *n.* numeros.

TAB. I.			p. 24.
Fig.	1.		n. 33.
	2.		54. 77.
	3.		78.
	4.	3.	85.
	5.		88. 91. 92.
	6.	v. m. (5.–7.)	88. 91.
	7.		91. 93.
TAB. II.			p. 28.
Fig.	1.		n. 46.
	2.		47.
	3.		51.
	4.		55.
	5.		99.
	6.		100.
	7.		102.
	8.		106. 107.
	9.		108.
	10.		ibid.
	11.		110.
TAB. III.			p. 36.
Fig.	1.		n. 81.
	2.		82.
	3.		83.
	4.	4. (4.–5.)	84. 106.
	5.		90.
	6.		158.

TAB. IV.			p. 42.
Fig.	1.		n. 159. 160.
	2.	2. (1.–4.)	160.
	3.		159. 161.
	4.		161.
	5.	6.	162.
	6.		165.
	7.	2. (6.–9.)	167.
	8.		170.
	9.		173.
TAB. V.			p. 48.
Fig.	1.	6. (1.–2.)	n. 198.
	2.		200.
	3.	2. (3.–4.)	186. 207.
	4.		208.
	5.	4.	211.
	6.	6.	213.
TAB. VI.			p. 50.
Fig.	1.		n. 184.
	2.		185.
	3.		186.
	4.	6. (3.–5.)	194.
	5.		196.
	6.	8.	205.
	7.		214.
	8.		216.

Digitized by Google

INDEX TABULARUM.

Tab. VII.			p. 52.
Fig.	1.	6.	n. 210.
	2.		232. 233. 234. 336.
	3.	6.	ibid.
	4.		ibid.

Tab. VIII.			p. 60.
Fig.	1.		n. 238.
	2.		239.
	3.	6.	243.
	4.		247.
	5.		254.
	6.	5.	256.

Tab. IX.			p. 64.
Fig.	1.		n. 250.
	2.		ibid.
	3.	6.	260.
	4.		264.
	5.		266.
	6.		269.
	7.	4.	270.
	8.		267. 271.

Tab. X.			p. 74.
Fig.	1.		n. 272.
	2.	3.	279.
	3.		279.
	4.	6.	281.
	5.		286.
	6.	5.	301.

Tab. XI.			p. 78.
Fig.	1.	5.	n. 293.
	2.		295.
	3.	2.	299.
	4.	4.	268. 303.
	5.	2.	304. 305.
	6.		310.

Tab. XII.			p. 86.
Fig.	1.	6.	n. 312.
	2.		315.
	3.	6.	322. 326. 327.
	4.	3.	323.
	5.		324.
	6.		332.

Tab. XIII.			p. 90.
Fig.	1.		n. 325. 326.
	2.		328.
	3.	6.	335.
	4.		338.
	5.	6.	342.
	6.		346.

Tab. XIV.			p. 98.
Fig.	1.	4.	n. 330.
	2.	6.	352. 354.
	3.	3.	353.
	4.	6.	ibid.
	5.		366.

Tab. XV.			p. 108.
Fig.	1.		n. 359.
	2.		373. 379.
	3.		385.
	4.		393.
	5.		394.
	6.	10.	400.
	7.	5.	402.

Tab. XVI.			p. 124.
Fig.	1.		n. 405. 441.
	2.		408.
	3.		409. 470.
	4.		419.
	5.	11.	428.
	6.		439. 446.
	7.		467.

Tab. XVII.			p. 130.
Fig.	1.		n. 424. 471.
	2.		431.
	3.	5.	454.
	4.		456. 465.
	5.		458. 488.
	6.		483.
	7.		ibid.
	8.		485.

Tab. XVIII.			p. 144.
Fig.	1.		n. 461.
	2.		477.
	3.		481.

Digitized by Google

	4.		495.
	5.		519. 521.
	6.		526.
	7.		534.
	8.		537.
TAB. XIX.			p. 152.
Fig.	1.		n. 540.
	2.		542.
	3.	5.	543.
	4.		545.
	5.		545. 553. 1614. 1615.
	6.		557.
TAB. XX.		8.	p. 180. n. 567. 571. 577. 580. 606. 608. 610. 612. 614. 617. 622.
TAB. XXI.			p. 180.
Fig.	1.		n. 568. 594.
	2.	} 8.	573.
	3.		576.
	4.	6.	590.
TAB. XXII.			p. 180.
Fig.	1.		n. 580.
	2.	} 8.	583. 614.
	3.		583.
	4.		585.
	5.	4.	606.
	6.	8.	614.
	7.	4.	615.
TAB. XXIII.			p. 180.
Fig.	1.		n. 569.
	2.		571. 594. 595.
	3.	} 4.	594.
	4.		595. 600.
	5.		597.
	6.	*v. m.*	599.

TAB. XXIV.			p. 194.
Fig.	1.		n. 625.
	2.		639. 642.
	3.		648.
	4.		641. 650.
	5.		654.
	6.		656.
	7.		657.
	8.		658.
	9.		660.
	10.		ibid.
	11.		662.
	12.		664.
	13.		671.
TAB. XXV.			p. 216.
Fig.	1.		n. 728. 769.
	2.	12*.	739. 743. 837.
	3.	14.	760.
	4.	6.	761.
TAB. XXVI.			p. 216.
Fig.	1.	} 4.	n. 738.
	2.		740. 741. 1346.
	3.	} *v. m.*	740. 1346.
	4.		740.
	5.	4.	744.
	6.	2.	1090.
	7.	4.	1102. 1104.
TAB. XXVII.			p. 218.
Fig.	1.	} 14.	n. 760. 768. 775. 778. 828. 938. 951. 952. 1103. 1191.
	2.		760.
TAB. XXVIII.			p. 218.
Fig.	1.	4.	n. 739. 778.
	2.	} 3.	763.
	3.		767.
	4.	} 4.	769. 770. 778.
	5.		774.

*. Figurarum *p o l* & G dimenſiones ad ſextam partem ſunt tantùm reductæ.

6.	6.	777.
7.		771. 852.
8.		827.
9.	4.	771. 857.
10.		771.
11.		1191.
TAB. XXIX.		p. 220.
Fig. 1.		n. 745.
2.	10.	ibid.
3.		ibid.
4.		779.
5.	4.	780.
6.		781.
TAB. XXX.		p. 240.
Fig. 1.		n. 820.
2.		837.
3.		ibid.
4.	10.	ibid.
5.		838.
6.		ibid.
TAB. XXXI.		p. 246.
Fig. 1.		n. 785.
2.	10.	786.
3.		787.
4.		ibid.
5.		831.
6.		ibid.
7.		843.
8.		ibid.
9.	4.	846. 848.
10.		846.
11.		852.
12.		857.
13.		ibid.
TAB. XXXII.		p. 254.
Fig. 1.		n. 750. 1039.
2.	10.	833. 834.
3.	4.	833.
4.	2.	834. 855.
5.		870.
6.		882.
7.		891.
8.		899. 907.
TAB. XXXIII.		p. 270.
Fig. 1.		n. 944.
2.		945.
3.		947.
4.		950. 957.
5.		952. 957.
6.		ibid.
7.	4.	969.
8.		971.
9.		972.
10.		976.
11.		ibid.
12.		978.
13.		979.
TAB. XXXIV.		p. 276.
Fig. 1.		n. 981.
2.		982.
3.		983.
4.		986.
5.		ibid.
6.	4.	989.
7.		991.
8.		993.
9.		996.
10.		997.
TAB. XXXV.		p. 296.
Fig. 1.		n. 1004. 1256.
2.		1005.
3.		1043. 1056.
4.	6.	1072.
5.		1074.
6.		ibid.
7.		ibid.
8.		1079.
TAB. XXXVI.		p. 310.
Fig. 1.		n. 1096.
2.	4.	1097.
3.		1098.

4.		1105.
5.		1113.
6.		1114.
7.		1115.
8.		1116.
9.		1117.
10.		1118.

Tab. XXXVII.		p. 316.
Fig. 1.		n. 987. 1108. 1135.
2.		987. 990. 1108. 1135. 1136.
3.		1016. 1134.
4.		ibid.
5.		1121.
6.		1123.
7.		1129. 1130.
8.		ibid.
9.		1129.
10.		ibid.
11.		ibid.
12.	4.	1132.
13.		1135.
14.		1136.

Tab. XXXVIII.		p. 330.
Fig. 1.		n. 1148.
2.		1149. 1153. 1159.
3.		1149. 1156. 1160.
4.		1149. 1157. 1160.
5.		1163.
6.		1164.
7.		ibid.
8.		1171.
9.		ibid.
10.		ibid.
11.		ibid.
12.		ibid.
13.		ibid.

Tab. XXXIX.		p. 346.
Fig. 1.	10.	n. 1168.
2.	2.	ibid.
3.		1169.
4.	10.	1208.
5.		ibid.

Tab. XL.		p. 360.
Fig. 1.		n. 1173.
2.		1191.
3.	4.	ibid.
4.		1193.
5.		1238.
6.		1251.

Tab. XLI.		p. 362.
Fig. 1.		n. 1177.
2.		ibid.
3.		1178.
4.		1182. 1189. 1194. 1216.
5.		1182. 1216.
6.		1199. 1210. 1221. 1254.
7.		1199. 1210. 1254.
8.		1223.
9.		1216.
10.		1250.

Tab. XLII.		p. 368.
Fig. 1.		n. 1196. 1220. 1246.
2.		1197. 1220. 1246.
3.		1198.
4.		1259. 1271.

Tab. XLIII.		p. 388.
Fig. 1.		n. 1282. 1294. 1307.
2.		1286. 1292.
3.		1294.
4.	8*.	1297. 1309. 1324.

* Figurarum GIG, ONV, S, dimenſiones ſunt reductæ ad dimidiam partem.

5.		1336.
6.		1339.
7.		1340.

Tab. XLIV.		p. 400.
Fig. 1.		n. 1346.
2.		1354.
3.		ibid.
4.	4.	1355.
5.		1356.
6.		1358.
7.		ibid.
8.	6.	1337.
9.		1373.
10.		1375.
11.		1385.
12.		1389. 1397.

Tab. XLV.		p. 410.
Fig. 1.		n. 1412.
2.		1417. 1420.
3.	4.	1427.
4.		1429.
5.		1433.

Tab. XLVI.		p. 412.
Fig. 1.	14.	n. 1441.
2.		1443.

Tab. XLVII.		p. 416.
Fig. 1.	10.	n. 1423.
2.		1424.
3.	12.	1446.
4.	10.	1449.
5.		1451.

Tab. XLVIII.		p. 424.
Fig. 1.	7.	n. 1444.
2.		1469.
3.	6.	1472.
4.		ibid.
5.		1473.
6.	2.	1488.

Tab. XLIX.		p. 426.
Fig. 1.	6.	n. 1480. 1490. 1527.
2.		1497.

Tab. L.		p. 430.
Fig. 1.	5.	n. 1502.
2.	7.	1504.
3.	10.	1510.
4.	5.	1513.

Tab. LI.		p. 446.
Fig. 1.	4.	n. 1508.
2.	5.	1517.
3.	4.	1519.
4.	8.	1543.
5.	3.	1554.
6.		1567.

Tab. LII.		p. 448.
Fig. 1.	6.	n. 1524. 1546. 1559.
2.		1559. 1560.
3.	2.	1526.
4.		1570.

Tab. LIII.		p. 464.
Fig. 1.	10.	n. 1614. 1615.
2.		1614.
3.		ibid.
4.	2/5.	ibid.
5.		ibid.
6.		ibid.
7.		ibid.

Tab. LIV.		p. 474.
Fig. 1.		n. 1577. 1628.
2.	12.	1584. 1587. 1595. 1600. 1602. 1622. 1624.
3.	2.	1598. 1600.
4.		1619. 1623.
5.		1643.
6.		1643. 1646.

Tab. LV.		p. 478.
Fig. 1.		n. 1644.
2.		ibid.
3.	10.	1652.
4.		1657.
5.		1660.
6.	4.	1661.
7.		1662.

Tab.

Tab. LVI.			p. 492.
Fig.	1.		n. 1672.
	2.		1698.
	3.		1713.
	4.		1716.
	5.		1735.
Tab. LVII.			p. 506.
Fig.	1.		n. 1737.
	2.		1741.
	3.		1748. 1751. 1752.
	4.		1751.
	5.		1753.
	6.	10.	1761.
	7.		1779.
	8.		1784.
Tab. LVIII.			p. 524.
Fig.	1.	10.	n. 1787. 1792. 1798. 1800. 1802.
	2.	6.	1788. 1803. 1804.
	3.	10.	1808. 1809.
	4.		1813. 1822. 1836. 1858.
	5.		1820. 1823.
	6.		ibid.
	7.		1830.
	8.		1831.
Tab. LIX.			p. 542.
Fig.	1.	15.	n. 1897. 1905. 1908. 1921. 1929.
	2.	*v. m.* (2.–4.)	1908. 1913.
	3.		1921.
	4.		1929.
Tab. LX.			p. 548.
Fig.	1.		n. 1871. 1913.
	2.		1876. 1913.
	3.		1878.
	4.		1896.
	5.		1936.
	6.		1949.
Tab. LXI.			p. 562.
Fig.	1.		n. 1950.
	2.		1981.
	3.	12.	1990.
	4.	4.	ibid.
	5.		2008.
Tab. LXII.			p. 572.
Fig.	1.		n. 1992. 1999. 2012.
	2.		1996. 1999. 2018.
	3.		2014.
	4.		2027. 2049.
	5.		2052.
	6.		2065.
Tab. LXIII.			p. 588.
Fig.	1.	12.	n. 2085. 2087. 2093.
	2.		2088.
	3.		2090.
	4.	12. (4.–6.)	2098.
	5.		2102.
	6.		2108.
	7.		2112.
	8.	6.	2129.
Tab. LXIV.		8.	p. 596. n. 2138. 2139. 2142. 2148.
Tab. LXV.		3.	p. 596. n. 2139. 2142.
Tab. LXVI.		8.	p. 598. n. 2158.
Tab. LXVII.			p. 608.
Fig.	1.	8.	n. 2164.
	2.	6. (2.–4.)	2167.
	3.		2171.
	4.		2201.
Tab. LXVIII.			p. 610.
Fig.	1.	12.	n. 2116. 2138. 2173. 2176.

	2.		2203.
	3.	6.	2206.
	4.		2207.

TAB. LXIX.			p. *610*.
Fig.	1.	6.	n. 2187. 2192.
	2.		2208.
	3.	5*.	2212.
	4.		2213.

TAB. LXX.			p. *614*.
Fig.	1.	5.	n. 2216. 2220. 2223.
	2.		2217.
	3.	4.	2225.
	4.	14.	2225. 2226.

TAB. LXXI.			p. *616*.
Fig.	1.	6.	n. 2221.
	2.		2228.
	3.	12.	2229.
	4.		2230.

TAB. LXXII.			p. *624*.
Fig.	1.		n. 2233.
	2.	6.	2235.
	3.		2236.
	4.	16.	2252. 2254.

TAB. LXXIII.			p. *624*.
Fig.	1.	3.	n. 2241. 2250.
	2.	$\frac{2}{3}$.	2241. 2247.
	3.		2242.
	4.		2243. 2253.
	5.	3.	2244.
	6.		2257.

TAB. LXXIV.			p. *630*.
Fig.	1.		n. 2258.
	2.		2261.
	3.	10.	2265.
	4.		2268.
	5.		ibid.

TAB. LXXV.			p. *646*.
Fig.	1.		n. 2274.
	2.		2320. 2322.
	3.	5.	2332.
	4.		2350.
	5.	3.	2320. 2350.

TAB. LXXVI.			p. *654*.
Fig.	1.	6.	n. 2316.
	2.	5.	2354.
	3.	12.	2381.
	4.		2384.

TAB. LXXVII.			p. *666*.
Fig.	1.	2.	n. 2427.
	2.		2428.
	3.	3.	2434.
	4.	4.	2441.
	5.	5**.	2449.

TAB. LXXVIII.			p. *668*.
Fig.	1.	4.	n. 2444.
	2.		2457.

TAB. LXXIX.			p. *680*.
Fig.	1.		n. 2459. 2466.
	2.		2463.
	3.	12.	2465.
	4.		2468.
	5.	6.	2494.

* In 2[dâ] figurâ habetur tantùm dimenſio duorum ſegmentorum ſphæræ ſeparatorum; tripodis dimenſio fuit reducta circiter ad decimam quartam partem.

** Figurarum FST & LAB ad dimidiam dimenſionem ſunt reductæ.

TAB.

Tab. LXXX. 7. p. 680. n. 2476. 2486.

Tab. LXXXI. p. 690.
Fig. 1. 6. n. 2476. 2486.
2. 5. 2492.
3. 2. 2449.
4. 5. 2511.
5. 2494. 2554.

Tab. LXXXII. p. 696.
Fig. 1. 4. n. 2557.
2. 4. 2559.
3. 6. 2577.
4. 6. 2579.

Tab. LXXXIII. 3. p. 722. n. 2660.

Tab. LXXXIV. 12. p. 724. n. 2701.

Tab. LXXXV. p. 726.
Fig. 1. n. 2625. 2826.
2. 2640. 2652.
3. 2644. 2645. 2655.
4. 2644. 2651.
5. 2646. 2651. 2652.
6. 2647.
7. ibid.
8. 2710.

Tab. LXXXVI. p. 734.
Fig. 1. n. 2727.
2. 2. 2728. 2746. 2752.
3. 6. 2732.
4. 11. 2735.
5. 2746.
6. 2748.
7. 2752.

Tab. LXXXVII. p. 738.
Fig. 1. 6. n. 2755.
2. 6. 2758.
3. 6. 2759.
4. 6. 2767.
5. 6. 2768.
6. 6. 2769.
7. 6. 2770.

Tab. LXXXVIII. p. 738.
Fig. 1. 6. n. 2761.
2. 6. 2765.
3. 6. 2766.
4. 6. 2772.
5. 6. 2773.

Tab. LXXXIX. p. 748.
Fig. 1. n. 2779. 2805. 2816.
2. 2791.
3. 10. 2794.
4. 6. 2800.

Tab. XC. p. 758.
Fig. 1. 9. n. 2814. 2816.
2. 2820.
3. 2823.
4. ibid.
5. 2826.
6. 9. 2848.
7. 5. ibid.
8. 2861.

Tab. XCI. p. 770.
Fig. 1. n. 2881. 2887. 2891.
2. 6. 2886.
3. 6. 2889.
4. 6. 2893.
5. 6. 2894.
6. 2897. 2903.
7. 2899. 2906.

Tab. XCII. p. 776.
Fig. 1. 10. n. 2935.
2. 10. 2937.
3. 10. 2939.
4. 10. 2941.
5. 10. 2944.
6. 10. 2946.
7. 10. 2949.
8. 10. 2953.
9. 10. 2954.
10. 10. 2955.

Digitized by Google

Tab. XCIII. p. 778.

Fig.		
1.	10.	n. 2962.
2.	10.	2963.
3.	10.	2964.
4.	10.	2965.

Tab. XCIV. p. 780.

Fig.		
1.	10.	n. 2966.
2.	10.	2972.
3.	10.	2973.
4.	10.	2974.

Tab. XCV. p. 784.

Fig.		
1.		n. 2915.
2.		ibid.
3.		ibid.
4.		ibid.
5.		2931. 2989.
6.		ibid.
7.		ibid.
8.		ibid.

Tab. XCVI. p. 786.

Fig.		
1.	8.	n. 2978. 3069.
2.		2980. 2990.
3.		2980.
4.		2982. 2986. 2994.
5.		2982. 2986.

Tab. XCVII. p. 790.

Fig.		
1.	10.	n. 3013. 3015.
2.	10.	3016.
3.	10.	3017.
4.	10.	3018.

Tab. XCVIII. p. 790.

Fig.		
1.	10.	n. 3023.
2.	10.	3024.
3.	10.	3025.
4.	10.	3026.
5.	10.	3027.

Tab. XCIX. p. 796.

Fig.		
1.		n. 3039.
2.		3044.
3.		3054.
4.		ibid.
5.		ibid.

Tab. C. p. 802.

Fig.		
1.		n. 3037. 3055.
2.		ibid.
3.		ibid.
4.	12.	3052.
5.		3061.
6.	8.	3071. 3074.

Tab. CI. p. 816.

Fig.		
1.		n. 3126.
2.		3128.
3.		3131.
4.		3133.
5.		ibid.
6.		3141.
7.		3143.

Tab. CII. p. 820.

Fig.		
1.		n. 3148. 3159. 3167.
2.		3148. 3159. 3167. 3169.
3.		3148. 3159. 3167.
4.		3166.
5.		3166. 3169.
6.		3166.

Tab. CIII. p. 834.

Fig.		
1.		n. 3176.
2.		3181. 3183.
3.		3201. 3202.
4.	10.	3202. 3205.
5.		3210.
6.		3233.

Tab. CIV. p. 842.

Fig.		
1.		n. 3237. 3244.
2.	10.	3242.

3.

Digitized by Google

	3.	3.	3249.
	4.	10.	3250. 3252. 3253.
	5.		3257.
	6.		3263.
TAB. CV.			p. 850.
Fig.	1.		n. 3273.
	2.	8.	3287.
	3.		3288.
	4.		3296.
	5.	17.	3304.
	6.		3307.
TAB. CVI.			p. 858.
Fig.	1.		n. 3308.
	2.	17.	3309.
	3.		3311.
	4.	12.	3312.
	5.		3314. 3325.
	6.	8.	3327.
	7.		3299. 3337.
TAB. CVII.			p. 858.
Fig.	1.		n. 3310. 3340.
	2.		3341.
	3.		3347. 3348.
	4.		3317. 3347.
	5.		3320. 3347.
	6.		3321. 3331. 3347.
TAB. CVIII.			p. 870.
Fig.	1.		n. 3350.
	2.		3365. 3406.
	3.		3394.
TAB. CIX.			p. 878.
Fig.	1.	} 5.	n. 3425.
	2.	} 5.	3433.
	3.	} 5.	3431.
TAB. CX.			p. 888.
Fig.	1.	} 6.	n. 3430. 3441.
	2.	} 6.	3441.
	3.	} 6.	ibid.
	4.	} 6.	3469.
	5.	} 6.	3474.
	6.	} 6.	3477.
	7.	} 6.	*3480. 3482.
	8.	} 6.	3481.
TAB. CXI.			p. 894.
Fig.	1.	12.	3483.
	2.		3486.
	3.		3487. 3501.
	4.	5.	3491.
TAB. CXII.			p. 898.
Fig.	1.	13.	n. 3507.
	2.		3510.
	3.	13.	3516.
	4.		3522.
	5.		3524.
TAB. CXIII.			p. 904.
Fig.	1.	} 13.	n. 3526.
	2.	} 13.	3542.
TAB. CXIV.			p. 906.
Fig.	1.	6.	n. 3539.
	2.	12.	3546.
	3.	3.	3552.
	4.	6.	3553.
TAB. CXV.			p. 908.
Fig.	1.	} 13.	n. 3561. 3562.
	2.	} 13.	3565.
TAB. CXVI.			p. 910.
Fig.	1.	10.	3567.
	2.	13.	3568.
TAB. CXVII.			p. 910.
Fig.	1.	} 13.	3556.
	2.	} 13.	3570.

INDEX TABULARUM.

TAB. CXVIII.			p. 920.
Fig.	1.	13.	n. 3569.
	2.		3577. 3578.
	3.		3578.
	4.		3582. 3593. 3601.
TAB. CXIX.			p. 920.
Fig.	1.		n. 3578.
	2.	12.	3585. 3587. 3590.
	3.		3594. 3611.
TAB. CXX.			p. 930.
Fig.	1.		n. 3595.
	2.	6*.	3621.
	3.		3654.
TAB. CXXI.			p. 930.
Fig.	1.	} 13.	n. 3660.
	2.		3661.
TAB. CXXII.			p. 944.
Fig.	1.		n. 3723.
	2.		3744.
	3.		3745.
	4.		3748.
TAB. CXXIII.			p. 954.
Fig.	1.		n. 3779.
	2.		3795.
	3.		3807.
	4.		3811.
TAB. CXXIV.			p. 968.
Fig.	1.		n. 3818.
	2.		3835. 3900.
	3.		3855.
	4.		3862.
	5.		3871.
	6.		3873.
TAB. CXXV.			p. 976.
Fig.	1.		n. 3849.
	2.		3884.
	3.		3944.
	4.		3909. 3946.
	5.		3960.
TAB. CXXVI.			p. 1058.
Fig.	1.		n. 4100.
	2.		3932. 3988.
	3.		3697.
	4.		4118.
	5.		4208.
	6.		4214.
	7.		4378.
	8.		4375.
	9.		4318. 4344. 4417.
TAB. CXXVII.			p. 1068.
Fig.	1.		n. 4218. 4258. 4279. 4458.
	2.		4270.
	3.		4271.
	4.		4280. 4296.
	5.		4286.
	6.		4288.
	7.		4339.
	8.		4481.

* Fig. LP dimenſiones reductæ ſunt ad tertiam partem.

BE-

BERICHT AAN DEN BOEKBINDER.

De Platen moeten volgens deze Tafel, op de aangewezen paginaas ingezet worden, en het wit moet 'er aanblyven om buyten het Boek uitteſlaan.

AVIS AU RELIEUR.

Il faut placer les planches ſuivant cette Table, de façon qu'en les dépliant elles ſortent hors du livre.

Tab. I.	Pag. 24	Tab. XXXIV.	Pag. 276
II.	28	XXXV.	296
III.	36	XXXVI.	310
IV.	42	XXXVII.	316
V.	48	XXXVIII.	330
VI.	50	XXXIX.	346
VII.	52	XL.	360
VIII.	60	XLI.	362
IX.	64	XLII.	368
X.	74	XLIII.	388
XI.	78	XLIV.	400
XII.	86	XLV.	410
XIII.	90	XLVI.	412
XIV.	98	XLVII.	416
XV.	108	XLVIII.	424
XVI.	124	XLIX.	426
XVII.	130	L.	430
XVIII.	144	LI.	446
XIX.	152	LII.	448
XX. }		LIII.	464
XXI. }	180	LIV.	474
XXII. }		LV.	478
XXIII. }		LVI.	492
XXIV.	194	LVII.	506
XXV. }	216	LVIII.	524
XXVI. }		LIX.	542
XXVII. }	218	LX.	548
XXVIII. }		LXI.	562
XXIX.	220	LXII.	572
XXX.	240	LXIII.	588
XXXI.	246	LXIV. }	596
XXXII.	254	LXV. }	
XXXIII.	270	LXVI.	598

Tab.

Digitized by Google

AVIS AU RELIEUR.

Tab.	Pag.
LXVII.	608
LXVIII. LXIX.	610
LXX.	614
LXXI.	616
LXXII. LXXIII.	624
LXXIV.	630
LXXV.	646
LXXVI.	654
LXXVII.	666
LXXVIII.	668
LXXIX. LXXX.	680
LXXXI.	690
LXXXII.	696
LXXXIII.	722
LXXXIV.	724
LXXXV.	726
LXXXVI.	734
LXXXVII. LXXXVIII.	738
LXXXIX.	748
XC.	758
XCI.	770
XCII.	776
XCIII.	778
XCIV.	780
XCV.	784
XCVI.	786
XCVII. XCVIII.	790
XCIX.	796
C.	802
CI.	816
CII.	810
CIII.	834
CIV.	842
CV.	850
CVI. CVII.	858
CVIII.	870
CIX.	878
CX.	888
CXI.	894
CXII.	898
CXIII.	904
CXIV.	906
CXV.	908
CXVI. CXVII.	910
CXVIII. CXIX.	920
CXX. CXXI.	930
CXXII.	944
CXXIII.	954
CXXIV.	968
CXXV.	976
CXXVI.	1058
CXXVII.	1068

De Tytel van het twede Deel moet gezet worden aan t' begin van het vierde Boek voor, pagina 573.

Le titre du ſecond Tome doit être mis au commencement du quatriéme Livre, à la page 573.

PHY-

Digitized by Google

PHYSICES
ELEMENTA MATHEMATICA, EXPERIMENTIS CONFIRMATA.

LIBER I.

Pars I. de Corpore in genere.

CAPUT I.

De Scopo Phyſices & Regulis philoſophandi.

PHyſica circa *res naturales* & harum *Phænomena* verſatur.

DEFINITIO 1. & 2.

Res naturales ſunt omnia corpora; congerieſque horum omnium Univerſum vocatur. 1.

DEFINITIO 3.

Phænomena naturalia, ſunt omnes ſitus, & omnes motus, Corporum naturalium, ab actione Entis intelligentis immediatè non pendentes, & qui à nobis ſenſibus obſervari poſſunt. 2.

Non excludimus ex numero Phænomenorum natura- 3.
lium motus, qui in corpore noſtro ad voluntatem fiunt: in hiſce diſtinguendum illud quod à voluntate pendet, ab eo quod alii cauſæ tribuendum eſt. Agitationem fieri modo quodam determinato, & certo tempore, hoc de-

Digitized by Google

terminationi voluntatis adſcribi debet, & ad Phyſicam non ſpectat: ipſe autem motus ex actione muſculorum ſequitur, qui etiam alio motu agitantur, ſunt hæc Phænomena naturalia; ſed motus ex actione immediatâ Mentis oriundus, & nobis omninò ignotus, non eſt Phænomenon naturale.

Omnes hi motus certas ſequuntur Regulas.

Sol quotidiè oritur & occidit, tempuſque ortûs & occaſûs, pro anni tempeſtate & loco, ſemper determinatur; ejuſdem ſpeciei plantæ, iiſdem poſitis circumſtantiis, eodem modo producuntur & creſcunt; & ſic de cæteris. In iis ipſis quæ nobis omninò fortuita & incerta apparent, certas obſervari Regulas attendenti manifeſtum fit.

Rerum enim examen ad hocce, ratiociniorum omnium in Phyſicis fundamentum, nos deducit Axioma;

4. *Conditorem Univerſi, determinatis pro ſapientiâ Legibus, aut ex Naturâ ſponte fluentibus, univerſam rerum congeriem dirigere.*

5. *Phyſica Phænomena naturalia explicat*, id eſt, *horum cauſas tradit*,

Cum in has cauſas inquirimus, ipſum Corpus in genere examinandum eſt; deinde detegendum quibus re-
* 4. gulis rerum Conditor omnes motus peragi voluerit. Hæ *Regulæ* vocantur *Leges Naturæ*.

DEFINITIO 4.

6. *Naturæ Lex ergo eſt, Regula & Norma, ſecundum quam Deus voluit certos motus ſemper, id eſt, in omnibus occaſionibus, peragi.*

7. Eſt ideò noſtro reſpectu Lex naturæ, omnis effectus ſimplex, qui in omnibus occaſionibus idem eſt, cujus

cauſa

cauſa nobis eſt ignota, & quem videmus ex nullâ Lege, nobis notâ, fluere poſſe, quamvis fortè ex ſimpliciori Lege, nobis ignotâ, fluat.

Noſtro enim reſpectu non intereſt, utrùm quid immediatè à Dei voluntate pendeat, an verò mediante cauſâ, cujus nullam ideam habemus, producatur.

Leges Naturæ, niſi ex examine Phænomenorum na- 8.
turalium, non poſſunt elici.

Ope Legum, hac methodo detectarum, Phænomena explicanda ſunt.

In inveſtigatione autem illarum, ſequentes Regulæ Newtonianæ obſervandæ veniunt, quæ ipſum ſuperiùs
indicatum * Axioma pro fundamento habent. * 4

Regula 1.

Cauſas rerum naturalium non plures admitti debere quàm 9.
quæ & veræ ſint, & earum Phænomenis explicandis ſufficiant.

Regula 2.

Effectuum naturalium ejuſdem generis eaſdem eſſe cauſas. 10.

Regula 3.

Qualitates corporum, quæ intendi & remitti nequeunt, 11.
quæque corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta inſtituere licet, pro qualitatibus Corporum univerſorum habendas eſſe.

Caput II.

De Corpore in genere.

Omnium primum in Corpore conſideranda venit hu- 12.
jus *Extenſio.*

Extenſionis idea ferè ſemper menti noſtræ præſens eſt; eſt hæc ſimpliciſſima; ideòque verbis nullis deſcribi poteſt.

13. Omne Corpus eſt extenſum, ſublatâ Corporis Extenſione integrum tollitur Corpus.

14. Omne tamen extenſum non eſt Corpus; in quo verò Corpus à Spatio differat, non poteſt determinari, niſi examinatis aliis Corporis proprietatibus.

15. Secunda quæ Corpus conſideranti ſeſe offert eſt *Soliditas*. Corpus omne aliud Corpus ex loco à ſe occupato excludit, & Corpora fluida æquè ac maximè dura hac proprietate gaudent.

16. Tertia Corporis proprietas eſt *Diviſibilitas*; quæ ex ipſâ Extenſione ſequitur. Extenſio enim aliâ Extenſione minor ſemper poteſt concipi, unde videmus in omni Extenſione partes dari, quæ partes in Corpore à ſe invicem poſſunt ſeparari: quia

17. Corpus quartâ proprietate prædictum eſt, quòd poſſit de loco in locum transferri, unde Corpus *Mobile* dicitur.

18. *Vi* autem *inſitâ* in motu perſeverat.

Quando nullum datur obſtaculum, Corpus ictui minimo cedit, major tamen Actio deſideratur, ſi minori tempore ad eandem diſtantiam, aut æquali, ad majorem transferendum ſit Corpus: etiam major eſt Actio quâ movetur Corpus majus, quàm quâ minus transfertur, ſi ſimi-
19. lis fuerit translatio. *Corpus* ergo *quieſcens motui reſiſtit, non quamdiu quieſcit ſed dum agitatur*. Hac de cauſa Corpus & iners, *& habere Inertiam dicitur. Hæc in omnibus corporibus quantitati Materiæ proportionalis eſt*; ſingulis enim Materiæ particulis æqualiter competit.

20. Omne Corpus Figurâ eſt prædictum, & *Figurabile*, quia terminatum: mutari autem poteſt Figura, quia Corpus in partes poteſt reſolvi, quæ cum mobiles ſint, diverſis modis inter ſe diſponi poſſunt.

CA-

CAPUT III.

De Extenſione, Soliditate & Vacuo.

HIc conſideranda venit in Scholis decantata quæſtio 21.
de Vacuo; ſcilicet an detur Extenſio omni materiâ deſtituta; tale enim Extenſum vocatur, *Vacuum*, *Inane*, aut *Spatium.*

Vacuum revera dari ex Phænomenis probatur, & ideò in cap. XII. lib. VI. quæſtionem hanc ad examen vocamus. De ſola vacui poſſibilitate nunc agam.

Vacuum poſſibile eſſe ex ſolo examine idearum dedu- 22.
citur. Omne enim quod clarè concipimus exiſtere poſſe, poſſibile eſt. Si enim quid in re quacunque detur, quod hujus exiſtentiam impedit, idea impedimenti in ideâ rei continetur, & in cauſa eſt, quo minus rei poſſibilitas concipi poſſit.

Quæſtio ergo eò redit, an habeamus ideam Extenſionis non ſolidæ.

Soliditatis ideam acquirimus contactu; Corpora quæ- 23.
dam nobis reſiſtere ſentimus, & quidem omnibus momentis nobis illa reſiſtunt, quæ deſcenſum inferiora verſùs impediunt. Ex hac reſiſtentiâ deducimus, Corpus ex loco à ſe occupato omne aliud Corpus excludere; id eſt, illud Soliditate præditum eſſe, quam Soliditatis ideam ad Corpora ſubtiliora, quæ propter partium tenuitatem ſub ſenſus non cadunt, transferimus: & experientiâ conſtat, hæc ipſa, æquè ac maximè dura, aliis corporibus reſiſtere.

EXPERIMENTUM I.

Aër in quo vivimus ferè ſemper viſum & tactum no- 24.

ſtrum fugit, in Antliâ tamen exactè clauſâ Embolo reſiſtit, ita ut hic nullâ vi ad Antliæ fundum protrudi poſſit.

25. In Extenſionis autem ideâ non continetur idea Soliditatis, hæc ex ideâ reſiſtentiæ deducitur, & contactu ſolo ipſam acquirimus. Idcircò ſi quis nunquam Corpus tetigiſſet, ei Soliditas omninò ignota eſſet, Extenſionis tamen conceptum haberet.

EXPERIMENTUM 2.

26. Ubi Corpus cavo ſpeculo ad juſtam diſtantiam objicitur, pendulam in aëre ante ſpeculum illius imaginem videt ſpectator, ut hoc in libro 4to. explicamus. Species hæc verum exhibet Corpus, vividiſſimis coloribus tinctum; non tamen reſiſtit.

Si quis nihil unquam præter talia Idola vidiſſet, & ipſius Corpus tali Speciei ſimile eſſet, an ullam Soliditatis haberet ideam? non videtur; Extenſionis tamen certiſſimè habebit.

Hìc non quærimus quid ſit tale Idolum: de ideis diſputamus.

Non ſolâ ſoliditatis privatione differt Spatium à Corpore.

27. *Spatium eſt infinitum*, ac nullis hoc terminari poſſe limitibus, rem attentè conſideranti patebit. Nullum enim Spatium poteſt concipi terminatum, cujus termini non alio Spatio circumdentur; & idea Extenſi limitibus circumſcripti, & non alio Extenſo involuti, ſe ipſam deſtruit. Quare fines Spatii, ad hoc totum attendendo, contradictionem. involvunt. Corpora autem finita dantur.

28. *In Spatio partes* dari clarè videmus, à ſe invicem autem ſeparari nequeunt, *immobiles ſunt, ut & ipſum Spatium.* Corporis verò partes translationem, & hâc de cauſâ ſeparationem patiuntur.

Spatii

Spatii idea ſimpliciſſima eſt; Corporis magis eſt compoſita.

Soliditas à quibuſdam Impenetrabilitas vocatur, & ex 29.
natura Extenſionis ipſam deducere conantur; pedi cubico Extenſionis, dicunt, ſi pes alter cubicus Extenſionis addatur habebimus duos pedes cubicos; ſinguli enim habent omnia quæ ad illam magnitudinem conſtituendam requiruntur; pars ergo una Spatii partes omnes alias excludit & ipſa illas admittere non poteſt.

Reſp. Partem Spatii in alium locum translatam contra- 30.
dictionem involvere; ex immobilitate ergo partium Spatii, non ex Impenetrabilitate, ſeu Soliditate, ſequitur, duas partes Spatii confundi non poſſe.

CAPUT IV.

De Diviſibilitate Corporis in Infinitum, & Particularum Subtilitate.

QUia Corpus eſt extenſum etiam eſt diviſibile, id 31.
eſt, in eo partes conſiderari poſſunt.

Differt tamen Corporis Diviſibilitas, ab Extenſionis Diviſibilitate, illius enim partes à ſe invicem ſeparari poſſunt (28.). Ipſa autem Diviſibilitas cùm ab Extenſione pendeat, in Extenſione examinari debet.

Corpus eſt diviſibile in infinitum, id eſt, in ejus Exten- 32.
ſione nulla pars, quantùmvis exigua, poteſt concipi, quin detur minor.

Sit linea AE, ad BD, perpendicularis; ut & FG, 33.
ad parvam ab A diſtantiam, ad eandem etiam normalis; TAB. I. Fig. 1.
centris C, C, C, &c. & radiis CA, CA, &c. deſcribantur

bantur circuli ſecantes lineam FG, in punctis *i*, *i*, &c. quo major eſt radius AC, eo minor eſt pars *i* F: radius poteſt in infinitum augeri & minui pars *i* F; quæ tamen nunquam ad nihilum poteſt redigi; quia circulus cum lineâ rectâ BF, coincidere nunquam poteſt.

Partes ergo magnitudinis cujuſcunque in infinitum poſſunt minui, & nullus diviſionis datur finis.

34. Sed & magis paradoxum quid ex hac demonſtratione deducimus. Conſtat ex hac angulum mixtum, quem cum tangente efficit circulus, in infinitum poſſe minui. Hic autem angulus, quamvis ita diviſibilis, omni rectilineo

*16.El.III. angulo minor eſt *, & angulus rectilineus, qui ipſe in infinitum, ut omnis quantitas, diviſibilis eſt, utcunque imminutus, memoratos angulos mixtos omnes ſuperat.

35. *Quantitatis* ergo *cujuſcunque* in infinitum diviſæ *pars infinitè exigua, in infinitum eſt diviſibilis.*

Et aliis hoc idem in Scholiis ſequentibus probamus Mathematicis demonſtrationibus, quibus etiam conſtat,

36. *diviſionis in infinitum claſſes numero infinito dari.*

37. Ex Corporis Diviſibilitate deducimus, *datâ quavis Materiæ particulâ, quantumvis exiguâ, & dato Spatio quovis finito, utcunque amplo, poſſibile eſſe, ut Materia iſtius arenulæ per totum illud Spatium diffundatur, atque ipſum ita adimpleat, ut nullus ſit in eo porus, cujus diameter minimam datam ſuperet lineam.* Quod ut demonſtremus, Spatium implendum, diviſum concipimus in cellulas cubicas, quarum latera æqualia, aut minora ſint, hâc minimâ lineâ datâ: numerus cellularum finitus erit, & in tot partes arenula data dividi poterit, quot cellulæ dantur; ita ut in ſingulis cellulis particulam unam poſitam concipere poſſimus: concipiendum ulteriùs ex ſingulis hiſce particulis mini-

mis

mis Globum cavum formari. Propter Materiæ Diviſibilitatem poteſt Globus cavus quicunque ſemper augeri, minuendo Materiæ craſſitiem; cùm autem in ſingulis cellulis Globus talis detur, poterunt ſinguli augeri, donec vicini ſeſe mutuò tangant, & omnes ſimul Spatium impleant.

Objectiones præcipuæ, contra Diviſibilitatem Materiæ in Infinitum, ſunt. Infinitum Finito contineri non poſſe; 38.
ex Diviſibilitate in Infinitum ſequi, omnia Corpora eſſe æqualia, aut Infinitum alio Infinito majus dari.

Sed hiſce reſponſio facilis eſt; Infinito, generaliter conſiderato, non tribuendæ ſunt proprietates quantitatis determinatæ. Partes infinitè parvas, numero Infinito, in quantitate finita dari non poſſe, quis unquam probavit; ut & omnia Infinita eſſe æqualia? Contrarium in Scholiis ſequentibus demonſtramus.

Si, examinatâ poſſibili Materiæ Diviſibilitate, Partium 39.
ſubtilitatem in Corporibus ad examen revocemus, hanc captum noſtrum in immenſum ſuperare conſtabit; innumeraque in rerum naturâ dantur exempla talium particularum à ſe invicem ſeparatarum.

Boileus hæc variis probat argumentis.

Loquitur de filo ſerico trecentis ulnis Anglicanis lon- 40.
go, & ponderis duorum granorum cum ſemiſſe.

Folia auri menſuravit, & ponderavit, & determina- 41.
vit quinquaginta pollices quadratos unicum tantùm ponderare granum. Si unius pollicis longitudo dividatur in ducentas partes, omnes oculo diſtingui poterunt; dantur ergò in pollice quadrato partes viſibiles quadraginta millia, & in uno Auri grano partium numerus eſt duorum millionum, qui numerus converſis foliis duplicatur; has verò partes viſibiles ulteriùs poſſe dividi nemo negabit.

42. Octo granis Auri deaurari poteſt integrâ Argenti uncia, quæ deinde porrigitur in filum longitudinis tredecim millium pedum.

43. In Corporibus odoriferis majorem Partium percipimus ſubtilitatem, & quidem à ſe invicem ſeparatarum, plura longo tempore ferè nihil ex ſuo pondere amittunt, & Spatium ſatis magnum Particulis odoriferis continuò implent. Qui computum de tali ſubtilitate inire voluerit, in Partium numero portenti quid facilè reperiet.

44. Auxilio Microſcopiorum objecta quæ viſum fugiunt magna videntur, dantur Animalcula per optima Microſcopia vix viſibilia, habent tamen partes omnes ad vitam neceſſarias, ſanguinem, & alia Fluida: ſubtilitas Partium, hæc componentium, quanta ſit quis non videt?

SCHOLIUM I.

Infinitum Finito contineri.

INfinitum vocant quidam illud, quo non datur majus, & negant Materiam, eſſe diviſibilem in Infinitum, quod, hac Infiniti datâ definitione, libenter concedimus. Corpus in talem numerum Partium, qui ſit omnium maximus, non poſſe dividi, nullumque Diviſionis dari limitem, defendimus.

45. Infinitum autem vocamus quod Finitum (id eſt, omne cujus magnitudo, quantùmvis ingens, determinari poteſt) ſuperat; *Partes* autem *numero, omnem finitum numerum ſuperante, in quantitate finita contineri*, ex conſideratione Progreſſionis geometricæ decreſcentis deducitur.

Progreſſionem hanc Ex. gr. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ &c. in Infinitum poſſe continuari, nullumque dari continuationis limitem quis non videt? Omnium tamen terminorum ſummam nunquam excedere Unitatem; imò exactè Unitati æquari demonſtramus, ſi reverà in Infinitum continuatam concipiamus Progreſſionem.

46. TAB. II. Fig. 1. Sit linea AE Unitas; hujus dimidium AB eſt primus terminus $\frac{1}{2}$; BC dimidium reliqui eſt terminus ſecundus $\frac{1}{4}$; tertius terminus erit CD $\frac{1}{8}$; dividendo DE in duas partes æquales, habetur terminus ſequens; & eodem modo in Infinitum continuari poteſt Series, ſemperque defectus ſummæ terminorum

Seriei

Seriei AB, BC, CD, &c. ab integrâ lineâ AE, ultimo termino ipſius Seriei æqualis erit, quantùmvis hæc continuetur. Quamdiu autem numerus terminorum eſt finitus denominator fractionis, ultimum terminum exprimentis, eſt numerus finitus, & ultimus terminus eſt pars finita, quâ ſumma Seriei ab Unitate deficit.

Si verò numerus terminorum omnem finitum numerum ſuperet, denominator ultimi termini omnem numerum finitum ſuperabit, partemque lineæ AE exprimet omni parte finitâ minorem, ideòque differentia, ſummam Seriei & lineam AE, inter, evaneſcet, id eſt erunt æquales quantitates hæ. Q. E. D.

Infiniti ideam non habemus; ideò ideis non aſſequimur, quæ de Infinito demonſtramus; quæ tamen ex indubitatis principiis immediatè ſequuntur, certa ſunt, &, quæ ex hiſce deducuntur, etiam in dubium vocari nequeunt.

Innumera circa Materiæ Diviſibilitatem captum noſtrum ſuperantia evidentiſſimè demonſtrantur, inter hæc notatu maximè digna ſunt, quæ ſpectant Curvam *Spiralem Logarithmicam* dictam.

De Spirali Logarithmicâ, & hujus Menſurâ.

Hujus Curvæ proprietas eſt, quod cum omnibus lineis, ad centrum Curvæ 47.
ductis, angulos efficiat inter ſe æquales.

Sit centrum C: in A angulus Curvæ, id eſt tangentis ad Curvam, cum radio TAB. II.
AC, nempe BAC, æqualis eſt angulo EDC, quem tangens, in puncto alio Fig. 2.
quocunque D, cum lineâ DC efficit.

Radius eſt ad Tangentem hujus Anguli, in ratione compoſitâ Radii ad circumferentiam Circuli, & Logarithmi rationis AC ad FC ad Subtangentem Logarithmicæ, & tandem in ratione CF ad FA, & FA ad CF, quæ ultimæ ſeſe mutuo deſtruunt.

Si angulus hic fuerit rectus, Spiralis in circulum ſe convertet; ſi autem fuerit acutus, ad centrum continuò Curvam accedere facilè patet: non tamen niſi poſt infinitos gyros ad hoc pervenire poterit.

Ponamus revolutionem primam, poſito Curvæ initio in A, terminari in F, & ſecundam in G; cùm hæ eodem modo peragantur, ſimiles ſunt, magnitudine tantùm differunt, & diſtantia à centro juxta eandem proportionem, minuitur; idcircò AC eſt ad FC, ut hæc ipſa ad GC, & omnes diſtantiæ à centro, ſucceſſivis revolutionibus terminatæ, Progreſſionem efficiunt geometricam decreſcentem. Si F cadat in punctum medium inter A & centrum C. In quo caſu angulus BAC paululùm excedet 83. gr. 42′. Secunda revolutio terminabitur in G, puncto medio inter F & C, quod ad gyros ſequentes etiam
applicari debet: & *punctum quod in Curvâ movetur* in integrâ revolutione qua- 48.
cunque, accedendo ad centrum, percurrit dimidium diſtantiæ ſuæ à centro in principio revolutionis. *Licet* ergò *ad diſtantiam à centro quantùmvis exiguam pervenerit*, non unicâ revolutione ad hoc pervenire poterit; auctoque numero revolutionum, quantùm quis voluerit, nondum ultimam attinget; & *numerus revolutionum omnem numerum finitum ſuperabit.*

Ad centrum tamen *Curvam pertingere, ibique terminari*, etiam conſtat. Partes 49.
ipſæ enim Curvæ, à puncto Curvam deſcribente, ſingulis ſucceſſivis revolutionibus, percurſæ, Progreſſionem efficiunt geometricam. Nam eodem modo ſingulæ revolutiones formantur; & ſunt inter ſe ut diſtantiæ à centro, quas Geometricam efficere Progreſſionem vidimus. Summa autem omnium terminorum

talis Progreſſionis decreſcentis & in Infinitum continuatæ, eſt finita, ut hoc in
* 46. caſu peculiari demonſtravimus * & ſimili ratiocinio de omnibus probari poteſt.
Finita ergò etiam eſt ſumma, omnium Partium in ſingulis revolutionibus, à
50. puncto percurrendarum, ut ad centrum perveniat: & *punctum* hoc *velocitate finitâ, tempore finito, centrum attinget, poſt peractos infinitos gyros.* Longitudinem viæ percurſæ ſic determinamus.

51. Sit portio Curvæ A B E G; cujus centrum C; quo eodem centro, radio
TAB. II. C G, deſcribatur circuli portio G L, ſecans lineam C A in L.
Fig. 3. Concipiamus L A diviſam in partes æquales, ſed exiguas, A D, D I, I L, per quarum ſeparationes concipiamus circulorum portiones, centro C deſcriptas, ſecantes Curvam in B & E, &c. ductiſque radiis B C, E C, &c. formentur triangula rectangula A D B, B F E, E H G, in quibus propter exiguas A D, D I, I L, Hypotenuſæ, licet portiones Curvæ, pro rectis haberi poſſunt; numerus enim partium in A L in Infinitum poteſt concipi auctus, manentibus, quæ huc uſque ſunt expoſita, ut & iis, quæ ſequuntur.

Triangula memorata ſunt omnia ſimilia inter ſe; quia ſunt Rectangula, & præterea, ex naturâ Curvæ, angulos habent æquales B A D, E B F, G E H.
* 16. El. 1. Sunt etiam æqualia *, propter latera homologa æqualia A D, B F, E H, quod ex æqualitate partium A D, D I, I L, ſequitur.

Ex A ducatur linea *Ac*, cum C A angulum efficiens C A *c*, æqualem angulo C A B; ad A C in centro C, & in punctis L, I, D, erigantur perpendiculares C *c*, L *g*, I *e*, D *b*, ſecantes A *c* in punctis *c*, *g*, *e*, *b*; ductiſque *bf* & *eh* parallelis ad A C, formantur triangula A D *b*, *bfe*, *ehg*, ſimilia & æqualia inter ſe, ut & triangulis A B D, B F E, E H G, ut ex conſtructione liquet.

Idcircò hypotenuſæ A *b*, *be*, *eg*, æquales ſunt hypotenuſis reſpondentibus A B, B E, E G, id eſt, linea A *g* æqualis eſt Curvæ portioni A B E G.
52. Hinc patet quomodo portio quæcunque Curvæ menſuranda ſit, Curvamque, æquari lineæ A *c*, ſi ad centrum uſque continuetur.

SCHOLIUM II.

De Infinitorum Inæqualitate.

53. N*On omnia Infinita eſſe æqualia*, evidentiſſimè patebit, ſi conſideremus lineam, quæ ad partem quamcunque extenditur, in Infinitum poſſe produci, talemque lineam Infinitam eſſe; minor tamen erit aliâ lineâ, quam partem utramque versùs productam concipimus in Infinitum, hanc etiam ambarum ſumma ſuperabit.

Infinita linea continet numerum Infinitum pedum, duodecuplum numerum pollicum.

Infinitorum inæqualitatem etiam detegimus, comparando diverſas Curvas Spirales Logarithmicas, in Scholio 1. indicatas.

54. Præter jam memoratam, & pro parte hic delineatam, Curvam, conci-
TAB. II. piamus & aliam ſpiralem Longarithmicam, ex A exeuntem, & ad centrum
Fig. 2. ita tendentem, ut duabus revolutionibus pertingat ad F; duabus aliis pertinget ad G; quia duæ requiruntur revolutiones, ut accedendo ad centrum dimidium

Digitized by Google

dimidium diſtantiæ ab hoc percurrat: numerus revolutionum in hac duplus eſt numeri revolutionum in Spirali primâ, quando æqualiter cum hac primâ ADF ad centrum accedit; duploque numero revolutionum ad centrum pertinget: utraque tamen Curva, niſi poſt infinitas revolutiones, ad centrum non accedit.

SCHOLIUM III.

De Infinitorum Claſſibus.

Quæ de Infinito omnium maximè paradoxa demonſtrantur, ideaſque noſtras in immenſum ſuperant, ſunt quæ ſpectant Infinitorum Claſſes varias.

Detur Curva ABC Parabola, cujus abſciſſa quæcunque ſit AD ordinata huic reſpondens DC. 55. TAB. II. Fig. 4.

Nota eſt hujus Curvæ proprietas, ordinatam mediam eſſe proportionalem inter abſciſſam & determinatam quandam lineam, quæ Parameter dicitur: quare, ſi abſciſſa quæcunque dicatur x, ordinata reſpondens y, Parameter a, in omnibus Parabolæ punctis habemus $\div\!\!: x, y, a$; ideò $ax = yy$*: quæ ergò æquatio naturam Parabolæ exprimit. Evaneſcente x evaneſcit y, & Parabola cum AF, per A, parallelâ ad ordinatas congruit, daturque tota infra hanc lineam, quæ illam tangit, & cum qua efficit angulum mixtum FAC.

* *La Hire ſect. con.* lib. 3. pro. 2.

Si augeatur a manente x augetur y; & ſeſe expandit Parabola, aut potiùs formatur nova, in qua omnes ordinatæ ordinatas reſpondentes primæ Curvæ ſuperant; ita ut Curva prima ſecundâ includatur, quæ inter primam & tangentem AF tranſit, minoremque angulum mixtum cum hac efficit. Parameter autem in Infinitum poteſt augeri, & eo in Infinitum minui angulus, quem cum tangente efficit Parabola; ut hoc de circulo jam demonſtravimus*. * 33.

Servato axe AD & vertice A, detur alia Curva AEG, cujus ordinatæ dicantur z, quarum relatio, cum reſpondentibus abſciſſis x, exprimatur hac æquatione, $bbx = z^3$: b deſignat lineam conſtantem. 56.

Augendo b augentur omnes z, & mutatur Curva in magis apertam, minuiturque angulus contactus, qui augendo b in Infinitum minui poteſt.

Habemus ergò *duas Claſſes angulorum decreſcentium in Infinitum: harum autem integra ſecunda infinitè exigua eſt reſpectu primæ.* Demonſtramus enim angulum quemcunque in ſecundâ ſuperari ab angulo quocunque, id eſt, utcunque exiguo, in primâ. 57.

Sit c tertia proportionalis ipſis a & b, utcunque ſumtis; ergò $ac = bb$. Multiplicando per c æquationem $ax = yy$, habemus $acx = yyc$, id eſt $bbx = yyc$. In ſecundâ Curvâ bbx valet z^3; ergo $z^3 = yyc$, ſi abſciſſa x fuerit eadem in utrâque Curvâ.

Ex æquatione hac deducimus $z, c :: yy, z^2$: unde patet yy ſuperari à zz, id eſt, y minorem eſſe z, quamdiù hæc à c ſuperatur, unde ſequitur Curvam ſecundam dum ex A profluit, antequam z valeat c, inter tangentem & Curvam primam dari, quod univerſaliter obtineri hac demonſtratione conſtat.

Ponamus nunc tertiam dari Curvam AI, cujus axis etiam eſt AD, & cujus æquatio, manentibus iiſdem abſciſſis x, ſit $d^3 x = u^4$; u eſt ordinata quæ- 58.

B 3 cunque;

cunque; & d linea determinata; hanc ſi augeamus, mutamus Curvam, & minuimus angulum quem Curva cum tangente AF efficit; formaturque hiſce Curvis tertia Claſſis angulorum, qui in Infinitum minui poſſunt, & in qua nullus datur angulus, qui non ſuperetur ab angulo quocunque in ſecundâ Claſſe.

Datis b & d quibuſcunque, ſit bb ad dd; ut d ad quartam quam dicimus e; erit ergò $bbe = d^3$, & Curvæ æquatio $bbx = z^3$, multiplicatione per e, mutabitur in hanc $bbex = d^3 x = z^3 e$; ideòque $z^3 e = u^4$, ſi agatur de iiſdem ordinatæ in utrâque Curvâ; idcircò $u, e :: z^3, u^3$; ergò u ſuperat z, quamdiù e ſuperat u, &, exeundo ex A, Curva, cujus abſciſſæ ſunt u, tranſit inter AF & aliam Curvam. Q. E. D.

59. Curvæ, quarum æquatio eſt $f^4 x = t^5$ poſitâ f quantitate determinatâ in ſingulis Curvis, & t ordinatâ quæcunque, dabunt novam Claſſem *angulorum* minorum omnibus memoratis, & eodem modo *Claſſes in Infinitum formari poſſunt, ſemperque omnes anguli in Claſſe quacunque ſuperantur ab omnibus angulis in Claſſe præcedenti, & ſuperant omnes angulos in Claſſe ſequenti.*

60. *Inter duas Claſſes quaſcunque datur Series infinita Claſſium; qua omnes eandem proprietatem habent, ut angulus quicunque unius ſit infinite parvus reſpectu angulorum Claſſis præcedentis*, id eſt, ut ab omnibus ſuperetur, *& infinitè magnus reſpectu Claſſis ſequentis*, cujus omnes angulos ſuperat.

61. Curvæ $ax = yy$ & $bbx = z^3$ Claſſes formant diverſas; quia ordinatarum dimenſio z^3 in ſecundâ unitate ſuperat dimenſionem y^2 primæ Curvæ; demonſtrabimus autem Claſſes differre, quantùmvis parum hæ dimenſiones differant, unde conſtabit propoſitum: quia inter hoſce numeros 2 & 3, & alios quoſcunque, innumeri dari poſſunt, qui inter ſe differunt, quorum nulli, quantùmvis parum differentes dari poſſunt, inter quos iterùm non alii innumeri dari poſſint.

Sit $ax = yy$ & $g^{1\frac{1}{10}} x = s^{2\frac{1}{10}}$ id eſt, $g^{\frac{11}{10}} x = s^{\frac{21}{10}}$; ordinatas deſignat s; & g conſtantem lineam; quamdiù Curva non mutatur. Fiat ut a ad g; ita $g^{\frac{1}{10}}$ ad quartam quantitatem, quæ dicatur $b^{\frac{1}{10}}$; ergò $g^{\frac{11}{10}} = ab^{\frac{1}{10}}$; multiplicando per $b^{\frac{1}{10}}$ æquationem $ax = yy$ datur $ab^{\frac{1}{10}} x = g^{\frac{11}{10}} x = y^2 b^{\frac{1}{10}} = s^{\frac{21}{10}}$; unde deducimus $s^{\frac{1}{10}}, b^{\frac{1}{10}} :: yy\, ss$. Idcircò in viciniis puncti A, ubi s neceſſariò minor eſt determinatâ b, erit etiam y minor s; unde ſequitur quod de angulis dictum.

62. Inter duas Claſſes quaſcunque quantitatum, quæ in Infinitum differunt, dari in Infinitum Claſſes intermedias, in Infinitum quoque differentes, ex conſideratione mediarum proportionalium etiam deducitur.

Si A ſit Infinitè magnum reſpectu a, media quæcunque proportionalis b, inter has quantitates, minor eſt A, & major a, non tamen finitam habet rationem ad A aut a; ratio enim A ad a componitur ex rationibus A ad b, & b ad a, & ratio ex duabus finitis rationibus compoſita eſt etiam finita; ideò cùm A & a in Infinitum differant, ratio inter A & b, aut b & a, omnem finitam rationem ſuperat; quare etiam Infinita eſt. In Infinitum mediæ proportionales inter duas quantitates dari poſſunt.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLIUM IV.

De Partium Subtilitate.

Pondus Auri, quo in n°. 42. diximus Argentum deaurari, eſt $\frac{1}{60}$ ponderis 63. ipſius Argenti. Volumen Auri ſe habet ad volumen Argenti, quando pondera ſunt æqualia, ut 10 ad 19, ergò volumen Auri quo Argentum obtegitur ad volumen ipſius Argenti obtecti, ut 1 ad 114. nam 10. 19. :: 60., 114.

Pes cubicus Aquæ ponderat libras 63 $\frac{1}{2}$, decies gravius eſt Argentum; ergò pes cubicus Argenti libras 635. pondo eſt.

. Cubus eſt ad cylindrum, ejuſdem diametri & altitudinis, circiter ut 14 ad 11; pondus ergò pedis cylindrici Argenti eſt librarum 499. aut unciarum 7984.

Uncia una porrigitur in filum 14000. pedum, & in pede cylindrico datur filum 111776000 pedum, id eſt, tot dantur fila unius pedis.

Circulorum ſuperficies ſunt ut quadrata diametrorum, ideò quadratum diametri fili ad quadratum unius pedis, ut 1 ad 111776000; quorum numerorum radices ſunt 1 & 10572, in qua ratione ſunt dictæ diametri: eſt ergo fili diameter $\frac{1}{10572}$ pedis, aut $\frac{1}{881}$ pollicis. Aurum circumponitur & volumen augetur $\frac{1}{114}$, id eſt, ſectio circularis fili ea quantitate augetur, quod fiet ſi filo circumponatur lamina, cujus craſſities eſt pars quarta partis $\frac{1}{114}$ diametri, area enim circuli habetur multiplicando circumferentiam per quartam diametri partem.

Eſt ergo Auri craſſities $\frac{1}{456}$ diametri fili, quæ eſt $\frac{1}{881}$ poll. ita ut Auri craſſities ſit $\frac{1}{401736}$ pollicis.

Fila hæc tenuia deaurata, ut filis ſericis circumvolvantur, plana fiunt, quo ſuperficies ad minimum triplicatur, & in eadem ratione craſſities Auri minuitur, ita ut ſit $\frac{1}{1205208}$.

Non æqualiter in omnibus punctis filum deauratur, & Auri craſſities in quibuſdam locis fortè duplo minor eſt, quare nihil à vero remotum ponimus, ſi craſſitiem, ubi hæc minima eſt, determinemus $\frac{1}{2000000}$ pollicis; id eſt milleſima pars pollicis in bis mille partes dividitur.

Talis actu datur auri diviſio; ideòque Particulæ, quæ arte ſeparantur, non majorem diametrum habent, & talium Partium in ſphærâ aureâ unius pollicis dantur. 8. 000. 000. 000. 000. 000. 000.; & in arenulâ minimâ, cujus nempe diameter eſt pars centeſima pollicis, dantur Particulæ 8. 000. 000. 000. 000: Particula itaque ſe habet ad arenulam, ut hæc ad globum, cujus diameter ſuperaret 16 pedes, & non majorem numerum arenularum contineret globus hic, quàm Particularum continet arenula. Globus verò continet 4096 globos unius pedis.

CAPUT

Digitized by Google

CAPUT V.

De Cohæſione Partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate & Elaſticitate.

64. Omne Corpus, quod in ſenſus noſtros cadit, ex Particulis quàm minimis conſtat, nulla harum in ſe eſt indiviſibilis, noſtri reſpectu omnes ſunt, diviſio enim quæ à nobis fieri poteſt, eſt Particularum ſeparatio.

Si major in hac ſeparatione deſideretur Actio; aut ſeparatio in minimo Partium motu detur, ita ut in exiguâ Corporis inflexione frangatur hoc, Corpus *Durum* vocatur.

Si Partes faciliùs cedant, & cum ſub-lapſu Partium introcedant, *Molle* dicitur.

Sed hæc in ſignificatione vulgari, Actio magna & minor nihil determinati denotant, & Corpus Durum reſpectu unius Hominis, alteri Molle videtur.

DEFINITIO I.

65. *Philoſophicè Corpus Durum vocatur, cujus Partes inter ſe cohærent & neutiquam introcedunt, ita ut minimo Partium motu, frangatur Corpus.*

66. Corpus tale perfectè Durum nullum novimus, ſed eò magis Dura dicuntur Corpora, quò magis ad hanc perfectam accedunt Duritiem.

DEFINITIO 2.

67. *Philoſophicè Corpus Molle vocatur cujus Partes introcedunt & ſublabuntur*, quamvis, niſi mallei ictibus Partes non cedant.

DEFINITIO 3.

68. *Corpus cujus Partes impreſſioni cuicunque cedunt & cedendo facillimè moventur inter ſe, vocatur Fluidum.*

Hæc

Hæc omnia à Cohæſione Partium pendent, quò ar- 69.
ctior hæc eſt, eò magis ad Duritiem Corpus accedit.

Durities verò Particularum minimarum ab harum Soli- 70.
ditate non differt, & eſt proprietas ex ipſius Corporis
naturâ fluens, quæ non magis explicanda eſt, quàm qua-
re Corpus ſit extenſum, & Mens cogitet.

An omnia Corpora ex Particulis æqualibus & ſimili- 71.
bus conſtent difficulter determinari poterit, & circa cau-
ſam Cohæſionis Particularum adhuc multa obſcura ſunt.

Naturæ Leges, quæ hìc locum habent, ex Phænomenis
deducuntur.

Cohæſionis Lex peculiaris eſt, omnes Particulas Vi Attra- 72.
ctivâ gaudere, id eſt, ſi vicinæ fuerint, ſponte ad ſe mutuò
tendunt; cujus motûs cauſa nos latet, ſed cùm motum
hunc generaliter locum habere obſervemus, & huic Par-
ticulæ omnes ſubjiciantur, ipſum inter Leges Naturæ re-
ferimus *. * 7.

Definitio 4.

Attractionem vocamus Vim quamcumque quâ duo Cor- 73.
pora ad ſe invicem tendunt; etſi fortè hoc per impulſum fiat.
Hoc nomine Phænomenon, non cauſam deſignamus.

Non in hiſce vulgarem hujus vocis ſignificationem mu-
tamus. Generaliter enim dicimus, Corpus Attractione
moveri quotieſcunque hoc ad aliud Corpus tendit, ſi
hujus præſentia ad motum hunc producendum deſidere-
tur. Eo ſenſu dicimus, Magnetem ad ſe trahere ferrum,
Hominem ad ſe trahere Corpus, quod fune alligatum, Ho-
minis hujus Actione, ad hunc ipſum tendit. Hàc de cau-
sâ in multis occaſionibus non dubitamus ad *Attractio-* 74.
nem referre motus, in quibus impulſus manifeſtus eſt,
effectum ipſum, & nil præter hunc, ad cauſam non at-

C ten-

Digitized by Google

tendendo, voce Attractionis exprimimus. Hanc autem *ſolam, quam dari inter minimas Corpora componentes Particulas obſervamus, inter Leges Naturæ referimus.*

75. *Hæc* autem *Attractio minimarum Particularum hiſce Legibus ſubjicitur, ut in ipſo Particularum contactu ſit per quàm magna, & ſubitò decreſcat, ita ut ad diſtantiam quàm minimam, quæ ſub ſenſus cadit, non agat; imò etiam ad majorem diſtantiam ſeſe mutet in vim repellentem, quâ Particulæ ſeſe mutuò fugiunt.*

Ope hujus Legis multa Phænomena facillimè explicantur, & innumeris Experimentis, præcipuè Chemicis, Attractio hæc & Repulſio pleniſſimè probantur, etiam ſequentibus Experimentis ipſas has dari ſatis manifeſtum eſt.

EXPERIMENTUM I.

76. In omnibus Corporibus Fluidis Partes omnes ſeſe mutuò attrahere deducimus, ex figurâ ſphæricâ quam Guttæ ſemper habent; ex eo etiam quod nullum detur Fluidum, cujus Partes non ſint quaſi conglutinatæ, quod in Mercurio clarè apparet.

EXPERIMENTUM 2.

77. Sed multò meliùs hæc mutua Particularum Attractio
TAB. I. probatur, ex eò quòd in omnibus Fluidis duæ Guttæ ut
Fig. 2. A & B, ſtatim ac ſe invicem quà minimè tangunt, in unam Guttam majorem F redigantur; quæ omnia cùm etiam in metallis liquefactis locum habeant, ſequitur Particulas, ex quibus hæc conſtantur, & tùm ſeſe mutuò attrahere, cùm motu Ignis à junctione arcentur.

78. Tribuendus eſt motus hicce Actioni agenti aut in Guttæ ſuperficiem externam, aut in ſingulas minimas, ex quibus Gutta conſtat, Particulas.

Actioni in ſuperficiem non poſſe adſcribi, niſi fingamus

mus preſſionem ab omni parte æqualem clarum eſt; tali veró preſſione Guttæ figuram minimè mutari poſſe in *cap.* 3. *lib.* III. ex Legibus preſſionis Fluidorum, deducemus.

Primo etiam intuitu patet in Guttâ ovali *a b c d* preſſiones in ſuperficies *a b* & *c d* ſuperare preſſiones in ſuperficies *a c*, *b d*, ſi ab omni parte Gutta æqualiter prematur. Non poteſt tamen Gutta rotunda fieri, quin preſſiones hæ minores majores vincant, quod eſt abſurdum. TAB. I. Fig. 3.

Actio ergò datur in ſingulas minimas Particulas. Hac ſingulæ aut ad vicinas tendunt, aut ab his removentur: non ſeparantur; ergò motus niſi Actioni, quâ Particulæ ſingulæ ad vicinas tendunt, adſcribi non poteſt, quem motum Attractionem vocamus *. * 73.

Poſitâ hac, quò major eſt numerus Particularum ſe mutuò attrahentium inter duas Particulas, eò majori Vi ſe mutuò versùs feruntur, & motus in Gutta continuatur, donec diſtantiæ inter puncta oppoſita in ſuperficie ſint ubique æquales, quod in ſolâ figurâ ſphæricâ locum habet. 79.

Qui hujus Attractionis cauſam detegeret; magnum quid in Phyſicis præſtaret; nos tantùm illam dari aſſerimus, & Cohæſionis eſſe cauſam immediatam: univerſalem etiam eſſe ex ante dictis deducimus *. * 10. 11.

Multa Corpora Attractione hac agunt in Corpora extranea, datâ Partium applicatione ſatis immediatâ. 80.

Exempla pauca dabo, in quibus effectus Attractionis hujus ſunt maximè notabiles.

EXPERIMENTUM. 3.

Abraſis paululùm ſuperficiebus duorum Globorum plumbeorum ita, ut duas habeamus ſuperficies, exiguas, pla- 81. TAB. III. Fig. 1.

 nas,

nas, benè nitidas, ſi hæ ad ſe invicem applicentur & compreſſione detur, propter molle metallum, paucarum Partium immediata applicatio, arctam habebimus inter Globos Cohæſionem, quæ eò major erit, quò plurimarum Particularum datur contractus mutuus, & quantùmvis ſit exiguua, ſemper admodùm ſuperabit exiguam illam Cohæſionem quæ Aëris preſſioni tribui poteſt.

EXPERIMENTUM 4.

82. TAB. III. Fig. 2. Tubuli vitrei exigui *tt*, *tt*, *tt*, ab utrâque extremitate aperti, Aquâ immerguntur, ut in ſchemate repræſentantur. Aqua in eos ſponte aſcendit, & ad majorem altitudinem quò diameter tubuli eſt minor. Tubuli, ſi admodùm anguſti fuerint, dicuntur Capillares; ſed in majoribus, quorum ex. gr. diametri æquant ſextam pollicis partem, Experimentum etiam procedit.

Effectum hunc preſſioni Aëris tribuendum non eſſe, ſequenti Experimento liquet.

EXPERIMENTUM 5.

83. TAB. III. Fig. 3. Suberi B junguntur Tubuli *t t*, *t t*, &c. Cylindro tenuiori æneo A E, per operculum O recipientis vitrei R penetranti, annectitur ſuber; deinde ope Machinæ pneumaticæ Aër ex recipiente R, orbi hujus Machinæ impoſito, exhauritur, & motu cylindri A E, Aquâ, vitro C D contentâ, immerguntur tabuli; Aqua in eo caſu eodem modo ac in Experimento præcedenti in eos aſcendit. Quomodo filum ſine ingreſſu Aëris moveri poſſit, in ſequentibus, dicetur.

EXPERIMENTUM 6.

84. TAB. III. Fig. 4. Vitrea duo plana A B C D junguntur in AB, at in C D interpoſitâ laminâ paululùm ſeparantur; margines C B Aquâ, aliquo colore tinctâ, immerguntur ita, ut latera

ra A B & C D ſint verticalia; antea iiſdem Planis intus eodem liquore madefactis.

Aqua inter hæc Plana, Planorum Attractione, aſcendit, & ad majorem altitudinem aſcendit pro minori inter Planâ diſtantiâ; cùm vero continuò à C D, versùs A B, minuatur hæc, aqua ubique ad diverſas altitudines aſcendit, & terminatur lineâ curvâ, exactè circinatâ, *efg*.

Experimentum 7.

ABCD ſunt duæ Laminæ vitreæ planæ, junctæ in 85.
A B, in C D verò paululùm ſeparantur, interpoſitâ La- TAB. I.
minâ cujuſcunque materiæ. Pede ligneo ſuſtinentur. Ad Fig. 4.
horizontem inclinantur Laminæ, elevando partem illam ad quam Laminæ conveniunt, nempè A B. Præſtatur hoc mediante Cochleâ H I; cujus pars exterior eſt ſolidum L, cum pede cohærens, motu autem Cochleæ ad libitum variatur Planorum inclinatio.

Gutta Aquæ, aut Olei, G interponitur ita, ut ambo Plana, antea eodem liquore madefacta, tangat; ab utroque Plano attrahitur, ſed Attractio majorem in Guttam edit effectum, ubi Plana minùs diſtant, id eſt, in *e* quàm in *f*; Gutta ideò *e* versùs movetur, id eſt, aſcendit, & eò celeriùs quò altiùs aſcendit, ſuperficiebus quibus Gutta vitra tangit, creſcentibus ubi diſtantia inter Plana minuitur. Angulus inclinationis Plani ita poteſt augeri, ut gravitas Guttæ æquè polleat cum effectu Attractionis, & tunc Gutta quieſcit; & ſi in eo caſu magis elevetur Planorum pars A B, Gutta deſcendit, propter Guttæ gravitatem præpollentem.

Experimentum 8.

Mercurius Auro & Stanno ſeſe jungit; etiam Aqua, & 86.
Oleum, Ligno & Vitro nitido adhærent.

87. Repulſionis exempla habemus inter Aquam & Oleum, & in genere inter Aquam & omnia Corpora pinguia, inter Mercurium & Ferrum, ut & etiam inter Particulas pulveris cujuſcunque.

EXPERIMENTUM 9.

88. TAB. I. Fig. 5.6. Si fruſtum Ferri Mercurio imponatur, hujus ſuperficies deprimitur circum Corpus immerſum, ut circum Globos A & B repræſentantur (*Fig.* 6.); & eodem modo, ac in caſibus ubi Vis Attractiva locum habet, ſuperficies Fluidi circum Corpora immerſa altior eſt, ut circum Globos A & B (*Fig.* 5.), & gravitate ad Libellam non defluit; ſic in hiſce, ubi Vis Repellens Actionem ſuam exerit, Fluida pondere ſuo non defluunt ad implendas cavitates, quæ circum Corpora immerſa formantur.

89. Cavendum autem ne cavitatem hanc Attractioni Particularum Mercurii tribuamus. Hâc fateor, talis formari poſſet cavitas, quamvis à Globo attraheretur Mercurius, ſi hæc Attractio minor eſſet illâ, quâ Particulæ Mercurii ſeſe mutuò attrahunt. Sed rem ita ſeſe non habere ſequenti Experimento conſtat.

EXPERIMENTUM 10.

90. TAB. III. Fig. 5. In Tubum Vitreum curvum B A E, cujus crus alterum anguſtum ſit, habeatque diametrum E duodecimam pollicis partem non ſuperantem, poſito primo crure latiori B C, infundatur Mercurius; ubi hic quieſcet, inæquales in cruribus erunt Mercurii altitudines, & in latiori crure major.

Depreſſionem autem Mercurii in anguſtiori crure non Gravitati tribui poſſe quis non videt? Non etiam Attractioni Partium, quâ pondus non poteſt mutari. Pendet

Digitized by Google

det ergò effectus à Vitri Actione, cujus Attractio, quando de Aquâ agitur, ipſam elevat, & cujus Repulſio Mercurium deprimit.

Attractioni & Repulſioni tribuenda ſunt Phænomena 91.
Globorum Fluidis innatantium; quando Fluidum attra- TAB. I. Fig. 5. 6.
hunt, hoc ab omni parte circa eos aſcendit, ut in *f*,
g, *h*, *i*, (*Fig* 5.); quando Fluidum repellunt, hoc ab
omni parte excavatur, ut in *f*, *g*, *h*, *i*, (*Fig.* 6.). * * 88.

Si in vaſe, in quo Experimenta fiunt, Fluidum à lateribus vaſis attrahatur, ab omni parte ſuſtinetur, & juxta latera altius eſt, ut in *e*, *l*, (*Fig.* 5.): quando vas ita repletur, ut Fluidum ab omni parte defluat, Attractione mutuâ partium, altius eſt in medio quàm
ad latera, & ſuperficiam convexam format C B D in TAB. I. Fig. 7.
vaſe A.

Ex hiſce ſolis ſequentia Experimenta explicantur.

Experimentum 11.

Quando vitreum vas non omninò Aquâ impletur, 92.
Globus vitreus, ſi, ad diſtantiam non admodum mag- TAB. I. Fig. 5.
nam à latere vaſis, aquâ imponatur, latus verſûs fertur
& ei ſeſe jungit. Globus ab omni parte æqualiter ab Aquâ premitur, quando autem accedit ad latus vaſis ita, ut duæ elevationes *e*, *f*, concurrant, Vis, quâ ibi Aqua elevatur, tollit pro parte preſſionem; & preſſio à parte oppoſitâ præpollet; elevationes autem magis ſeſe extendunt quàm apparet. Eodem modo duo Globi ad certam diſtantiam ſeſe mutuò petunt.

Experimentum 12.

Quando vas repletur ita, ut Aqua defluat, Globus à 93.
latere vitri ſponte medium verſùs fertur; Vi, quâ Aqua in TAB. I. Fig. 7.
medio magis elevatur, ab eâ parte preſſionem minuente.

Ex-

Digitized by Google

EXPERIMENTUM 13.

94. Duo Globi ferrei Mercurio, Vitro contento, impoſiti ſeſe mutuò etiam petunt. Hi quoque ad latera Vitri feruntur: Utriuſque Phænomenon ratio hæc eſt; cavitates
* 91. circum Globos, ut & ad latera Vitri dantur *; ubi cavitates junguntur preſſio minuitur, & illam partem versùs Globus uterque fertur.

95. In cryſtalliſationibus etiam pulcherrima Attractionis exempla habemus.

DEFINITIO 5.

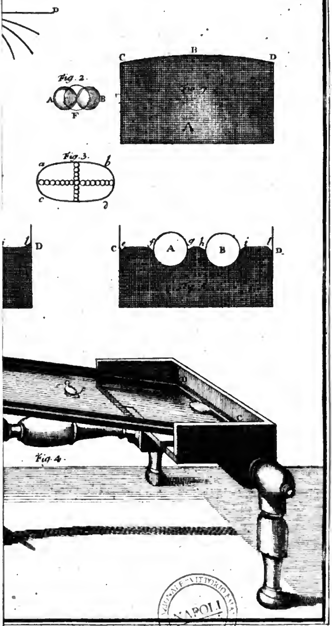
96. *Elaſticitas, vocatur Corporum proprietas, quâ, ſi Figura horum Vi aliquâ mutetur, hac ceſſante, ſponte ad priſtinam Figuram redeunt.*

Si Corpus quoddam ſit compactum, flectat ſe, &, cùm prematur, introcedat, ſine ullo Partium ſuarum ſublapſu, Corpus revertet ad Figuram ſuam Vi illâ, quæ ex mutuâ ſuarum Partium Attractione oritur.

97. Illam verò aëris proprietatem, quæ hujus *Elaſticitas* dicitur, oriri ex Vi, quâ partes ſeſe mutuò repellunt, ſuo tempore dicetur.

98. Et ne quis dicat, quia cauſam prædictæ Attractionis & Repulſionis non damus, has inter Qualitates occultas eſſe referendas. Cum Newtono reſpondemus, „ nos „ illa Principia conſiderare, non ut *occultas Qualitates*, „ quæ ex *ſpecificis* rerum *Formis* oriri finguntur; ſed ut „ *univerſalis* Naturæ *Leges*, quibus res ipſæ ſunt for- „ matæ; nam Principia quidem talia reverâ exiſtere „ oſtendunt Phænomena Naturæ, licet, ipſorum cau- „ ſæ quæ ſint, nondum fuerit explicatum. Affirmare „ ſingulas rerum ſpecies *ſpecificis* præditas eſſe *Qualita-* „ *tibus occultis*, per quas eæ Vim certam in agendo ha- „ beant,

TAB · I ·



NAPOLI

Digitized by Google

„ beant, hoc utique eſt nihil dicere. At ex Phæno-
„ menis Naturæ duo vel tria derivare generalia motûs
„ Principia, & deinde explicare quemadmodum pro-
„ prietates, & actiones rerum omnium, ex Principiis
„ iſtis conſequuntur; id verò magnus eſſet factus in Phi-
„ loſophia progreſſus, etiamſi Principiorum iſtorum cauſæ
„ nondum eſſent cognitæ.

SCHOLIUM I.

De Effectu Attractionis Vitri in Aquam generaliter conſiderato.

Singulæ Particulæ aqueæ, ad exiguam à Vitro diſtantiam, ab hoc attrahuntur; id eſt, per lineas rectas tendunr ad ſingulas Vitri Particulas, quarum diſtantia non ſuperat illam, ad quam Vitrum & Aqua in ſe mutuò agere poſſunt. 99. TAB. II. Fig. 5. Sit Vitri ſuperficies AB; Particula C; hæc ad Vitrum tendit per lineam CD, ad ſuperficiem perpendicularem; tendit etiam ad punctum *e*, ſed eodem tempore æquali vi tendit ad omnia puncta in ſuperficie æqualiter cum *e* à D diſtantia, id eſt, in circumferentiâ circuli poſita, cujus diameter eſt *ef*: propter harum omnium Virium æqualitatem non poterit punctum magis ad punctum unum ferri, quàm ad aliud; ideò, omnibus Viribus ſimul agentibus, Particula etiam trahitur per CD. Similem demonſtrationem aliis Particulis Vitri, in *Aquæ Particulam* agentibus, applicando conſtabit, hanc *ad Vitrum tendere per lineam ad ſuperficiem hujus perpendicularem.* 100.

Detur ſuper plano Vitreo AB Gutta G. Particulæ ſingulæ, parum à Vitro diſtantes, ad hoc directè tendunt, Particulaſque quibuſcum cohærent ſecum trahunt; unde in Guttâ oritur motus ſimilis illi, qui in Guttâ daretur, ſi plano CD, ad AB parallelo, hoc versùs premeretur; effectus enim hujus Preſſionis cum effectu Attractionis congruit; hac Preſſione autem Gutta ſeſe expanderet *quaquà versùm*; ergo *expanſio* hæc quoque *eſt effectus Attractionis.* TAB. II. Fig. 6. 101.

Sit AB Aquæ ſuperficies; huic pro parte immergatur perpendiculariter Vitreum planum FD, cujus craſſitiem hic repræſentamus. Aqua à plano attrahitur *, & conatur quaquà versùm ſuper plano ſeſe expandere quaſi premeretur juxta directionem BD *. Hoc motu tantùm agitantur particulæ in D, motibus contrariis infra ſuperficiem ſeſe mutuò deſtruentibus; elevabitur ideò Aqua, & aſcendentem ſequetur illa, quæ cum ipſa cohæret, ſuſtinebiturque ita Aqua à Vitro, ut pondus Aquæ elevatæ valeat Vim quâ elevatur. 102. TAB. II. Fig. 7. * 100. * 101.

Sit altitudo hæc, quam juſto majorem repræſentamus, DC; ſuſtinetur autem Aqua in CDG ſolâ Vi, quâ particulæ in C ſurſum pelluntur: nam

ubi Aqua quieſcit, Vires, quibus Aqua inter C & D ſeſe quaquà verſùm
* 101. expandere conatur *, ſeſe mutuò deſtruunt: particula ex. gr. in *e* æqualiter ſurſum & deorſum pellitur. Vis ergò quæ ſuſtinet Aquam, ***proportionem***
103. ſequitur ***latitudinis ſuperficiei, juxta quam Aqua adſcendit, menſuratæ, ad altitudinem ad quam Aqua pertingit, in lineâ ad ſuperficiem ipſius Aquæ parallelâ;*** quam eandem rationem ***ſequitur pondus Aquæ elevatæ.***

SCHOLIUM II.

De Tubis Capillaribus.

* 82. AQuam in Tubos vitreos minores ſponte adſcendere vidimus *, quod
104. quomodo fiat nunc evidenter patet. *Quantitas* autem ***Aquæ, quæ ſuſtine-***
* 103. ***tur,*** ſequitur rationem circumferentiæ ſuperficiei Aquæ elevatæ *; & circumferentia hæc, ***ſi agatur de Tubis cylindricis, perpendiculariter immerſis, ad inſtar diametri ipſius Tubi creſcit aut minuitur.***

105. Sint duo Tubi quorum diametri dicantur D, *d*; altitudines Aquæ *in Tubis*
* 2. 11. 14. A, *a*; quantitates Aquæ elevatæ erunt inter ſe ut Dq× A ad *d*q× *a* *; ideò Dq× A,
El. XII. *d*q× *a* :: D, *d* *; dividendo antecedentia per Dq, & conſequentia per *d*q habe-
* 101. mus, A, *a* :: $\frac{1}{D}$, $\frac{1}{d}$, id eſt, ***altitudines ſunt inverſè ut diametri.***

SCHOLIUM III.

De Adſcenſu Aquæ inter Plana, de quo in n. 84.

106. SInt AC, BC, lineæ repræſentantes Planorum ſectionem horizontalem
TAB. II. in ſuperficie Aquæ; ponamus ſpatium, angulo ACB contentum, di-
Fig. 8. vidi lineis ut *de*, *fg*, *hi*, *lm*, &c. parùm admodum, ſed æqualiter, à ſe mutuò diſtantibus; manifeſtum eſt æquales Aquæ quantitates in ſpatiis *dfeg*,
* 103. *himl*, elevari *; ibique ideò dari priſmata æqualia, quorum altitudines
* 34. El. XI. ſunt inverſè ut baſes *; hæ autem baſes, quia pro parallelogrammis haberi
* 1. El. VI. poſſunt, & latitudines *df*, *hl*, habeut æquales, ſunt inter ſe ut *de* ad *hi* *; quæ ſunt ut *d*C ad *h*C.

TAB. III. Deducimus ex his curvam *efg* eſſe Hyperbolam, cujus Aſymptoti ſunt
Fig. 4. lineæ AB, in quâ Vitra ſeſe mutuò tangunt, & BC, ſuperficies Aquæ *.
* La Hire S. C. l. IV. p. 1. Propter angulum rectum ABC Hyperbola eſt æquilatera *; examinavimus enim caſum in quo linea, in quâ Vitra ſeſe mutuò tangunt, ad ſuperficiem
* ibid. l. V. p. 13. Aquæ perpendicularis eſt.

Facilè etiam confertur altitudo in Tubo cum altitudine inter Plana.

107. Sit *Tubi cylindrici* ſectio M, cujus *ſemidiameter æqualis eſt diſtantiæ e d inter*
TAB. II. *Plana.* Clarum eſt Vim, quæ ſuſtinet priſma aqueum, cujus baſis eſt *def*,
Fig. 8. proportionem ſequi lineæ *df*; ambabus enim *df* & *eg* proportionalis eſt
* 103. Vis quæ Parallelopipedum, cujus baſis eſt *dfeg*, ſuſtinet *.

In

In Tubo Vis, quæ ſuſtinet priſma, cujus baſis eſt *nop*, proportionalis eſt arcui *np*; quia tota circumferentia proportionalis eſt illi, quæ integrum aqueum cylindrum, Tubo contentum, ſuſtinet. Si *np* & *df* fuerint æquales; Vires quæ priſmata ſuſtinent æquales ſunt; ideoque & ipſa priſmata æqualia; ſunt etiam in hoc caſu baſes *nop*, *def*, æquales, quare priſmatum altitudines non differunt, *& Aqua in Tubum & inter Plana ad eandem adſcendit altitudinem.*

Variari multis modis poteſt experimentum de adſcenſu Aquæ inter Plana. 108.

Nimium longum & ſatis inutile foret, omnia quæ huc ſpectant perpendere; ſatis eſt caſum præcipuum examinaſſe; Circa duos alios in quibus angulus ABC, quem linea, in quâ Vitra junguntur, cum ſuperficie Aquæ efficit, eſt acutus aut obtuſus, manentibus planis Vitreis ad Aquæ ſuperficiem perpendicularibus, notabo, Aquam etiam terminari Hyperbolicâ lineâ, cujus Aſymptos una eſt Aquæ ſuperficies: altera habetur erigendo perpendicularem BF ad CB, in puncto B; Aſymptos quæſita erit BE, quæ dividit bifariam FD, perpendicularem in puncto quocunque ad BF, & terminatam lineâ BA. TAB. II. Fig. 9. 10.

Si DF per punctum D Hyperbolæ tranſeat, BF erit ſemidiameter conjugata cum ſemidiametro BD.

In Fig. 10. ultra F. Hyperbola non continuatur; Aqua tamen ulterius adſcendit, ſed aliâ terminatur Curvâ.

In Fig. 9. quamvis Hyperbola vitrorum latera juncta ſecet in D, non ibi adſcenſus Aquæ terminatur, ſed ad certam, & quidem pro diverſo, quem inter ſe Vitra continent, angulo, diverſam ab AB diſtantiam, ab Hyperbolâ deflectitur curva, adſcenſuſque juxta BA continuatur. *Ubi enim exigua admodum eſt inter Vitra diſtantia Attractiones oppoſitæ ſeſe mutuò juvant*, quo 109.
augetur Aquæ adſcenſus. Simile augmentum actionis in N°. ſequenti memoratur; in Luminis Attractione à Corporibus etiam locum habet, ut notamus in Numero ultimo *cap. 3. Lib. 5.*

SCHOLIUM IV.

De motu Guttæ in n. 85.

Concipiamus Plana, inter quæ Gutta movetur, ſecari alio Plano, ad 110.
dicta Plana, & ad lineam in qua junguntur, perpendiculari: hanc TAB. II.
figura repræſentat ſectionem; ſed cùm motus ab inclinatione Planorum ad Fig. 11.
ſe invicem pendeat, hanc juſto majorem repræſentamus, ut & diſtantiam inter Vitra, & diſtantiam ad quam Vitrum in Oleum agit.

Sint Plana AB, CD; Gutta *eeff*; *gh* diſtantia ad quam Vitrum Oleum trahit: omne ergo Oleum inter *eihf* ad Planum trahitur, & conatur ſeſe quaquà versùm ſuper plano expandere *; non autem poteſt, propter cohærentiam partium Guttæ, & Vires oppoſitas in *e* & *f*, quæ ſeſe mutuò deſtruunt; Guttaque, ſi plana parallela forent non moveretur. Nunc verò, quia Actio Attractionis perpendiculariter dirigitur ad Vitrum, Oleum, in ſpatio *flh*, à ſuperficie *fg* attrahitur; ceditque, quia nullâ Actione contrariâ deſtruitur hæc; quo motu agitatur tota Gutta, cujus partes cohærent inter ſe. Tendit idcircò Gutta illam partem versùs in quâ Vitra concurrunt, quamdiu Planorum inclinatio ad horizontem talis eſt, ut Vis,

* 101.

quâ Gutta gravitate ſuper Plano conatur deſcendere, minor ſit illâ, quâ ex Attractione ſursùm fertur.

Ubi autem exigua eſt inter Vitra diſtantia, Attractiones oppoſitæ ſeſe mutuò juvant, Viſque magis augetur quàm ad inſtar diametri Guttæ, quod augmentum in ratione diametri, ex ſuperiùs demonſtratis deduci facilè poteſt.

CAPUT VI.

De Motu in genere, ubi de Loco & Tempore.

111. *Motus eſt tranſlatio de Loco in Locum, ſive continua Loci mutatio.* Quiſque illius habet ideam, quæ ſimplex eſt, & verbis explicari nequit.

112. *Locus eſt Spatium à Corpore occupatum,* cujus idea etiam ſimplex eſt.

Duplex hic eſt, verus ſeu abſolutus, & relativus.

DEFINITIO I.

113. *Locus verus eſt pars Spatii immobilis, quæ à Corpore occupatur.*

DEFINITIO 2.

114. *Locus relativus,* qui ſolus ſenſibus diſtinguitur, *eſt ſitus Corporis reſpectu aliorum Corporum.*

Sæpè mutatur Locus verus manente relativo, & vice verſâ.

115. Unde *Motus alter eſt verus, ſeu abſolutus, alter relativus.*

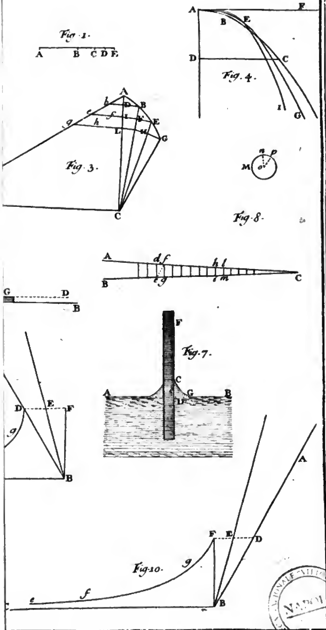
Dùm Corpus movetur, Tempus labitur.

116. *Tempus* etiam *duplex eſt*; *verum ſeu abſolutum, & relativum.*

117. *Verum* nullam habet relationem ad Motum Corporum, neque ad ſucceſſionem idearum in Ente intelligenti, ſed *ſuâ naturâ ſemper æqualiter fluit.*

DE-

TAB. II



NAPOLI
Digitized by Google

Digitized by Google

DEFINITIO 3.

Tempus relativum eſt pars Temporis veri per Motum 118.
Corporum menſurata, hoc idearum ſucceſſione percipitur.

Motus omnis poteſt celerior fieri, & etiam Corpus tardius quàm ante poteſt moveri; ſucceſſio etiam idearum accelerationem & retardationem admittit; unde ſequitur Tempus relativum à vero differre, hoc enim nunquam citius, nunquam tardius fluit.

DEFINITIO 4.

Illa Motûs affectio, quâ in certo Tempore certum Spatium 119.
à Corpore moto percurritur, vocatur Celeritas aut Velocitas; quæ ergò major aut minor eſt pro magnitudine hujus Spatii, & *huic Spatio ſemper proportionalis eſt.*

Spatium percurſum etiam *ad inſtar Temporis augetur, ſi* 120.
Velocitas maneat.

Ideò generaliter Spatium percurſum ſequitur rationem 121.
compoſitam Temporis & Velocitatis.

Datis variis Corporibus, ſi pro ſingulis Velocitas multiplicetur per Tempus, producta erunt ut Spatia percurſa.

DEFINITIO 5.

Motûs directio *eſt recta, quæ ducta concipitur partem* 122.
versûs ad quam tendit mobile.

DEFINITIO 6.

Potentia, aut Preſſio, eſt vis continua in Corpus agens ad 123.
hoc ex Loco movendum, & quæ actionem in Corpus exerere poteſt, hoc non moto, aut Motu jam impreſſo non mutato. Si nempe Preſſionis Actio contrariâ Preſſione deſtruatur.

Poteſt Preſſio in Loco agere, quo diſtinguitur ab actione Corporis Vi inſitâ agentis, quæ Actio ſemper eſt de Loco in Locum.

LIBER I.

Pars II. De Actionibus Potentiarum.

CAPUT VII.

De Actionibus Potentiarum comparandis.

124. PReſſiones, id eſt, Potentiarum Actiones, *æquales* eſſe has, quæ *æqualibus temporibus æquales edunt Effectus*, primo intuitu patet.

Preſſionem contrariam poſſe vincere Preſſionem, in
125. dubium nemo vocabit. *Preſſiones æquales, contrariè agentes, ſeſe mutuò deſtruere, & has eſſe æquales quæ ſeſe mutuò deſtruunt*, ſi pro axiomate non habeatur, ex proximè præcedenti Propoſitione haud difficulter deduci poterit.

126. Ex quibus patet, *Preſſiones eſſe inter ſe ut Effectus æqualibus temporibus editos.*

127. *Si prematur Obſtaculum, &* hoc ex loco non recedat, *contrariâ Preſſione* deſtruitur *Preſſio*; aliter enim hæc nullum ederet effectum. Si ergò *non* contrariâ Preſſione *deſtruatur, cedit Obſtaculum.* Hìc non conſideranda eſt quæ in quibuſdam occaſionibus Obſtaculo communica-
128. tur Vis, quâ in motu perſeverat *: *Agitur tantùm, in*
* 18. *totâ hac parte ſecundâ, de Tranſlatione, quæ eſt effectus immediatus Preſſionis*, & quæ ſemper tantùm ſola locum habet in momento primo infinitè exiguo, quando Actione Potentiæ Obſtaculum movetur.

Cùm effectus Preſſionis, contrariâ Preſſione non de-
129. ſtructæ, ſit Obſtaculi tranſlatio, ſequitur, *Actiones variarum*

rum

Digitized by Google

rum Potentiarum, contrariis Preſſionibus non deſtructas, *tantùm inter ſe poſſe differre reſpectu Obſtaculorum in quæ agunt Potentiæ, & reſpectu Spatiorum ab Obſtaculis certo tempore percurſorum.*

Definitio.

Magnitudinem Preſſionis, conſideratam cum relatione 130.
ad Actionem in Obſtaculum quieſcens, ſed ſibi permiſſum, id eſt capacitatem agendi, quando contraria Preſſione non deſtruitur Preſſio, *vocamus Potentiæ Intenſitatem.*

Sunt igitur *Potentiarum Intenſitates, ut Actiones in* 131.
Obſtacula, quæ Preſſionibus transferuntur.

Si æqualibus temporibus per Spatia æqualia Obſtacula 132.
cedant, Potentiarum Intenſitates ſunt ut Obſtacula *. * 126.129. 131.

Si Potentiæ in Obſtacula æqualia agant, Potentiarum 133.
Intenſitates ſunt ut Spatia per quæ, æqualibus temporibus, Obſtacula transferuntur *. * 126.129. 131.

Si autem *& Obſtacula & Viæ ab his, æqualibus tem-* 134.
poribus, percurſæ differant, ſunt Potentiarum Intenſitates ut Obſtacula, & ut Viæ percurſæ *, id eſt, in harum * 132.133.
ratione compoſita.

Ex. gr. ſi unius Potentiæ Actio fuerit in Obſtaculum duplum, & per Spatium triplum removeatur; Actio, ideòque Potentiæ Intenſitas, erit bis tripla, aut ter dupla, nempe ſextupla. Ratio hæc compoſita habetur ſi, datis numeris in ratione Obſtaculorum, & aliis in ratione Spatiorum percurſorum, pro ſingulis Potentiis, Obſtaculum per Spatium ab hoc percurſum multiplicetur; producta enim habebunt quæſitam compoſitam rationem.

Si ergò numeri dentur, qui *Intenſitates Potentiarum* 135.
variarum exprimant, erunt hi ut producta Obſta-

culorum

culorum per Spatia; ergò ſi ſinguli ex datis numeris *per Spatium ab Obſtaculo ſuo percurſum dividantur, quotientes erunt ut ipſa Obſtacula.*

Ideò eò majora ſunt Obſtacula, quò Intenſitates ſunt
136. majores, & Spatia percurſa minora; id eſt, *Obſtacula ſunt in ratione compoſita directa Intenſitatum, & inverſa Spatiorum percurſorum.*

Si numeri, qui exprimunt producta Obſtaculorum per Spatia, id eſt, qui Potentiarum Intenſitates exprimunt, ſinguli dividantur per numeros, qui Obſtacula deſig-
137. nant, quotientes erunt ut *Spatia;* quæ ergò *ſunt directè ut Intenſitates, & inversè ut Obſtacula.*

138. *Potentiarum Intenſitates ſunt æquales, ſi Spatia percurſa fuerint in ratione inverſa Obſtaculorum.* Quantùm enim Potentia una reſpectu Obſtaculi alteram ſuperat, tantùm reſpectu Spatii percurſi ſuperatur. Ex. gr. ſi Obſtacula fuerint ut octo & ſex, Viæ percurſæ ut tria ad quatuor, utraque Intenſitas exprimetur per numerum vi-
* 134. ginti quatuor *.

Spectant hæc omnia Actiones in Obſtacula ſibi permiſſa, & ſolà inertià reſiſtentia.

De Preſſionibus quæ ſeſe mutuò deſtruunt nunc dicendum. Hoc in contrariis tantùm contingit Preſſionibus, & ſunt hæc contrariæ, quando una alteri reſiſtit, & hujus reſpectu format Obſtaculum.

139. In hoc caſu *æquales* Preſſiones ſeſe mutuò deſtruunt *:
* 125. hæc autem datur æqualitas ubi *oppoſitæ Preſſiones æqualiter reſiſtunt?* Nam utraque reſiſtentià ſuâ in oppoſitam Preſſionem agit. Reſiſtentiæ hæ determinantur, 1mo. ſi ad Intenſitates attendamus; ſunt enim Reſiſtentiæ ut Inten-
140. ſitates, quando de iiſdem agitur circumſtantiis: *mutatâ* enim

tâ enim *Potentiæ Intenſitate*, ſi cetera maneant, *in hac eâdem ratione mutabitur Vis quâ ipſa reſiſtit.*

Sed 2°. dum ſuperatur Preſſio, & punctum, cui applicatur, ad certam diſtantiam removetur, determinata quædam, ut hoc certo tempore fiat, deſideratur Actio; duplicanda hæc erit, ſi hoc idem, eodem tempore, bis ſit efficiendum; id eſt, ſi ad duplam punctum, eodem tempore, removeri debeat diſtantiam. Bis tunc etiam Preſſio quæ ſuperatur eodem modo ſuperatur, & bis reſiſtit, id eſt, dupla eſt ipſius Reſiſtentia, *creſcit* ergò 141. *Potentiæ, cujus non mutatur Intenſitas, Reſiſtentia, ut Spatium percurſum, certo tempore, à puncto cui applicatur.*

Et diverſarum Potentiarum Actiones, quibus contrariis 142. *Preſſionibus reſiſtunt, ſunt inter ſe in ratione compoſitá Intenſitatum Potentiarum, & Spatiorum, quæ, eodem tempore, percurri poſſent à punctis, quibus Potentiæ hæ applicantur* *. * 140. 141.

Deducimus ex his *Preſſiones quarum Intenſitates ſunt* 143. *æquales, contrariè agentes, ſeſe mutuò in hoc ſolo caſu deſtruere, in quo puncta, quibus applicantur, ſi agitata concipiantur, Vias æquales percurrunt* *. * 141.

Et *poſitis hiſce Viis æqualibus, non ſeſe deſtruent, ſi In-* 144. *tenſitates differant* *. * 140.

Potentiæ autem, quæ Intenſitate differunt, æquales poterunt exercere Preſſiones, ſi punctis applicentur, quæ agitata inæquales eodem tempore percurrunt Vias, & quidem ita; ut quantum Reſiſtentia una aliam Intenſitate ſuperat, tantum reſpectu Viæ percurrendæ ſuperetur *, in quo caſu inæqualitatum compenſatio da- * 143. tur.

Sunt ergò *oppoſitæ Preſſiones* æquales, & *ſeſe mutuò de-* 145. *ſtruunt, ſi Potentiarum Intenſitates fuerint inversè, ut Viæ à*

 punctis,

punctis, quibus applicantur, percurrendæ, eodem tempore, conceſſâ horum agitatione.

Generaliter etiam ex iiſdem præmiſſis determinamus,
146. quid requiratur, *ut plures Potentiæ ad unam partem, cum unâ, aut pluribus, contrariè agentes, has deſtruant.*

Multiplicanda eſt unius cujuſque Intenſitas per Viam à puncto, cui applicatur, certo Tempore, percurrendam, & producta erunt inter ſe ut ſingularum Potentiarum Actiones, quibus Preſſionibus contrariis reſiſtunt. *Si* nunc *ſumma productorum ad unam partem æqualis ſit ſummæ productorum ad aliam,* Reſiſtentiæ oppoſitæ erunt æquales, & *oppoſitæ Actiones ſeſe mutuò deſtruent.*

CAPUT VIII.

Generalia circa Gravitatem.

PHÆNOMENON I.

147. *Omnia Corpora in Terræ viciniis, ſi nullo obſtaculo cohibeantur, Terram versùm feruntur.*

DEFINITIO I.

148. *Vis quâ Corpora Tellurem versùs pelluntur, vocatur Gravitas.*

DEFINITIO 2.

149. *Vis illa cum relatione ad Corpus, quod Vi illâ propellitur, vocatur Corporis Pondus.*

PHÆNOMENON 2.

150. *Vis Gravitatis ubique in Terræ viciniis, & omnibus momentis, æqualiter agit.*

Parva quidem datur Gravitatis differentia in Regionibus diverſis, de quâ agemus in *Cap.* 17. *Lib.* VI. Nimis tamen

tamen eſt exigua, ut hìc conſideretur; præcipuè cùm in Regionibus, inter ſe vicinis, omninò ſit inſenſibilis.

Quando Corporis deſcenſus Obſtaculo cohibetur, Pondere ſuo ſemper æqualiter Obſtaculum premit, Terræ centrum verſùs tendens; *poteſt* ergò *haberi pro Potentiâ in Obſtaculum agenti*, & quæ de Potentiis in Capite præcedenti ſunt demonſtrata, hìc etiam locum habent. 151.

PHÆNOMENON 3.

Corpora quæ Vi Gravitatis deſcendunt, ſi omnis tollatur Reſiſtentia, ſunt æquè velocia. 152.

Phænomenon hoc Experimento patet.

EXPERIMENTUM.

Machinæ Pneumaticæ, cujus ope Aër ex vaſis educitur, varii Cylindri vitrei ita imponuntur, ut unicum Cylindrum forment ſex aut ſeptem pedes altum, & cujus diameter eſt quatuor aut quinque pollicum. Aër evacuatur; & fruſtum Auri cum leviori Plumulâ, è ſuperiore parte hujus evacuati vaſis, eodem momento, dimittuntur; & eodem exactiſſimè momento ad fundum perveniunt. 153.

Si quidam Aër admittatur, & Experimentum repetatur, differentia in deſcenſu, ex Aëris reſiſtentiâ oriunda, obſervatur. 154.

Quomodo hocce Experimentum ſit inſtituendum, & quomodo commodè variis vicibus repetatur, in *Parte* I. *Libri* III. dicam quando de Machinâ Pneumaticâ, & iis quæ cum hac relationem habent, agam.

Ex alio etiam Experimento, in ſequentibus memorando, idem hocce Phænomenon deducitur.

Ex hiſce ſequitur, Gravitate Obſtacula quæcunque, per æqualia Spatia, æqualibus temporibus, transferri, 155.

ex Actione immediatâ Gravitatis; patet enim Corpora
in primo momento eodem modo moveri, & in ſingulis momentis ſequentibus eodem modo accelerari; ſunt
* 131. ergò Actiones Gravitatis in Corpora ut ipſa Corpora *,
156. id eſt *Pondera ſunt ut Quantitates Materiæ*; ſingulæque
Materiæ Particulæ æquales æqualiter ponderant, cujuſcunque Corporis Particulæ fuerint.

157. Quando Pondus conſideratur ut Potentia, Intenſitas Potentiæ proportionalis eſt quantitati Materiæ in Corpore ponderanti, & Potentiæ directio eſt Terræ centrum versùs.

Hæc de Gravitate notanda erant, quia Ponderibus in Experimentis circa Preſſiones inſtituendis utimur.

CAPUT IX.

De quibuſdam Machinis, quæ in pluribus Experimentis uſu veniunt.

DEFINITIO I.

158. TAB. III. Fig. 6. T*Rochlea ſimplex, eſt Orbiculus circa Axem volubilis, cui circumpoſitus Funis Ductarius dictus.* Trochlea exhibetur in T, Funis Ductarius eſt *a b c d.*

Hac Machinâ Potentiæ directio mutatur, nec ullius alius uſus eſt, quando ſuo loco eſt fixa; in hoc enim
159. caſu, *Vis, ſeu Potentia, Funi Ductario applicata, ut* M,
* 144. *Intenſitate æqualis impedimento* P, *æquipollet Impedimento* *;
Impedimentum enim eſt contraria Potentia, quæ ſi agitetur per Spatium transfertur æquale Viæ, eodem tempore, à Potentiâ oppoſitâ percurſæ.

In Experimentis, quibus Potentiarum Actiones illuſtramus,

Digitized by Google

TAB. III.

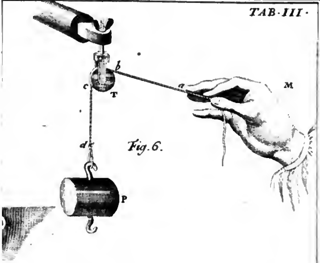


Fig. 6.

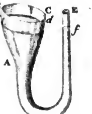


Fig. 5.

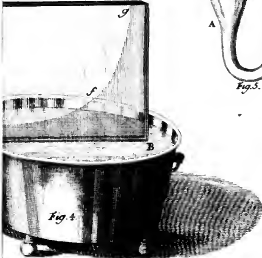


Fig. 4.

NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

ſtramus, ſæpè Trochleis utimur; Pondera enim adhibentur, quorum directiones, cùm omnes deorsùm tendant, frequenter mutandæ ſunt.

Plurimæ Trochleæ cum ipſis Machinis cohærent, aliæ ſeparatæ ſunt, & diverſis Machinis applicari poſſunt. Tales exhibemus in T, & T. Utriuſque autem formæ plures deſiderantur; quinque aut ſex ſufficiunt. TAB. IV. Fig. 1. 3.

TROCHLEA,

Cujus Capſula circa Axem volubilis eſt.

Hujus Trochleæ Orbiculus *m*, more ſolito rotatur; 160.
ſed præterea, quando firmata Trochlea, eſt, hujus Capſula mobilis eſt, & poſitâ Caudâ verticali, planum Orbiculi *m*, omnes ſitus poſſibiles verticales adipiſci poteſt. TAB. IV. Fig. 1. 2.

Partes hujus Trochleæ ſeparatas exhibemus in *Fig*. 2. & ſunt. 1. Cauda R, ad quam etiam referri debet Cochlea D. 2. Capſula S, cujus pars eſt Lamina *g*. 3. Tandem ipſe Orbiculus *m*.

Auxilio Caudæ, Machinis conjungitur Trochlea, & firmatur; tunc Caudæ pars *c*, per aperturam quadratam, quam exactè replet, tranſmittitur, & Lamina *b* ſuperficiei Corporis, actione Cochleæ D, arctè applicatur.

Orbiculus *m* capſulâ ſuâ includitur, & in hac ſuſpenditur inter Laminas *g* & *f*, Axeos Orbiculi extremis, in foramina *i*, *i*, penetrantibus ita, ut in his Axis hic verſetur. Lamina *g*, in hoc caſu, ſolido *e* applicatur, & Cochleis *l*, *l*, firmatur.

Idem ſolidum *e* perforatum eſt in *n*; cavitas eſt cylindrica, & in interiori benè levigata. Per hanc penetrat Clavus Chalibeus *q*, exactè cylindricus, benè politus, & qui cavitatem replet. In extremitate ſua *n* paulò latior hæc eſt, ut caput Clavi recipiat.

Clavus hic penetrat in Tubum *a*, Caudæ R; tunc Tubi orificium applicatur ſolido *e*, quod cum Caudâ conjungitur pinnulâ *p*, quæ per Tubum *a*, & Clavum in Tubo penetrat, ibique hæret.

Conjunctis ſic omnibus partibus, Capſula, Orbiculum continens, circa clavum *q* volubilis eſt.

TROCHLEA,
Caudâ planâ, inſtructa.

161. Hujus Trochleæ conſtructio, ex inſpectione Figuræ
TAB. IV. Fig. 3. 4. ſatis patet. Partes ſeparatæ in *Fig*. 4. exhibentur : Cauda eſt *l*, hæc ſulco intruditur, ubi Trochlea in aliquo loco firmanda eſt.

In his *Fig*. 1. 2. 3. 4. *Tab*. IV. dimenſiones omnes ad dimidium veræ magnitudinis reductæ ſunt.

COLUMNA,
Variis Experimentis, demonſtrandis, & Machinis ſuſtinendis, accommodata.

162. Columna lignea C in menſâ erigitur, & firmatur Coch-
TAB. IV. Fig. 5. leâ B, quæ Caudæ A, infra menſam, per foramen rotundum, penetranti, applicatur.

Perforata hæc Columna eſt ab *a* ad *b*; & ad anticam poſticamque partem explanata hæc eſt juxta latera aperturæ, quæ ubique ejuſdem latitudinis eſt.

163. Huic Columnæ ſæpè jungitur alia minor G, hoc plerumque fit interpoſito Annulo ligneo E, quem trajicit Cochlea D, quæ etiam penetrat in Columnæ minoris cavitatem *d*, quæ cùm Cochleam contineat ipſi D reſpondentem facilè firmatur.

164. Eodem modo aliquando Columnæ huic minori G, cum C jam conjunctæ, ſuper imponitur caput H, quod auxilio Cochleæ I, in ipſum caput penetrantis, firmatur.

Coch-

Cochlea exterior F cum Cochleis D & I congruit, & hujus uſum ſtatim videbimus.

Figuræ hujus, 5[tæ], dimenſiones ad ſextam partem ſunt reductæ.

Brachia varia prædictæ Columnæ applicantur, & exhibentur in *Fig.* 6. 7. 8. 9., reductis dimenſionibus tantùm ad ſemiſſem.

I. Primum ex his Brachiis exhibetur in Q. Columnæ 165.
ut conjungatur, per foramen *f*, tranſmittitur Cylindrus TAB. IV. Fig. 6.
aut Cochlea D (*Fig.* 5.), quæ foramen replet, & circa quam Brachium volubile eſt ita, ut, in ſitu quocunque, firmari poſſit, applicatâ Cochleâ F, aut Columnâ minori G.

In extremitate Brachii, datur in *e* foramen rotundum, 166.
per quod tranſit Cauda Unci V, quæ in ipſo foramine volubilis eſt, & firmatur Cochleâ R, interpoſitâ lamellâ cupreâ *l*, ne lignum Cochleæ compreſſione lædatur.

II. Secundum Brachium delineatum habemus in M; 167.
hujus Cauda N in Columnæ aperturam *a b* (*Fig.* 5.) in- TAB. IV. Fig. 7.
truditur; cujus latitudinem Cauda hæc exactè replet, dum in ipsâ mobilis eſt, ita, ut Brachium in loco quocunque aperturæ firmari poſſit, auxilio Cochleæ O, P.

In Brachii extremitate explanatâ foramina duo dantur *d*, & *c*, rotundum unum, quadratum alterum.

In primo firmari poteſt uncus V Brachii primi, ut hoc 168.
de foramine *e* (*Fig.* 6.) diximus *. * 166.

Secundum foramen *c* uſu venit, quando Trochlea T 169.
(*Fig.* 1.) Brachio applicanda eſt *; congruit enim fo- * 160.
ramen cum ipsâ Caudâ Trochleæ.

III. Brachium tertium A, eodem modo ut ſequens, 170.
Columnæ conjungitur, quando huic ſuperimpoſita eſt TAB. IV. Fig. 8.

Co-

* 163. Columna minor G (*Fig.* 5.) *, cujus Cochlea I, per foramen *f* Brachii, tranſit, & firmatur ut de Brachio
* 165. primo diximus *.

171. Brachium, de quo agimus, A latius eſt in anteriore parte B C. Armata eſt pars hæc Laminâ cupreâ E C B D, in extremitatibus latera Brachii versùs inflexâ; ut ſuſtineat Orbiculos O, O, volubiles circa Axes ut D, & inter Brachium & Laminam ſuſpenſos.

172. Lamina hæc in medio latior eſt ita, ut ultra lignum promineat; in qua parte prominente tria dantur foramina, unum in medio *g*, duo lateralia, æqualiter à *g* diſtantia *e*, *e*. Uncus etiam V cum hoc Brachio cohæret; ſed de ipſius ſitu dicam ubi de uſu ejuſdem agam.

173. Quartum Brachium A, Columnæ conjungitur ut de
TAB. IV. Fig. 9. tertio dictum *.

* 170. Prominentiam in anteriori parte habet E, in quâ fir-
* 160. mari poteſt Trochlea T (*Fig.* 1.) *; hujus Cauda tunc trajicit foramen quadratum *c*, cum quo pars quadrata Caudæ congruit.

174. Lamina D B Brachio applicata eſt; cum hac cohærent unci quinque V, V, V, V, V; de quorum diſtantiâ, & ſitu, dicam, ubi ipſorum uſum explicabo.

175. Et alia Lamina cuprea F G H I cum Brachio conjuncta eſt. Hujus pars G H à ligno diſtat paulò magis ſemi pollice. In hac Laminæ parte tria dantur foramina anguſta; quorum duo extrema apparent in *t*, *t*; medium Lamina M L tegit.

176. Laterali ſuperficiei Brachii Laminæ duæ applicantur Q R, L M. Prima fixa eſt, & in parte extremâ, quæ ita flexa eſt, ut cum ipsâ Laminâ angulum efficiat rectum, foramen datur anguſtum *s*.

Lami-

Lamina LM retinetur Clavo muſcario O, circa quem 177.
volubilis ipſa eſt; parum nihilominus agitari tantùm poteſt, propter Cochleam *n*, per foramen L penetrantem, quâ tamen, propter hujus foraminis magnitudinem, non omnis motus impeditur. Firmatur autem Lamina auxilio ejuſdem Cochleæ, quando cum hac conjungitur hujus pars exterior N.

In hoc Brachio foramina dantur quatuor, unum apparet 178.
in P, tria reliqua in ſuperficie oppoſitâ habentur; his intruduntur paxilli ut X, cum quibus cohærent fila quæ foramina *t*, *t*, *t*, *s*, trajiciunt.

CAPUT X.

De Librâ, & Centro Gravitatis.

PONdera explorantur, id eſt, quantitates Materiæ in 179.
ſingulis Corporibus comparantur *, adhibitâ Librâ, * 156.
aut Bilance, Inſtrumento notiſſimo.

DEFINITIO I.

Axis Libræ vocatur Linea, circa quam Libra movetur, 180.
aut potiùs rotatur.

DEFINITIO 2.

Quando ad longitudinem Brachiorum, ſive Jugi, at- 181.
tendimus, Axis conſideratur ut punctum, & vocatur *Centrum Libræ.*

DEFINITIO 3.

Puncta ſuſpenſionis, aut applicationis, *vocantur, puncta* 182.
in quibus vel actu ſunt, vel liberè dependent, Pondera, aut Lances, quibus Pondera imponuntur.

Circa hanc Machinam ſequentia notanda ſunt.

183. *Pondus gravat Punctum, ſi liberè ab hoc dependeat, ad quamcumque altitudinem, eodem modo ac ſi in ipſo poſitum intelligeretur.*

*149.150. Pondus enim Corporis ad omnes altitudines æqualiter trahit Funem quo ſuſpenditur. *

EXPERIMENTUM 1.

184. TAB. VI. Fig. 1. Libræ AB, Pondus P, ope funis BD, applicatur, & ad varias ſuſpenditur altitudines; & eo ſitus Libræ non mutatur.

185. *Actio Ponderis ad movendam Libram eò major eſt, quò magis Punctum, Pondere gravatum, à Centro Libræ diſtat; & hæc Actio ſequitur proportionem diſtantiæ prædicti Puncti ab illo Centro.*

TAB. VI. Fig. 2. Quando Libra rotatur, in eodem Libræ motu, Punctum B percurrit Arcum Bb, & Punctum A Arcum Aa, quorum ultimus maximus eſt; in illo ergò Libræ motu actio ejuſdem Ponderis varia eſt, pro Puncto cui applicatur, & ſequitur proportionem Spatii ab hoc Pun-
*151.141. cto percurſi *; eſt ergò in A, ut Aa, in B, ut Bb; Arcus verò hi ſunt inter ſe ut CA, CB.

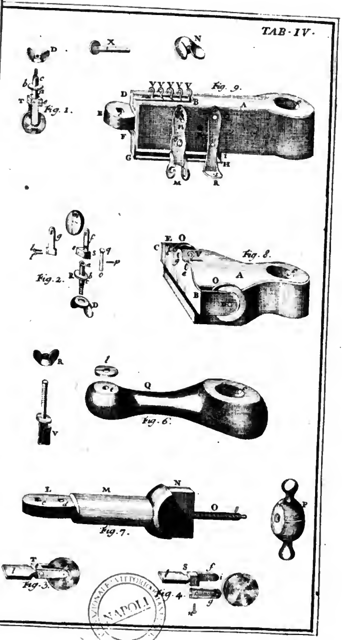
EXPERIMENTUM 2.

186. TAB. VI. Fig. 3. Libræ AB, cujus jugi longitudo eſt duorum pedum, brachia ſingula in partes centum æquales diviſa ſunt, poſito diviſionum initio in ipſo Centro Libræ.

Actio Unciæ unius, applicatæ 60. diviſioni, æqualis eſt actioni trium Unciarum 20. diviſioni ſuſpenſarum.

187. Ut hoc Experimentum, cum quibuſdam ſequentibus, commodè inſtituatur, varia dantur Pondera ænea unius Unciæ, ut P, quæ diviſionibus Jugi applicari poſſunt, & in inferiori parte uncum habent. Dantur quoque Lan-

ces



NAPOLI

ces variæ, ut L, quæ ſingulæ, cum filis & unco quo ſuſpenduntur, exactiſſimè etiam ponderant Unciam unam.

Actiones Ponderum in Libram, cæteris paribus, differre, ut ipſa Pondera differunt, clarum eſt. Hæ autem Actiones non poſſunt differre niſi reſpectu Ponderum aut diſtantiarum à Centro; unde deducimus; *Actionem Ponderis ad movendam Libram ſequi rationem compoſitam ipſius Ponderis, & diſtantiæ hujus à Centro Libræ* *. Multiplicando Pondus per ſuam à Centro diſtantiam productum exprimit Actionem. 188. 189. * 185.

Definitio 4.

Libra in æquilibrio dicitur, quando Actiones Ponderum, in utrumque brachium, ad movendam Libram, ſunt æquales ita, ut ſeſe mutuò deſtruant, ut in præcedenti Experimento. 190.

Definitio 5.

Quando Libra eſt in æquilibrio, Pondera ab utrâque parte dicuntur æquiponderare. 191.

Pondera inæqualia poſſunt æquiponderare; Datur tale æquilibrium, quando diſtantiæ à Centro ſunt reciprocè ut Pondera *. In hoc enim caſu, ſi unumquodque Pondus per ſuam diſtantiam multiplicetur, producta erunt æqualia *. Confirmatur hæc Propoſitio præcedenti Experimento. 192. * 189. 190. * 16. El. VI.

Hoc fundamento nititur Statera Romana, quâ unico Pondere Corporum gravitates explorantur. 193.

Experimentum 3.

Statera Romana AB duo habet brachia admodùm inæqualia; breviori Lanx applicatur: alterum in partes æquales dividitur, poſito diviſionum initio in Centro motûs; diviſiones majores numeris notantur, & ſingulæ in octo minores, æquales quoque inter ſe, iterùm 194. Tab. VI. Fig. 4.

 divi-

dividuntur. Pondus tale ei applicatur, ut, in primâ diviſione majori ſuſpenſum, æquiponderet cum Semi-librâ Lanci impoſitâ: tum Corpus explorandum Lanci imponitur, & Pondus memoratum per longitudinem brachii movetur, donec detur æquilibrium; diviſiones majores inter Pondus & Libræ Centrum interceptæ, Semi-librarum numerum denotant, quas Corpus ponderat; ſubdiviſiones Uncias indicant. Minus etiam Pondus quodcunque adhiberi poteſt, quo minores differentiæ inter Corporum pondera determinari queunt.

195. Eodem etiam nititur fundamento Bilanx fallax, cujus nempe brachia ſunt inæqualia.

EXPERIMENTUM 4.

196. TAB. VI. Fig. 5. Libræ ſuperiùs memoratæ * duæ Lances, ponderis inæqualis, ut detur æquilibrium, applicantur, ab unâ * 186. parte centeſimæ, ad alteram nonageſimæ ſextæ diviſioni. Si tunc duo Pondera dentur quæcumque, quæ ſint inter ſe ut 24. ad 25, ex. gr. primum duodecim Unciarum, ſecundum duodecim Unciarum cum ſemiſſe, & illud primæ Lanci, hoc verò ſecundæ, imponatur, æquiponderabunt.

197. *Plurima Pondera, variis diviſionibus brachii ejuſdem applicata, cum unico Pondere poſſunt æquiponderare.* Requiritur, ut productum hujus Ponderis, per ſuam diſtantiam à Centro, æquale ſit ſummæ productorum omnium aliorum Ponderum, ſingulatim unumquodque per ſuam diſtantiam à Centro multiplicatorum.

EXPERIMENTUM 5.

198. TAB. V. Fig. 1. In uno Libræ brachio Pondus duarum Unciarum vigeſimæ diviſioni, Pondus unius Unciæ trigeſimæ, & tandem Pondus trium Unciarum ſexageſimæ diviſioni, applicantur; & æquilibrium datur, ſi Pondus unicum quin-

que

que Unciarum quinquageſimæ diviſioni, alterius brachii, ſuſpendatur.

Multiplicando 50 per 5, productam habemus 250. In alio brachio tria habemus producta, 20 × 2, id eſt 40, 30 × 1, id eſt 30, & 60 × 3, nempe 180. Colligendo nunc 40, 30, 180, in unam ſummam, etiam habemus 250.

Plurima Pondera, numero inæquali, ad utramque partem applicata, poſſunt æquiponderare. In hoc caſu, ſi unumquodque multiplicetur per ſuam diſtantiam à Centro, ſummæ productorum ab utrâque parte erunt æquales: &, ſi ſummæ iſtæ ſunt æquales, datur æquilibrium. 199.

EXPERIMENTUM 6.

Ex inſpectione figuræ Experimentum hoc ſatis patet. 200.
Multiplicando ſingula Pondera, per ſuas à Centro diſtantias, habemus ab unâ parte producta 15, 40, 110, 80, 90, 500, ad aliam partem 70, 105, 300, 360: quorum ſumma utraque eſt 835. TAB. V. Fig. 2.

Ad perfectionem Libræ requiruntur. 1. Ut puncta ſuſpenſionis Lancium, aut Ponderum, ſint exactè in eâdem lineâ cum Centro Libræ. 2. Ut ab utrâque parte exactè ab iſto Centro æquidiſtent. 3. Ut Libræ brachia, quantùm commodè fieri poteſt, ſint longa. 4. Ut in motu Jugi & Lancium, quantùm fieri poteſt, parvus ſit attritus. 5. Ut partes Axeos, quæ Jugo ſeparantur, ſint exactiſſimè in eâdem lineâ rectâ. 6. Tandem ut Centrum Gravitatis Jugi detur paululùm infra Centrum motûs. 201.

DEFINITIO 6.

Centri Gravitatis vocatur punctum in Corpore, circa quod omnes partes Corporis, in quocumque ſitu poſiti, in æquilibrio ſunt. 202.

203. Corpora ſingula, aut varia juncta, ſive ſint contigua; ſive ſeparata, commune Centrum Gravitatis habere, in Scholio ſequenti 1°. demonſtramus.

204. *Quando Centrum Gravitatis ſuſtinetur, Corpus quieſcere poteſt;* quia inter partes oppoſitas æquilibrium datur.

EXPERIMENTUM 7.

205. Corpus A ſuſtinetur & quieſcit, quia hujus Centrum
TAB. VI. Fig. 6. Gravitatis *c*, ſuſtinetur à fulcro F.

206. *Quando Centrum Gravitatis non ſuſtinetur, Corpus movetur donec ſuſtineatur Centrum hoc.* Non enim circa aliud punctum partes oppoſitæ ſunt in æquilibrio.

EXPERIMENTUM 8.

207. Corpus A menſæ impoſitum cadet, & Corpus B in
TAB. V. Fig. 3. ſitu, in quo repræſentatur, non manebit, quia horum Centra Gravitatis non ſuſtinentur.

Ex hiſce cauſa deducitur, quare Corpora quædam, Planis inclinatis impoſita, devolvantur; & alia ſimpliciter labantur.

EXPERIMENTUM 9.

208. Corpus A labitur, quia hujus Centrum Gravitatis à
TAB. V. Fig. 4. Plano inclinato ſuſtinetur, id eſt, linea verticalis, quæ per hoc Centrum tranſit, Planum inclinatum ſecat in baſi Corporis. Corpus verò B devolvitur, quia verticalis linea, quæ tranſit per Centrum Gravitatis, ſecat planum inclinatum extra Corpus.

209. Ex prædictis etiam ſequitur, Corpus deſcendere quando Gravitatis Centrum deſcendit, id eſt, Terræ Centrum versùs movetur.

Aliquando in hoc caſu Corpus adſcendere videtur: ſæpe etiam reverà, ſi integrum ipſius volumen conſideremus, aſcendit; quando Centrum figuræ Corporis cum Centro Gravitatis non coincidit. Ex-

EXPERIMENTUM 10.

Duo Plana IHLM & FDE verticalia, ita diſponuntur, ut angulum contineant; quare diſtantia EL minor eſt diſtantiâ DH; puncta autem D, H, magis elevata ſunt quàm E, L. 210. TAB. VII. Fig. 1.

Inter hæc Plana ponitur rota A, cujus axis B formatur ex duobus conis, quorum baſes ipſi rotæ applicatæ ſunt. Rota à lateribus DE, HL, Planorum ſuſtinetur, & ſponte DH versùs, ubi elevatio maxima eſt, tendit.

Propter majorem inter Plana diſtantiam in DH, Rota A, cujus axis ab utrâque parte eſt conus, magis deſcendit inter Plana, quando illam partem versùs movetur; ideò Gravitate ſuâ huc fertur, ſi modò deſcenſus inter Plana ſuperet adſcenſum, ex anguli HCD inclinatione ad horizontem oriundum.

EXPERIMENTUM 11.

Cylindrus ligneus A, intus à latere continet cylindrum plumbeum P, qui capſulâ ligneâ *bd* continetur, ut firmetur. Centrum Gravitatis eſt in ſectione ad baſin parallelâ, cylindrum in duas partes æquales dividente, & in puncto, reſpondenti puncto baſis *c*. 211. TAB. V. Fig. 5.

Cylindrus hic utcunque poſitus, movebitur, donec Centrum Gravitatis memoratum ſit in infimo, ad quem pervenire poteſt, loco.

Si Plano inclinato imponatur, in eo ſitu in quo hìc delineatur; deſcendet Centrum Gravitatis, dum Corpus juxta planum adſcendet, poſitâ juſtâ plani inclinatione.

Adſcendit Corpus dum rotatur partem plani ſuperiorem versùs; ſed dùm ſic rotatur, cavendum ne juxta planum labatur; retinetur autem Fune, quo pro parte Cylindrus circumdatur, cujus extremitas Cylindro in F connectitur,

ctitur, extremitate alterâ in E plano affixâ manente.

Ulterius ex iis, quæ de Centro Gravitatis dicta ſunt,
212. deducimus; *Punctum, in quocunque Corpore, aut Machinâ, quod ſuſtinet Centrum Gravitatis Corporis, totum hujus pondus ſuſtinere: integramque Vim, quâ Corpus Terram versùs tendit, in hoc Centro quaſi coactam dari.*

EXPERIMENTUM 12.

213. TAB. V. Fig. 6. Si Regula AB, brachio Libræ ſuſpendatur, & æquiponderet cum pondere P, in omni ſitu æquiponderabit; quia Centrum Gravitatis C eodem modo ſuſtinetur, & eidem puncto ſuſpenſionis ſemper reſpondet.

SCHOLIUM I.

De Centro Gravitatis.

Centrum Gravitatis diximus eſſe Punctum in Corpore, circa quod omnes hujus partes, in quocunque ſitu ponatur, ſunt in æquilibrio *: tale Punctum in Corpore quocunque revera dari, cum pleriſque Mechanicis poſuimus, hoc nunc demonſtrabimus. * 202.

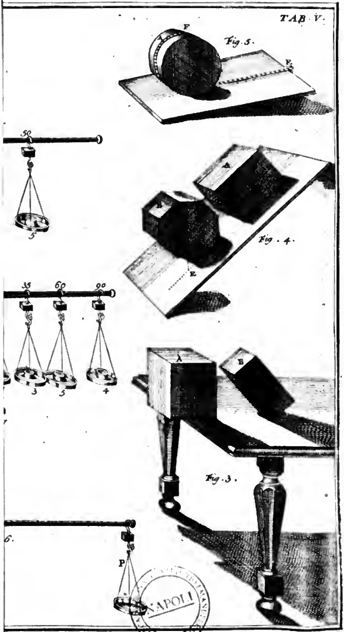
214. TAB. VI. Fig. 7. Sint Puncta duo Gravia A & B, inæqualem quamcunque Gravitatem habentia; concipiantur hæc juncta, lineâ inflexibili, rectâ, ſine pondere; Detur in hac Punctum C tale, ut CA ſit ad CB, ut pondus Puncti B ad pondus Puncti A. Pondera hæc in æquilibrio erunt circa C, & quidem in ſitu quocunque, ut ex ante demonſtratis * deducitur; ideò ſi ſuſtineatur Punctum C, ſuſtinentur Puncta A & B, & harum actio in puncto C quaſi coacta eſt. * 185.

Detur tertium Punctum grave D, ponderis cujuſcunque; jungantur D & C, etiam rectâ inflexibili, ponderis experti; ſitque in hac Punctum E, ita determinatum, ut EC ſe habeat ad ED, ut pondus Puncti D ad ſummam ponderum Punctorum A & B.

Si A & B juncta darentur in C, circa E daretur æquilibrium, poſitâ lineâ CD in ſitu quocunque *: ſed A & B, ut demonſtravimus, in ſitu quocunque lineæ AB, agunt quaſi in C juncta eſſent; ergò tria Pondera A, B, D, lineis inflexibilibus conjuncta, in ſitu quocunque, in æquilibrio ſunt circa Punctum E; quod ergò eſt Centrum Gravitatis trium Punctorum. Puncta hæc etiam nullum aliud habere Centrum Gravitatis, præter Punctum E, ex eâdem demonſtratione conſtat. * 185.

Si quartum daretur Punctum Grave, lineâ inflexibili, rectâ, jungendum hoc

foret



NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

foret cum E, & ſimili demonſtratione conſtaret, quatuor Puncta commune habere Gravitatis Centrum, & unicum hoc eſſe.

Cùm verò eadem demonſtratio ad numerum quemcunque Punctorum referri poſſit, applicari poterit omnibus Punctis Gravibus, ex quibus *Corpus quodcunque* conſtat: *habet* ideò Corpus *Centrum Gravitatis, & unicum tale habet Centrum.* 215.

De Centri Gravitatis Inveſtigatione.

Dentur Corpora, numero quocunque, quorum commune Gravitatis Centrum ſit C; per hoc concipiamus Planum horizontale, quod ſit Planum ipſius figuræ. Sint Centra Gravitatis ipſorum Corporum A, B, D, E, F; ſi Centra hæc in ipſo Plano horizontali memorato non dentur, ad hoc referenda ſunt lineis verticalibus, & eodem modo Planum Corpora gravabunt ac ſi ipſorum Centra Gravitatis darentur in Punctis, in quibus lineæ hæ verticales Planum ſecant *. 216. TAB. VI. Fig. 8. * 183.

Suſtineatur Planum lineâ GH; habentur Actiones Ponderum ad movendum Planum circa lineam GH, *multiplicando Pondus unumquodque per ſuam diſtantiam à lineâ* GH *, & ſumma productorum dat integram Actionem, quâ omnia Pondera ſimul Planum premunt, ad hoc circa GH agitandum. 217. * 180.

Omnia autem Pondera agunt, quaſi eſſent in C *; idcircò habetur etiam ipſorum Actio, multiplicando ſummam Ponderum per diſtantiam Puncti C à lineâ GH: *Si* ergò *ſumma* memorata *productorum*, quæ, ut patet, huic ultimo producto æqualis eſt, *dividatur per ſummam Ponderum, datur in quotiente diſtantia Centri Gravitatis à lineâ* GH. * 211.

Quando agitur de Ponderibus, quæ lineis verticalibus ad Planum horizontale referuntur, diſtantiæ Punctorum, ad quæ Pondera referuntur, à lineâ GH, ſunt æquales diſtantiis Centrorum Gravitatis ipſorum Corporum à Plano verticali, per GH tranſeunti.

Cùm verò hæc demonſtratio locum habeat in quocunque ſitu Corpora dentur, ſi lineis inflexilibus, & ſine pondere, Corpora inter ſe cohæreant, nullum poteſt concipi Planum, quod non, ſervato ipſius ſitu reſpectu *Corporum*, poſſit fieri verticale; unde ſequitur datis Corporibus & Plano quocunque, *diſtantiam Centri Gravitatis à Plano detegi, multiplicando pondus uniuſcujuſque Corporis per ſui Centri Gravitatis diſtantiam à Plano, & dividendo productorum ſummam per ſummam Ponderum omnium Corporum.* 218.

Si ſimilem demonſtrationem applicemus Plano, quod inter Corpora tranſit, differentia, inter ſummas productorum ab utrâque parte, per Ponderum ſummam dividenda erit, ad detegendam memoratam diſtantiam Centri Gravitatis à Plano. 219.

Ex hiſce deducimus methodum, quâ *inveſtigatur Centrum Gravitatis; quærendo hujus diſtantiam à tribus Planis* *. *Quæ eadem methodus ad Corpus quodcunque peculiare applicari poteſt, referendo ad hujus partes, quæ de diverſis Corporibus ſunt demonſtrata.* 220. * 218. 221.

Si Corpora, quorum commune Gravitatis Centrum quæritur, *ſua peculiaria Gravitatis Centra in eodem Plano habeant, determinatur quæſitum Centrum, detegendo hujus diſtantiam à duabus Lineis* *, *utcunque in eodem hoc Plano ductis.* 222. * 217.

Quando peculiaria Gravitatis Centra in eâdem Lineâ dantur, detegitur commu- 223.

ne Gravitatis Centrum operatione unicâ, quâ bujus diſtantia à Puncto quocunque; in eâdem illâ Lineâ ſumto, determinatur; multiplicando nempe unumquodque Pondus per diſtantiam à Puncto adſumto, & ſummam productorum dividendo per Ponderum ſummam, in quotiente dabitur Centri quæſiti diſtantia a Puncto adſumto, ſi omnia Pondera dentur ad eandem partem. Sed ſi inter Pondera Punctum adſumtum detur, producta ab unâ parte ſubtrahenda erunt ex ſummâ productorum ad aliam partem Puncti adſumti, & hæc differentia, diviſa per ſummam Ponderum, dabit quod quærimus.

S C H O L I U M II.

Arithmetica Mechanica.

224. REgulæ quatuor Arithmeticæ, Additio, Subtractio, Multiplicatio, &
* 186. Diviſio, ope Libræ ſuperiùs memoratæ *, cujus brachia in partes æquales ſunt diviſa, facilè inſtitui poſſunt, Operationumque demonſtratio ex ante memoratis quàm facillimè deducitur; ſatis ideò erit ipſas Regulas exemplis illuſtrare.

Habeatur pondus quodcunque pro Unitate; Uncia Ex. gr.; decima pars Unciæ eodem modo poſſet adhiberi.

225. Sit numerus 364 Libræ applicandus; tres Uncias centeſimæ applico diviſioni & Unciam unam diviſioni 64tæ.

226. Gravetur brachium Libræ utcunque; quem numerum valeat actio hæc, determinamus, ſuſpendendo in centeſimâ diviſione brachii oppoſiti pondus, quod augeatur additâ ſucceſſivè Unciâ atque Unciâ, donec actio hæc prævaleat: ponamus novem Uncias nondum æquilibrium dare, decem autem excedere; relictis novem, motu unius juxta brachium quæro æquilibrium, detur hoc ubi pondus ad 47 diviſionem pervenit, actio quæſita valebit 947.

227. ADDITIO. Sint addenda 34, 54, 268, 407, 45, 65. Separatim numeros
* 215. hos applico eidem brachio Libræ *; quæro hujus actionis valorem *; &
* 226. detego 873, ſummam quæſitam.

228. SUBTRACTIO. Ex ſumma numerorum 567, 258, ſubtrahendi ſunt nu-
* 225. meri 489, & 56. Numeros primos uni applico brachio *; ſubtrahendos al-
* 225. teri applico *, & quæro quantum valeat actio, quâ æquilibrium inſtaurari
* 226. poteſt *, & detego differentiam quæſitam 280.

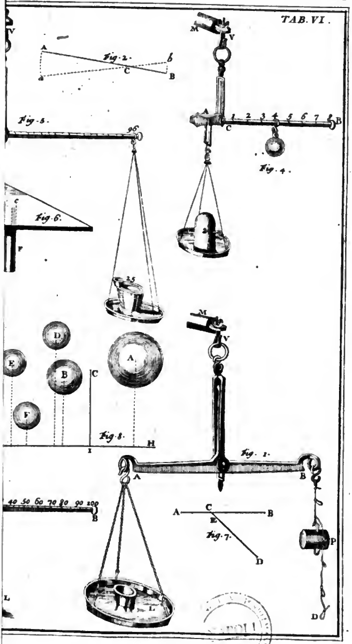
229. MULTIPLICATIO. Detur numerus 67, multiplicandus per 15. Pondus
* 226. 15. ſuſpendo diviſioni 67, & quæro valorem *, quo productum quæſitum * detego 1005.

230. DIVISIO. Sit 1005. numerus dividendus per 15. Numerum dividendum
* 225. applico Libræ *, & movendo pondus quindecim juxta brachium, quæro æquilibrium, quod datur ubi pondus ad 67 diviſionem, quotientem deſignantem, pervenit.

Præſtat in hiſce duabus ultimis Operationibus, ut & in ſequenti, minori pondere pro Unitate uti; ſit ergò Unitas decima pars Unciæ.

231. REGULA PROPORTIONIS. Multiplicatione & Diviſione peragitur; ſed, hac adhibitâ Machinâ, unica Operatio ſufficit. Datis 77, 132 :: 63, quæritur

Digitized by Google



Digitized by Google

ritur quartus Proportionis terminus. Tredecim Uncias cum duabus partibus decimis, id eſt, pondus quod valet 132 applico diviſioni 63^{a}. Diviſioni autem $77^{mæ}$, alterius brachii, applico pondus quod mutandum donec æquilibrium habeatur; ſic tentando detego pondus deſiderari decem Unciarum cum octo partibus decimis, quod indicat numerum quæſitum eſſe 108.

CAPUT XI.

De Vecte, Machinarum ſimplicium primâ.

DEFINITIO I.

Vectis à Mathematicis vocatur Linea recta, inflexibilis, Ponderibus ſuſtinendis, aut elevandis, accommodata, Ponderis vel nullius, vel ſaltem æquabilis, ut A B. 232. TAB. VII. Fig. 2. 3. 4.

Ubi Pondera elevanda ſunt applicatur Linea hæc Fulcro, ut circa punctum mobilis ſit.

Inter Machinas, quæ ſimplices vocantur, primum locum occupat, eſt omnium ſimpliciſſima; & uſu venit, quando Pondera ad parvam altitudinem elevanda ſunt.

Quatuor aliæ dantur Machinæ ſimplices, de quibus in tribus Capitibus ſequentibus.

Circa Vectem tria conſiderari debent. 1. Pondus ſuſtinendum, aut elevandum, P. 2. Potentia, quâ ſuſtinetur, aut elevatur, quæ hîc Pondere Q deſignatur, & vulgò eſt actio Hominis. 3. Fulcrum, quo Vectis ſuſtinetur, & ſuper quo movetur, aut potiùs rotatur, dum ipſum immobile manet, F. 233. TAB. VII. Fig. 2. 3. 4.

Vectes ad tria Genera referuntur. 234.

1. Vectis eſt primi generis, quando Fulcrum inter Pondus & Potentiam collocatur. TAB. VII. Fig. 2.

2. Secundi generis dicitur, quando Pondus inter Fulcrum & Potentiam Vecti applicatur. TAB. VII. Fig. 3.

TAB. VII. Fig. 4. 3. In Vecte tertii generis Potentia agit inter Pondus & Fulcrum.

In omnibus caſibus regulæ eædem locum habent, quæ
* 185. ex iis, quæ de Librâ dicta ſunt *, ſequuntur, & quæ analogiam inter Libram & Vectem oſtendunt. Vectis primi generis eſt quaſi Statera Romana ad elevanda Pondera accommodata.

235. *Actio Potentiæ, & Ponderis reſiſtentia, creſcunt in ratio-*
* 185. *ne diſtantiæ à Fulcro* *; ideòque, *ut Potentia valeat ad ſuſtinendum Pondus, requiritur, ut diſtantia Puncti in Vecte, cui applicatur, ſit ad Ponderis diſtantiam, ut Pondus ad*
* 192. *Potentiæ Intenſitatem* *, *quæ ſi paululum augeatur, aut magis à Fulcro removeatur, Pondus elevat.*

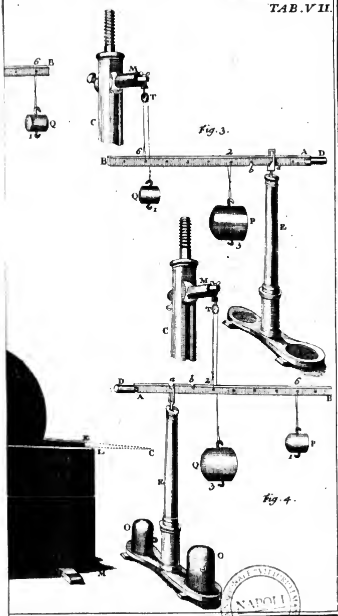
EXPERIMENTUM 1. 2. & 3.

236. Hæc regula Experimentis confirmatur in tribus me-
TAB. VII. Fig. 2. 3. 4. moratis Vectibus, ut patet in *Fig.* 2. 3. & 4. *Tab.* VII.; Æquilibrium enim datur, quando Pondus P, & Pondus Q quod Potentiam repræſentat, ut & diſtantiæ à Fulcro F, proportionem habent, quæ datur inter numeros in Figuris.

237. Regula ex duriori ligno uſu venit, quæ ut ipſa in Æquilibrio ſit, huic applicatur Pondus ut D, quod eò majus deſideratur, quò minus à Regulæ ligneæ extremitate removetur Fulcrum; quare in A Cochleam habemus prominentem, cujus ope cylindrus cupreus D, qui variari poteſt, cum Vecte conjungitur.

Ne autem Regulæ ligneæ latitudo turbet Experimentum, in medio hujus latitudinis foramina dantur, ita ut Lineæ, per medium hoc ductæ, Potentiæ & Pondera applicentur. Inciſiones etiam dantur duæ *a* & *b* in quas Fulcrum ita penetrat, ut ipſa dicta Linea immediatè ſuſtineatur.

TAB. VII.



NAPOLI

Digitized by Google

Reliqua ulteriori explicatione non indigent; C eſt columna * ſæpiùs jam adhibita. * 162.

Quæ de conferendâ Potentiâ cum Pondere elevando diximus *, ad Vectem obliquum etiam applicari poſſunt. Sit talis Vectis A C B ex duabus Regulis A C, C B, angulum in C efficientibus, conſtructus. Fulcro Punctum C applicatur, & circa hoc Vectis rotatur: manifeſtum eſt in motu Vectis, ex ſitu A C B in ſitum *a* C *b*, angulos æquales eſſe A C *a*, B C *b*, & vias percurſas A *a* & B *b* à Punctis A & B, eſſe inter ſe ut diſtantias, AC, BC. Hac de cauſâ ut Potentia, in B perpendiculariter ad BC applicata, ſuſtineat Pondus in A, deſideratur ut ratio inter hoc & Intenſitatem Potentiæ illa ipſa ſit, ſed inverſa, quæ datur inter A C & B C *. 238. TAB. VIII. Fig. 1. * 235. * 145.

EXPERIMENTUM 4.

Vectis obliquus AB, Fulcro impoſitus, in tali ſitu quieſcit, in quo linea *c a* horizontalis eſt; quod obtinetur pondere D, in extremitate A cum Vecte conjuncto. Pondus P trium Librarum in *a* ſuſpenſum, ſuſtinetur Potentiâ Q, quæ valet libram unam; quia *a c*, ad *c b*, ut 1. ad 3. 239. TAB. VIII. Fig. 2.

Filum cui connectitur Q, angulum rectum cum latere Vectis *c b* efficit; quod quomodo præſtetur Figura demonſtrat. Trochlea T caudam habet *, quæ firmatur, dum cavitati, in latere Menſæ, intruditur. * 161.

Vecte etiam utuntur Operarii ad Pondera vehenda; & hujus uſûs Vectis varii dantur caſus, digni qui notentur, & quorum demonſtratio ex dictis facilè deducitur. 240.

Circa omnes caſus generaliter obſervandum, *Intenſitatem Potentiæ, aut Intenſitates Potentiarum junctas, quando plurimæ dantur, æquè pollere debere cum Gravitate Pon-* 241.

derum vehendorum, aut ſuſtinendorum: in omnibus enim caſibus Potentiæ & Obſtacula æquales Vias percurrunt.

242. *Si duabus Potentiis ſuſtineri, aut vehi, debeat Pondus, inter Potentias collocandum hoc erit, & diſtantiæ Potentiarum ab utrâque parte à Pondere, requiruntur in ratione inverſâ Intenſitatum Potentiarum.*

Potentiarum enim Actiones ſeſe mutuò turbabunt, niſi inter has Æquilibrium detur circa Punctum ſuſpenſionis Ponderis; quo Æquilibrio poſito, in Puncto hoc Potentiarum Actiones ſunt coactæ, & cum Pondere contrariè agunt; ideòque hoc ſuſtinent, propter æqualitatem inter Potentias & Pondus.

M A C H I N A,

Quâ Experimenta demonſtrantur de Vecte, quo Pondera transferuntur.

243. TAB. VIII. Fig. 3. Regula Lignea DE, cujus craſſities eſt ferè unius Pollicis, & latitudo duorum Pollicum, ſulcata eſt ab anteriori parte ab *m* ad *n*, etiam in partes æquales diviſa.

Cum hac Regulâ in medio cohæret ſolidum F, cujus ope columnæ C applicari, & ad varias altitudines firmari,

* 167. poteſt, ut hoc ſupra * de Brachio M (*Tab.* IV. *Fig.* 7.) diximus.

* 161. Trochleæ caudatæ * in Sulco firmari poſſunt ita, ut ſingulæ diviſioni cuicunque reſpondere poſſint.

Secunda adhibetur Regula lignea AB; hæc Vectem repræſentat, & tenuior eſt; pondus hujus determinari debet, Seſquiunciam noſtra ponderat.

Hæc quoque diviſa eſt, & diviſiones reſpondent diviſionibus Regulæ DE. Perforata eſt Regula AB in duobus Punctis *i*, *i*, ab extremitatibus non admodùm ſed æqualiter diſtantibus, & duabus diviſionibus, ad libitum ſumtis,

ſumtis, reſpondentibus; Fila duo, aut Funes tenuiores per hæc foramina Regulæ alligantur, & Trochleis T, T, in ſuperiori Regulâ ipſis punctis *i*, *i*, reſpondentibus, circumponuntur, ut pondere Lancium L, L, Regula AB ſuſtineatur, ſingulæ harum Lancium in noſtrâ Machinâ ponderant $\frac{1}{4}$. Unciæ; Vectiſque conſideratur quaſi nullum haberet Pondus; & Ponderis harum Lancium in Experimentis nulla ratio habetur. Reliquæ Lances quæ in Experimentis adhibentur ſingulæ ponderant Unciam unam, quod Pondus in computationibus non eſt negligendum.

Experimentum 5.

Uni ex Lancibus L, L, Pondus imponitur octo Un- 244.
ciarum, alteri Pondus quatuor Unciarum. Pondera hæc, quæ repræſentant Potentias, Vectem ſurſum trahentes in punctis *i*, & *i*, ſunt inter ſe ut unum ad duo; & juncta valent Uncias duodecim; pondus ergò duodecim Unciarum ſuſtinere poſſunt *. Hoc ipſum præſtabunt ſi Uncias * 241.
undecim Lanci unius Unciæ imponamus, & hanc in O Vecti applicemus, ut æquilibrium detur inter Actiones Potentiarum, ne Vectis rotetur. In hac figurâ diſtantia inter Puncta *i*, *i*, eſt 30. diviſionum, & Punctum O hanc diſtantiam dividit in duas partes quæ ſunt inter ſe ut duo ad unum, id eſt, inversè ut Potentiæ.

Experimentum 6.

Quando unâ Potentiâ duo Pondera ſuſtinenda ſunt, Po- 245.
*tentia inter Pondera collocanda eſt, & tunc quæ de duabus Potentiis dicta ſunt *, ad Pondera applicari debent.* Pon- * 242.
dera enim ſuſtineri non poſſunt, niſi horum commune Centrum Gravitatis ſuſtineatur. * * 206.

Plurima Pondera ſæpe unâ, aut plurimis Potentiis, ſuſtinen-

Digitized by Google

246. tinentur aut vehuntur. Circa quod notandum, *omnia Pondera, habere commune Centrum Gravitatis*; quod Centrum tale eſt, ut, ſi ab utrâque parte unumquodque Pondus multiplicetur per ſuam diſtantiam ab iſto Puncto, ſum-
* 199. 202. ma productorum ab utrâque parte ſit eadem. *

Potentiæ etiam utcunque diſpoſitæ commune habent Actio-
* 151. *nis Centrum*; poſſunt enim per Pondera repræſentari *, & hic Intenſitas uniuſcujuſque Potentiæ per ſuam diſtantiam à Centro multiplicari debet, & ſummæ productorum tunc erunt ab utrâque parte æquales.

Ut Potentiæ ad Pondera ſuſtinenda valeant, requiritur ut Centrum Actionis Potentiarum conveniat cum Centro Gravitatis Ponderum. Tunc omnium Ponderum, omniumque Potentiarum, Actiones in unum & idem Punctum reducuntur, quod Viribus æqualibus ſursùm & deorsùm trahitur, ideòque ſuſtinetur.

EXPERIMENTUM 7.

247. TAB. VIII. Fig. 4. Ex dictis explicatio Figuræ ſatis patet, in quâ O denotat Centrum Gravitatis Ponderum, & Centrum Actionum Potentiarum.

248. Prædicta etiam locum habent, ſi Vectis ab utrâque parte à Potentiis trahatur; hæ enim ita diſponendæ ſunt, ut Centrum Actionum, ab unâ parte agentium, cum ſimile Centro Actionum oppoſitarum, coincidat: & Vectem habebimus, qui quieſcere poterit, ſi ſumma Intenſitatum Potentiarum, ad unam partem, valeat ſummam Intenſitatum Potentiarum oppoſitarum.

249. Experimento facilè propoſitio hæc confirmatur, adhibitâ Tabellâ ligneâ, longitudinis circiter unius Pedis, latitudinis duorum Pollicum cum ſemiſſe. Hæc in ſitu horizontali pede ſuſtinetur, & juxta longitudinem ab utrâ-

que

que parte ſulcata eſt, ut Trochleæ caudatæ * ei applicentur, ſuper quibus Funes ponuntur horizontales, qui ad partes oppoſitas Regulam ligneam horizontalem trahunt. Poteſt hac methodo Experimentum ad libitum variari. Talem Machinam ſæpiùs adhibuimus; ſed, quamvis maximè ſit ſimplex, ipſam neglenimus; quia aliâ, quæ Experimentis, poſtea memorandis, de Viribus obliquis, inſervit, in hoc caſu uti poſſumus, quare peculiari Machinâ in hoc caſu non indigemus. * 161.

M a c h i n a,

Quâ Experimenta de Viribus obliquis, & Vecte qui horizontaliter trahitur, inſtituuntur.

Tabella lignea G, quadrata, aut paululum oblonga, 250.
pedibus ſuſtinetur. Huic ſuperimponitur Rectangulum TAB. IX. Fig. 1.
ligneum MNPQ, quod ſeparatum exhibetur in MNPQ (*Fig.* 2.). Hujus magnitudo talis eſt, ut exactè includere poſſit ipſam Tabellam; quare, ut huic imponatur, ſuſtentacula E, E, E, E, quæ in *Fig.* 1. literis *e*, *e*, *e*, *e*, deſignantur, addenda ſunt. Quibus Rectangulum, dum Tabellæ G applicatur, etiam ſupra hanc elevatur ad altitudinem circiter unius Pollicis.

In Experimentis de quibus nunc agitur, magis adhuc dum elevari debet, quod præſtatur quatuor minoribus ſuſtentaculis *f*, *f*, *f*, *f*. Separatim unum repræſentatum habemus in F (*Fig.* 2.): cum hoc cohæret cylindrus minor, aut paxillus, *h*, qui in Foramen, in angulo Tabulæ G, penetrat.

In minoribus lateribus Rectanguli inciſuræ dantur I*i*, 251.
I*i*, per ipſum lignum penetrantes; reliqua duo latera perforata ſunt foraminibus quadratis *c*, *c*, & minoribus inciſuris *d*D, *d*D &c. In his omnibus firmari poſſunt

* 160. Trochleæ, quæ capſulas volubiles habent *. Inciſuræ D d, D d, cum foramine c in utroque latere ita ſunt determinatæ, ut, firmatis Trochleis in c, & in extremitatibus inciſionum ſequentium d, D, d, D, &c. Diſtantiæ inter Trochleas ſint æquales.

EXPERIMENTUM.

252. Regula adhibetur lignea, diviſa in partes æquales ita,
* 251. ut diviſiones reſpondeant Trochleis, ut dictum *, firmatis.

Regula hæc horizontaliter trahitur duabus Potentiis ad unam partem, & tribus ad partem oppoſitam: ſumma duarum eſt Viginti Unciarum, & ſumma trium oppoſitarum huic æqualis eſt. Punctum in quo conveniunt Centra Actionum oppoſitarum eſt O, circa quod æquilibrium datur ad utramque partem, ut ex numeris, in Figurâ notatis, facilè deducitur.

Regula A B, nunc in Aëre pendula, facilè ad unam, aut ad aliam partem, propellitur, id eſt N P, aut M Q, versùs.

CAPUT XII.

De Axe in Peritrochio, Machinarum ſimplicium ſecundâ.

VECTIS, ut in principio Capitis præcedentis dictum, inſervit ubi Pondera ad parvam altitudinem elevanda ſunt; quando altitudo major eſt, Axis in Peritrochio uſu venit.

DEFINITIO.

253. *Axis in Peritrochio vocatur Rota cum Axe volubilis.*

Potentia in hac Machinâ applicatur peripheriæ Rotæ, cujus motu Funis, cui affixum eſt Pondus, Axi circumvolvitur, quo Pondus elevatur. Sit

Sit B D Rota; A E Axis; P Pondus elevandum; Q Po- 254
tentia: hujus Actione moveatur Rota, puncta B & A ar- TAB. VIII. Fig. 5.
cus ſimiles eo motu deſcribunt; arcus hi ſunt Viæ percurſæ à Potentiâ & Pondere, & ſunt inter ſe, ut B C ad A C, id eſt, ut Rotæ diameter ad Axis diametrum, ex quo ſequens Regula deducitur.

Potentia eò plus valet, quò major eſt Rota, & illius 255.
Actio creſcit in eâdem ratione cum Rotæ diametro. Pondus eò minus reſiſtit, quò Axis diameter minor eſt, & illius Reſiſtentia in eâdem ratione cum Axis-diametro minuitur. Et ut detur æquilibrium inter Potentiam & Pondus, requiritur, ut Rotæ diameter ſit ad Axis diametrum, in ratione inverſâ Potentiæ ad Pondus *. * 145.

Notandum Axis diametro, Funis diametrum eſſe addendam.

EXPERIMENTUM.

Hæc Regula diverſimodè confirmatur ope Machinæ hìc 256.
delineatæ, in quâ Rotæ cupreæ dantur tres *a*, *b*, *c*, quæ TAB. VIII. Fig. 6.
Pondere, filo juncto, & Potentiam repræſentante, moveri poſſunt. Hæ Rotæ cohærent inter ſe, & ipſis conjungitur Rota lignea A, ut pateat quomodo Scytalis *d*, *d*, Potentia applicari poſſit.

Axis in B duplam habet craſſitiem quàm in D, ut & eo reſpectu Experimenta variari poſſint.

Extremitates Axis ſunt chalibei, & tenuiores, ut in motu minor detur attritus.

Columnis ligneis E, E, ſuſtinetur Rota, & hæ ipſæ ſuſtentaculo imponuntur.

Quando Axis diameter eſt pars decima ſexta diametri Rotæ, unica Uncia Q ſedecim Uncias P ſuſtinet, & ſic de cæteris.

257. Quando Potentia Scytalæ applicatur, ut in *d*, diſtantia puncti, cui applicatur, à Centro, pro Rotæ ſemidiametro habenda eſt.

CAPUT XIII.

De Trochleâ, Machinarum ſimplicium tertiâ.

258. MUltis in occaſionibus Axis in Peritrochio ad elevanda Pondera inſervire nequit, Trochleis in iis caſibus utendum, & Machina, quæ ex iſtis formatur, eſt admodum compendioſa, & facillimè de loco in locum transfertur.

* 158. Quid ſit Trochlea, jam ante dictum *.

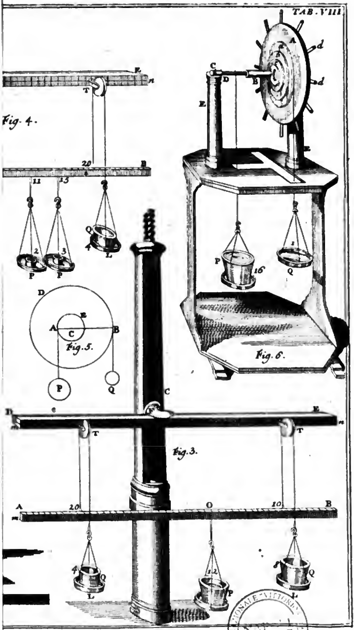
Si Pondus Trochleæ conjunctum ſit ita, ut hujus circumvolutio non impediatur, & cum Pondere elevetur, utraque extremitas Funis ductarii ſuſtinet partem dimi-
259. diam Ponderis. *Quando* ergò *extremitas una, unco alligata, aut aliter fixa eſt, Vis movens alteri extremitati applicata, quæ dimidium Ponderis valet, Pondus ſuſtinet.*

EXPERIMENTUM I.

260. Pondus P, duarum Librarum Trochleæ O conjungitur
TAB. IX. Fig. 3. ita, ut rotatio Orbiculi co non impediatur; unco V Funis extremitas *f* alligatur, & Funis etiam circumponitur
* 159. Trochleæ fixæ T, ut directio mutetur *; tunc Pondus Q, unius Libræ, huic extremitati applicatum, ſuſtinet Pondus P.

Uncus D, Pondere ſuo ſuſtinet Orbiculum mobilem O, ne hic Pondere ſuo turbet Experimentum.

261. Plurimi Orbiculi utcunque conjungi poſſunt, & Pondus iis annecti; ſi tunc unum extremum Funis fixum ſit, &



Digitized by Google

Digitized by Google

& hic circumeat omnes Orbiculos illos, & alios fixos æquali numero, parvâ Potentiâ magnum Pondus elevari poterit; in hoc caſu, quo numerus Orbiculorum, Ponderi conjunctorum, major eſt, (fixis enim Actio Potentiæ non mutatur *) eò minor Potentia valet ad ſuſtinendum * 159.
Pondus; & *Potentia, quæ eſt ad Pondus, ut Unitas ad duplum numeri orbiculorum, cum Pondere mobilium, cum hoc æquè pollet.* Hic enim eſt numerus Funium, quibus Pondus ſuſtinetur, & unico Funi Potentia applicatur, ut in Experimentis ſequentibus patet. 262.

Trochlea, in hoc caſu, conſtat ex duabus partibus; prima ſuſpenditur & continet Orbiculos fixos; ſecunda cum Pondere mobilis eſt. Simul conſideratæ *Trochleam* efficiunt. Partes ſeparatim eodem nomine deſignantur; tunc una dicitur *Trochlea ſuperior*, altera *inferior*. Unaquæque etiam *Rechamus* dicitur. 263

Experimentum 2.

Pondus P ſex Librarum Regulæ D E annectitur, in quâ tres Orbiculi O, O, O, liberè rotantur. Unco V extremitas *f* Funis alligatur, & Funis circumit tres illos Orbiculos, & totidem alios fixos; in altero extremo Pondus Q unius Libræ ſuſpenditur, & datur æquilibrium. 264. TAB. IX. Fig. 4.

Ultima ex Trochleis fixis T negligi potuiſſet, ſed tunc Potentia partem *i h* Funis ſurſum deberet trahere, actione quæ valeret ſextam partem Ponderis P; quia ſex Funibus, æqualiter tenſis, hoc ſuſtinetur. 265.

In hoc, ut in præcedenti Experimento, & ſequentibus hujus Capitis, cum unco, ut D, cohæret Pondus quo Orbiculi mobiles ſuſtinentur.

Digitized by Google

EXPERIMENTUM 3.

266. TAB. IX. Fig. 5. Non intereſt quomodocunque Orbiculi conjungantur; ad elevanda Pondera haud facilè præcedens diſpoſitio adhibetur; Operarii ideò inæqualibus Orbiculis utuntur, diſpoſitis ut in *Fig.* 5.; magnitudo enim Orbiculorum non mutat demonſtrationem.

In hoc caſu non omnes Funes verticales ſunt, niſi diametri Orbiculorum ſint in progreſſione Arithmeticâ numerorum naturalium, 1. 2. 3. 4. &c. Numeri impares 1. 3. 5., exprimunt diametros Orbiculorum cum Pondere mobilium; pares numeri 2. 4. 6. indicant diametros Orbiculorum fixorum: ſed quia hac methodo Orbiculi ad-
267. modùm magni ſæpè adhibendi ſunt, *in praxi Funium parallelìſmus negligitur*; quia error, ex exiguâ Funium obliquitate oriundus, contemni poteſt: in hoc tamen caſu obſervandum, Orbiculos conjunctos inæquales deſiderari,
TAB. IX. Fig. 8. ut Funes ſeparentur; vide *Fig.* 8. Quid autem ex Funium obliquitate ſequatur, in Capite hujus Libri decimo ſexto videbimus.

268. Quando Orbiculorum diametri ſunt ut numeri natu-
* 266. rales*, omnes eodem tempore Revolutionem unam abſolvunt; quare omnes ſuperiores, omneſque inferiores,
TAB. XI. Fig. 4. conjungi poſſunt, ita ut tantùm habeamus duos Axes mobiles; ponimus enim ſemper adhiberi Axes chalibeos, cum Orbiculis cohærentes, & qui in capſulis cupreis verſan-
* 160. tur, ut ſupra explicavimus*.

EXPERIMENTUM 4.

269. TAB. IX. Fig. 6. Sæpè quoque adhibentur Orbiculi æquales, paralleli inter ſe; quæ conſtructio admodùm compendioſa eſt.

Funis extremitas fixa unco V alligata eſt, deſcendit Funis ad primum Orbiculum inferiorem, hunc circumit, & adſcen-

adſcendit ad primum Orbiculum ſuperiorem, à quo tendit ad ſecundum inferiorem, à quo iterum adſcendit, ad ſecundum ſuperiorem tendens, &c.

Ut in his circumſtantiis Funes omnes verticales ſint, & paralleli, obſervandum, poſitis ſuperiorum Orbiculorum Axibus in eâdem lineâ, non ita diſponendos eſſe inferiores, aut vice verſâ. Sed Axium Orbiculorum diſpoſitionem deſiderari quam hic exhibemus. In T & O repræſentantur Axes, ut in planis horizontalibus, quæ in T per Axes ſuperiores, & in O per inferiores, concipiuntur, ſeſe habent. 270. TAB. IX. Fig. 7.

Si Funium paralleliſmus negligatur, cavendum ne inferior Trochlea nimis ad ſuperiorem accedat, id eſt, non ad illam altitudinem Pondus elevari poterit, ad quam pertingere poſſet, poſitis Funibus parallelis.

EXPERIMENTUM 5.

Quando extremitas Funis ductarii, quæ in Experimentis præcedentibus fixa eſt, annectitur Ponderi, aut Orbiculis cum Pondere mobilibus, ratio Potentiæ ad Pondus non eſt ut 1. ad duplum numeri Orbiculorum cum Pondere conjunctorum; ſed unitate augeri debet numerus hicce duplus; & hic, ubi duo Orbiculi Ponderi annectuntur, ratio eſt ut 1 ad 5; tot enim dantur Funes, quibus Pondus ſuſtinetur. 271. TAB. IX. Fig. 8.

CAPUT XIV.

De Cuneo & Cochleâ, Machinarum Simplicium quartâ, & quintâ.

EX prædictis ſatis patet, quomodò ope parvæ Potentiæ pondus magnum ſuſtineri aut elevari poſſit;

ad

ad hoſce uſus non reſtringitur Ars Mechanica; Potentiæ, quarum intenſitates exiguæ ſunt, ad magnas quaſcunque Reſiſtentias ſuperandas adhiberi poſſunt. Exemplum pulcherrimum ſuppeditat *Cuneus*, inſtrumentum findendo ligno, pluribuſque aliis uſibus, inſerviens.

DEFINITIO I.

272. *Cuneus eſt Priſma non admodum altum, cujus baſes ſunt*
TAB. X. Fig. 1. *Triangula æquicrura*; horum unum videtur in BCD.

DEFINITIO 2.

273. *Altitudo Trianguli eſt Cunei Altitudo*; ut CE.

DEFINITIO 3.

274. *Trianguli baſis vocatur etiam Cunei Baſis*; ut BD.

DEFINITIO 4.

275. *Acies Cunei eſt linea recta, quæ conjungit Triangulorum vertices*; ut Cc.

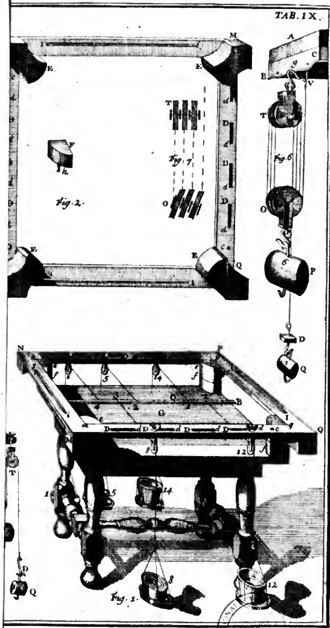
276. Ligno findendo, aut Corporibus ſeparandis, Acies Cunei applicatur, & ſæpè ictibus mallei, loco Preſſionis, Cuneus intruditur.

Quando totus Cuneus intruditur, Spatium à baſi, cui Potentia applicatur, percurſum, eſt Altitudo Cunei EC, quæ ideò pro Spatio, à Potentiâ percurſo, haberi debet; Spatium verò, per quod eodem tempore Corpora, quæ ſeparantur, à ſe mutuò recedunt, eſt baſis Cunei BD. Unde ſequitur,

277. *Potentiam ſe habere ad Corporum ſeparandorum Reſiſtentiam*, quando cum hac æquè pollet, *ut Baſis Cunei*,
* 145. *ad hujus Altitudinem* *.

278. Quando agitur de Ligno findendo, Regula hæc locum non habet; quia non per æqualia Spatia ſingulæ Ligni partes cedunt. Quæ ad Lignum findendum ſpectant, in ſequenti Scholio 1. explicantur.

MA-



Digitized by Google

MACHINA,

Quâ Cunei affectiones demonſtrantur.

Tabella lignea A, ad altitudinem circiter trium pedum cum ſemiſſe ſupra menſam M firmanda eſt. 279. TAB. X. Fig. 2.

Hunc in finem Columnæ C *, cui addita eſt minor Columna, ſuperimponitur Caput H *. In hac figurâ integram Columnam C delineare non potuimus, partem hujus mediam, ut & Funium, ſtatim memorandorum, partes medias, ſuſtulimus. * 162. * 164.

In Capitis H parte ſuperiore foramen datur quadratum (vid. *Tab.* IV. *Fig.* 5.), per quod penetrat cauda Cylindri lignei B, quæ cum ipſo foramine congruit ita, ut auxilio Cochleæ F firmetur Cylindrus, & ipſa Tabella A, quæ cum Cylindro B cohæret. Tabella hæc longitudinem habet ſex Pollicum, latitudinem quatuor pollicum cum ſemiſſe, & in ſitu horizontali firmanda eſt.

Ad quatuor hujus angulos foramina dantur *a*, *a*, *b*, *b*, per quæ Funes tranſeunt, in ipſis foraminibus fixi; ſunt hi æquales inter ſe, & longitudinis circiter triginta duorum Pollicum.

Hiſce Funibus ſuſpenduntur Lamellæ æneæ quatuor, ut *d* & *d*; quarum duæ tantùm videri poſſunt.

Harum ope duo ſuſpenduntur Cylindri lignei GI, GI; utriuſque longitudo valet diſtantiam *ab*, ut Funes duo, quibus idem Cylindrus ſuſtinetur, ſint paralleli. Cylindrorum Axes chalybei ſunt, & tenues, ut *e*, *e*; hi per lamellarum, *d*, *d*, foramina majora tranſeunt, & hæc replent; ita tamen, ut in his quàm liberrimè rotentur.

Ut attritus minuatur, paululum Cylindrorum baſes in medio prominent, quare Cylindrorum longitudo, ſi inter

I baſium

baſium circumferentias menſuretur, paululum deficit à diſtantiâ, indicatâ *a b*, inter Funes, quibus Cylindrus ſuſtinetur.

Cylindrorum diametri in I, & G, ſunt duorum pollicum cum ſemiſſe; in medio pars datur tenuior O, longitudinis trium pollicum, cujus diameter eſt ſeſquipollicis. Pars hæc tenuior duobus annulis ut *r*, ex ipſo ligno, circumdatur ita, ut Lamina lignea DE, quæ tenuiori huic parti applicatur, Annulos tantùm tangat.

In Tabella A dantur & duo alia foramina inter *a*, *a*, & *b*, *b*, nempe *c*, *c*, per quæ Funes tranſeunt, qui in ſuperiori parte Tabellæ cum Paxillis ut *s*, cohærent. Hiſce Funibus Trochleæ duæ æneæ ſuſtinentur, ut T, ita ſuſpenſæ, ut liberrimè circa Axes ſuos chalybeos, rotari poſſint.

Trochlea, ut T, cum Cylindro uno conjungitur, dum Lamellæ *d*, annectitur Funibus *m*, *m*; cum oppoſitâ Lamellâ *d* cohæret Funis *n n*, qui Trochleæ T circumponitur, & Pondere P trahitur. Simile Pondus, ad aliam partem Cylindrorum, eodem modo ſuſpenditur, quibus duobus Ponderibus ad ſe mutuò trahuntur Cylindri.

Converſione Paxillorum *s*, quorum unus tantùm in hac figura viſibilis eſt, elevantur, aut deprimuntur, Trochleæ; donec Funes *n* & *m* ſint in ſitu horizontali.

Cuneus formatur ex duabus Laminis ligneis D E, D E, verticulis inter ſe conjunctis; quæ angulum quemcunque inter ſe efficere poſſunt.

Per haſce ipſas tranſit Cochlea L L, circulariter incurvata, ſuper quâ duæ Cochleæ exteriores ut *i*, moventur. Hiſce plana D E, D E, ſeparantur, &, ne angulus, quem efficiunt, minuatur, cohibent.

Appenſâ Lance, cum pondere Q, Cuneus hic inter Cylindros

lindros intruditur; Fune *f*, in puncto medio *g* aciei Cunei, Pondus hoc ſuſpenditur.

Ut in Cuneo ratio inter baſim & altitudinem determinetur, formantur ex ligno Triangula iſocelia minora, ad verticem paululum truncata, ut ABC; quibus altitudo, & baſis longitudo inſcribuntur, datâ menſurâ quacunque. Commodum eſt exprimere altitudinem per numerum 16, ſi integris libris Cylindri ad ſe mutuò trahantur. Triangulum tale Tabellis, Cuneum efficientibus, interponitur, ut ſitus Lamellarum, ut *i*, determinetur. TAB. X. Fig. 3. Fig. 2.

EXPERIMENTUM.

Rebus, ut in Machinæ deſcriptione dictum, diſpoſitis, 280.
ſi Pondus, quo Cuneus inter Cylindros intruditur, (id eſt, Pondus Cunei, Cochleæ L L, & Lancis cum Pondere impoſito Q) ſe habet ad ſummam Ponderum P, P, ut baſis Cunei ad ipſius altitudinem, æquilibrium datur, inter Vim quâ Cylindri ſeparantur, & illam quâ ad ſe mutuò trahuntur. Hoc exinde elicitur, quia agitatione minimâ Cuneus elevatur aut deprimitur.

Magnam cum Cuneo affinitatem habet *Cochlea*. Ex duabus partibus conſtat.

DEFINITIO 5.

Prima, quæ vocatur *Cochlea interior*, *eſt Cylindrus ad* 281.
formam Helicis ſulcatus, ut AB. TAB. X. Fig. 4.

Secunda, quæ vocatur *Cochlea exterior*, & cujus fi- 282.
gura differt pro vario uſu Machinæ, *eſt Solidum cylindricè excavatum, cujus ſuperficies concava eodem modo ſulcata eſt, ita ut hujus eminentiæ alterius cavitatibus congruant*, ut DE.

Hæ duæ partes in ſe mutuò moveri poſſunt, quod in uſu hujus Machinæ requiritur. Inſervit præcipuè compreſſioni Corporum, quæ jungi, & firmiter connecti, de-

 bent;

bent; in hac enim Machinâ Potentia minima quàm arctiſſimè Corpora comprimit. Poteſt etiam Cochlea ad elevanda Pondera adaptari.

In unaquaque Revolutione hujus Machinæ, quieſcente parte unâ, altera protruditur ad diſtantiam æqualem intervallo inter duas proximas Spiræ converſiones. Potentia, quâ Cochlea movetur, applicatur Manubrio, aut
283. Scytalæ; & *Potentia eſt ad compreſſionem, quam generat, ut prædicta diſtantia, inter duas proximas Spiræ converſiones, ad peripheriam Circuli, à puncto Manubrii aut Scytalæ, cui Potentia applicatur, percurſi*; Via enim à puncto, aut plano, quo Reſiſtentia ſuperatur, percurſa, illam ad Viam Potentiæ rationem habet. Foret Via hæc paulo major, ſi Potentia applicaretur juxta directionem parallelam Spiræ, ſed hoc ſæpè foret difficile; ideò in praxi Potentia ferè ſemper agit in plano ad Axem Cylindri, qui Cochleam interiorem format, perpendiculare, & hicce eſt caſus quem nos conſideravimus.

284. Hic obſervandum eſt, quando Potentia cum Pondere, aut Reſiſtentiâ, æquè pollet in Machinâ quacunque, ſi Potentia parte, quantumvis exiguâ, augeatur, hanc præpollere, Machinâ omnium partium attritu carente; quando verò attritus datur, hic quoque à Potentiâ ſuperari debet; quantùm verò ad hoc requiratur, ratiocinio mathematico determinari non poteſt.

285. *In Cochleis attritus admodum eſt ſenſibilis, & etiam magni uſûs*; nam eo Machina in ſitu ſuo ſervatur, & Actione Corporum, quæ comprimuntur, aut Gravitate Ponderum, quæ elevantur, ceſſante Actione Potentiæ, motu contrario non ad priſtinum ſitum redit.

SCHO-

SCHOLIUM I.

De Ligno findendo.

DEtur Lignum, cujus partes jam ſeparatæ efficiant Angulum EFL; ſit hoc ulterius findendum adhibito Cuneo ACB, cujus Baſis eſt AB, & cujus Altitudinem menſurat CD. 286. TAB. X. Fig. 5.

Ubi partes, quantumvis parum, ſeparantur, omnis tollitur Reſiſtentia; antequam autem ſeparentur partes in F, puncta E, L, paululum moveri debent, id eſt, augendus eſt Angulus EFL; determinanda ideò eſt Vis, quâ Angulus hic augeri poteſt.

Ponamus Angulum auctum, ut ſit *e*F*l*; Cuneus intravit, & datur in *acb*; partes Ligni E, L, tranſlatæ fuere per E*e*, L*l*, ſed quæ minùs ab F diſtant, per minus Spatium moventur, lineæque EF, LF, motibus ſuis deſcribunt areas Triangulorum æqualium inter ſe *e*FE, *l*FL.

Ductis *ef* & *f*F, Parallelis EF & *e*E, formetur Parallelogrammum *e*EF*f*; ſunt æqualia Triangula *e*FE & *fe*F *; & Parallelogrammum valet ambo Triangula *e*FE & LF*l* conjuncta: ideò tranſlationes memoratæ, linearum ambarum EF, LF, conjunctæ, valent tranſlationem ſolius lineæ EF per Spatium E*e* aut F*f*: quæ lineola ergò diſtantiam repræſentat, quâ partes Ligni à ſe invicem ſeparantur, cùm autem de hac ſeparatione hic agatur, eſt hæc ipſa lineola Spatium, ab Obſtaculo quod ſuperandum eſt, percurſum, dum Spatium, quod percurrit Potentia, eſt C*c*, Spatium nempe per quod Cuneus fuit tranſlatus. * 34. El. I.

Vis ergò, quâ Cuneus intruditur, eſt ad Ligni Reſiſtentiam, quando æquè pollent, ut *e*E ad C*c* *. * 145.

Ducatur C*g* ipſi E*e* Parallela, erunt hæ Lineæ æquales *, quia motu Parallelo latus AC Cunei fuit tranſlatum; ratio memorata eſt ergò quæ datur inter *g*C & C*c*. * 34. El. I.

Lineola E*e*, ideò etiam *g*C, perpendicularis eſt ad FE; eſt enim E*e* arcus Circuli, adeo exiguus, ut pro rectâ lineâ haberi poſſit; cujus Circuli radius eſt FE.

Per punctum baſeos medium D *linea* ducatur DH, *ad latus* AC *Cunei perveniens in* H *&* *cum* FE *latere Ligni ſeparato, continuato, Angulum efficiens rectum*; hæc ipſi C*g* Parallela eſt. 287.

Propter latera *c*C, CD, in eâdem lineâ, & reliqua Parallela, ſunt ſimilia Triangula C*gc*, DHC; idcircò DH *ſe habet* ad DC, id eſt *ad Altitudinem Cunei*, ut *g*C ad C*c*, id eſt, *ut Vis quâ Cuneus intruditur, ad Ligni Reſiſtentiam, quando neutra alteram vincere poteſt*, auctâ paululum Potentiâ ſeparantur Ligni partes.

Quando Ligni partes non ſeparantur, niſi quo uſque Cuneus intruditur, lineæ AC & EF conveniunt, & Angulus DHC eſt rectus, ideoque ſimilia ſunt 288.

* 8. El. VI. Triangula CHD, CAD*; & DH ad DC, ut AD ad AC. In hoc caſu ergò *eſt Vis, quâ Cuneus intruditur, ad Ligni Reſiſtentiam, ubi æquè pollent, ut Semibaſis Cunei ad hujus Latus.*

SCHOLIUM II.

Machina cujuſdam Examen.

289. * 278. MAchinam ad Cunei proprietates demonſtrandum, à ſuperiùs deſcriptâ * diverſam, adhibuere alii; ipſe olim talem, paululum tantùm immutatam, eodem tamen cum illâ principio nixam, conſtrui curavi; ſed in quo fallat breviter dicam.

In hac Cuneus, illi ſimilis cum quo Experimenta in noſtrâ Machinâ inſtituuntur, eodem modo, ac ubi de noſtrâ egimus dictum, pondere inter Cylindros ut IG, IG, trahebatur; Cylindri autem movebantur, juxta regulas æneas, ſuper quibus Chalybei axes prominentes poſiti erant. Cylindri trahebantur Ponderibus, ſuſpenſis Funibus, qui Trochleis, fixis, & circa axes tantùm mobilibus, circumpoſiti erant.

In hac Machinâ datur æquilibrium, ſi Vis, quâ Cuneus intruditur, ſe habeat ad ſummam Ponderum P, P, ut Semi-baſis Cunei ad ipſius Altitudi-
* 277. nem, quæ proportio in Cuneo locum non habet *.

Machina hæc non repræſentat quæ in actione Cunei, quo Corpora ſeparantur, obtinent; Pondera enim Cylindros trahentia non repræſentant Vim quâ Cylindri inter ſe cohærent; ſed Cylindri ſinguli dimidio horum Ponderum, ad Trochleas fixas trahuntur; in noſtrâ autem Machinâ, Ponderibus integris P, P, inter ſe cohærent Cylindri.

CAPUT XV.

De Machinis compoſitis.

290. MAchina omnis compoſita in ſimplices poteſt reſolvi; componitur enim ex ſimplicibus junctis. Quando duæ junguntur, Potentia uni applicatur & Actio hujus Machinæ, loco Potentiæ in aliam agit; quare illa eadem Actio, in computatione effectûs ſecundæ Machinæ, habetur pro Intenſitate Potentiæ, quæ hanc ſecundam Machinam movet.

Si

Si Actio, auxilio primæ Machinæ, quadruplicetur; & triplicetur ſolâ adhibitâ Machinâ ſecundâ, manifeſtum eſt Actionem quadruplam triplicari, & eſſe duodecuplam; hoc autem ad numerum quemcunque Machinarum applicari poteſt; quare Univerſalis eſt Regula, *In Machinâ* 291.
quacunque compoſitâ, rationem Intenſitatis Potentiæ ad Reſiſtentiam, cum quâ in æquilibrio eſt, compoſitam eſſe ex omnibus rationibus, quæ in ſingulis Machinis ſeparatim locum haberent.

Quam rationem quoque detegimus, conferendo Vias 292.
percurſas à Potentiâ & Pondere, eodem tempore, in eodem Machinarum motu; hæ enim Viæ ſunt inversè, ut Potentia ad Pondus *. * 145.

Exemplis has Regulas illuſtrabimus.

EXPERIMENTUM I.

Tres Vectes A, B, C, ita diſponuntur, ut Potentiâ 293.
Q, in Vectem C agente, ſuſtineatur Pondus P, Vecti A TAB. XI. Fig. 1.
applicatum.

Vectis A Fulcrum F imponitur ligno tranſverſo L L, quod duabus ſuſtinetur Columnis, ne applicatio Ponderis majoris, ut P, impediatur.

Reliqui Vectes, B & C, ſinguli unicâ Columnâ ſuſtinentur; & ſeparatim ut etiam A, Ponderibus minoribus brachiis conjunctis, D, D, D, &c., ſunt in æquilibrio. In Vecte A, ſi ſolus adhibeatur, ratio Potentiæ ad Pondus eſt 1. ad 5. In Vecte B, 1. ad 4. In Vecte C, 1. ad 6.

Ratio ex his tribus compoſita eſt 1. ad 120. Id eſt, unica Uncia Q ſuſtinet Pondus P ſeptem Librarum cum ſemiſſe, id eſt, Centum & viginti Unciarum; quod, ex collatis Viis, eodem tempore, in Machinæ agitatione, percurſis, etiam determinari potuiſſet.

Ex-

294. Ex conjunctis Vectibus ſtatera efficitur compoſita, quâ, minori adhibito Pondere, Corpora explorantur.

EXPERIMENTUM 2.

295. TAB. XI. Fig. 2. AB eſt Vectis primi generis, qui circa fixum Punctum C rotatur; communicat hic motum Vecti ſecundi generis FH, qui circa hoc ultimum Punctum movetur; In G Lanx L ſuſpenditur: Pondere D omnia ſunt in æquilibrio.

Brachium CB primi Vectis in partes æquales eſt diviſum; majores diviſiones hìc notamus, quæ in minores ſubdiviſæ ſunt; manifeſtum nunc eſt exiguo Pondere Q, juxta hoc brachium mobile, determinari quantum ponderant Corpora ut P, Lanci impoſita.

Ut plures Vectes junguntur, ſic & variæ Rotæ conjungi poſſunt.

296. Suſpenditur Pondus axi Rotæ, & circumferentiæ Funis circumponitur, qui ut trahatur conjungitur cum axe Rotæ ſequentis, cujus Peripheriæ Potentia applicatur.

Eodem modo plures Rotæ adhiberi poſſent, & Com- * 291. putatio per Regulam generalem iniri deberet *; ſed magis commodum eſt, motum de Rotâ in Rotam transferre, auxilio dentium.

297. Si axis Rotæ ſit dentatus, motus communicabitur ſecundæ Rotæ, cujus Peripheria dentes habet, qui cum primis reſpondent. Hac Methodo poteſt etiam motus tertiæ Rotæ communicari, & ulterius; ſed cùm hæ ſeparatim adhiberi non poſſint Regula N. 291. locum hìc non habet, ſed hæc alia, cujus Demonſtratio ex comparatione Viarum percurſarum facilè deducitur.

298. *Ratio Potentiæ ad Pondus, quando Actiones ſunt æquales, eſt compoſita ex ratione diametri axis ultimæ Rotæ, cui Pondus alligatur, ad diametrum primæ Rotæ, cujus circumferentiæ*

Digitized by Google

rentiæ Pondus applicatur ; & ratione circumvolutionum ultimæ Rotæ ad circumvolutiones primæ, eodem tempore.

EXPERIMENTUM 3.

Rotæ A Potentia applicatur, quæ ſuſtinet Pondus conjunctum cum Fune, qui circumit axem Rotæ B, cujus Circumferentia dentes habet, qui penetrant inter dentes axis Rotæ A; axis enim hic GD in D dentatus eſt. 299. TAB. XI. Fig. 3.

Axis ſecundæ Rotæ diameter eſt pars octava diametri primæ Rotæ, & circumferentia ipſius B, continet dentes triginta quinque, dum in D tantùm ſeptem dantur; ita ut A quinquies rotetur, dum B ſemel. Ratio ergò Potentiæ ad Pondus, componitur ex rationibus 1. ad 8., & 1. ad 5., & eſt 1. ad 40. Semi-libra ſuſtinet viginti Libras.

In uſu Trochlearum vidimus quomodo *plures Orbiculi* juncti Machinam efficiant Simplicem ; *ſi ſeparatim ſint mobiles, ad Machinas compoſitas pertinent.* 300.

EXPERIMENTUM 4.

Quinque Orbiculi O, O, O, O, O, ſeparatim ſunt mobiles, & unus quiſque ſuum peculiarem Funem habet, cujus extremitas una cohæret cum unco Brachii A * Columnæ CG; altera cum unco Orbiculi ſequentis conjuncta eſt; ſi ultimum excipiamus qui circumit Trochleam fixam T, ut Potentia Q ipſi applicetur. Potentia hæc ſuſtinet Pondus majus pro majori numero Orbiculorum, pro ſingulis enim duplicatur. In hoc caſu, Uncia una ſuſtinet triginta duas Uncias, & Libræ pars quarta ſuſtinet octo libras. 301. TAB. X. Fig. 6. * 173. 174.

Unci in Brachio A ita ſunt diſponendi, ut omnes Funes paralleli ſint.

Si pro ſimplicibus Orbiculis, Rechamos *, varios Orbi- 302. * 263.

 culos

culos continentes, adhibeamus, augmentum majus erit; ſed pro ſingulis varii Orbiculi fixi quoque deſiderantur.

In duobus ſequentibus Experimentis adhibemus Machinas diverſi generis conjunctas inter ſe.

EXPERIMENTUM 5.

303. TAB. XI. Fig. 4. Axi in Peritrochio Funis ductarius Trochleæ jungitur, Potentia Rotæ applicatur; & hìc, ubi Trochleâ ſexies Vis augetur, & ubi diameter Axis eſt pars decima ſexta diametri Rotæ, ratio Potentiæ ad Pondus componitur ex rationibus 1 ad 6 *, & 1 ad 16 *; eſt ergò ut 1 ad 96; & ideò unica Uncia L ſuſtinet Pondus P ſex Librarum.

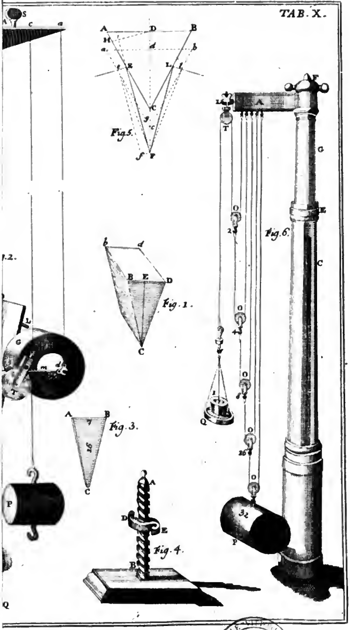
* 261. * 254.

304. TAB. XI. Fig. 5. Axis in Peritrochio moveri poteſt adhibitâ Cochleâ; Rota in hoc caſu dentata requiritur, cujus dentes ſint inclinati, ut cum ſulco Cochleæ congruant. Talis eſt Rota A, quæ ope Cochleæ D C movetur. Hoc in caſu *Cochlea perpetua* dicitur, & mirum ad modum, hujus ope, Potentia minima præſtat effectum; tot enim in ſingulis Rotæ revolutionibus, revolutiones requiruntur Cochleæ, id eſt, Manubrii quo Cochlea movetur, quot dentes Rota habet; ſi huic Rotæ & alia Rota dentata addatur, Potentia eadem majus Obſtaculum ſuperare poterit.

EXPERIMENTUM 6.

305. TAB. XI. Fig. 5. Machina, quam hìc exhibemus, conſtat ex duabus Rotis, & Cochleâ perpetuâ, quæ Manubrio DE movetur. In hac, ratio Potentiæ ad Pondus, quando æquè pollent, componitur ex ratione ſemidiametri Axis ultimæ Rotæ B, ad Manubrii longitudinem DE, & ratione revolutionum hujus Rotæ ad Manubrii, aut Cochleæ, revolutiones, eodem tempore. Prima ratio, in hac Machinâ, eſt 1 ad 30; ſecunda ex numero dentium colligitur. Rota ultima

TAB. X.



NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

tima B habet in Peripheriâ dentes 35, axis primæ Rotæ A continet dentes 7; quinquies ergò prima Rota revolvitur, dum ſecunda ſemel; hæc verò prima continet dentes 36, totidem igitur Revolutiones peragit Cochlea, dum hæc Rota ſemel revolvitur *: ratio ex hiſce duabus * 304.
compoſita eſt, 1 ad 180, quæ eſt ſecunda ratio quæſita; & ratio ex hac & primâ, 1 ad 30, compoſita, eſt ratio 1 ad 5400, quæ eſt ratio Potentiæ ad Pondus in caſu æquilibrii; & quantumvis parum auctâ Potentiâ Pondus elevaretur, ſi nullus daretur attritus; qui cùm in omnibus hiſce Machinis non ſit contemnendus, ſatis ſenſibiliter Potentia, antequam Pondus ſuperet, augeri debet; Potentiâ tamen minimâ Pondus maximum elevatur. Longitudo ſcytalæ ED duplicari, aut etiam magis augeri poteſt, quo actio Potentiæ duplicatur, aut magis augetur; in hoc caſu capillo tenuiſſimo Pondus centum Librarum & majus facilè elevatur.

Innumeræ aliæ Machinæ compoſitæ conſtrui poſſunt, 306.
quarum Actiones eodem modo computatione determinantur, per Regulam in initio hujus Capitis memoratam *; * 291.
aut etiam comparando Viam percurſam à Potentiâ cum Viâ à Pondere, aut alio quocumque Impedimento, percurſâ; harum enim ratio eſt ratio inverſa Potentiæ & Ponderis, aut impedimenti, quando Potentiæ Actio cum Reſiſtentiâ impedimenti æquè pollet *. * 145.

Preſſiones, quæ contrariè agentes ſeſe mutuò deſtruunt, 307.
ſemper ſunt æquales; ſi ergò Potentia Intenſitate minor eſt Impedimento, reſpectu Viæ percurſæ hoc ſuperare debet, & quidem toties quoties ab hoc ipſo Intenſitate ſuperatur; nullo enim alio reſpectu Preſſionum Effectus differre poſſunt *, & ideò nulla alia compenſatio dari * 142.
poteſt.

 CA-

CAPUT XVI.

De Potentiis Obliquis.

DEFINITIO I.

308. *Potentiam vocamus directam, illam quæ Punctum, cui applicatur, premit, aut trahit, juxta directionem Lineæ, in quâ hoc cedere poteſt.* Ita ut Punctum, quando movetur, ipſius Potentiæ directionem ſequatur.

De tali Potentiarum applicatione huc uſque egimus.

DEFINITIO 2.

309. *In omni alio caſu Potentia dicitur obliqua.* Et Punctum quando movetur Viam ſequitur à Potentiæ directione diverſam.

310. Sit Punctum A, mobile tantùm in Lineâ AD, & quod D versùs trahitur; ſit hoc retinendum Actione, quæ per
TAB. XI. Fig. 6.
AE dirigitur. Si applicata hæc Potentia foret per AB, manifeſtum eſt, talem hanc deſiderari, cujus Intenſitas æqualis eſſet Actioni, in Lineâ AD agenti; applicata verò eſt per AE, & hujus Intenſitatem quærimus.

Ad AD erigatur perpendicularis AC, & ex Puncto in hac ad libitum ſumto, ducatur CF, in EA, continuatam ſi neceſſe ſit, perpendicularis.

Ponamus AC, CF, efficere Vectem obliquum, mobilem circa C; Punctumque A cum extremitate cruris CA cohærere.

Si Vectis rotetur circa C, movetur Punctum A, in primo momento, (de quo tantùm agitur, ubi æquilibrium determinari debet) in Lineâ DAB. Hicce autem motus Vecti communicari poteſt, Potentiâ directâ in F appli-

applicatâ per FE; aut Potentiâ ſimili per AB agente, & ſunt hæ, quando Effectum eundem producunt, ut CA ad CF*. * 238.

Prima verò coincidit cum Potentiâ obliquâ in A applicatâ per AE, quam quærimus; & ſecunda cum Potentiâ directè deſtruente Actionem, quæ Punctum A per AB trahit, quam notam ponimus.

Ad AB, in Puncto ad libitum ſumto, erigatur perpendicularis, 311. *directionem obliquam AE ſecans in E*, & cum hac efficiens angulum AEB æqualem angulo FAC*, * 28. El. 1. quare propter angulos rectos ABE, AFC, æquiangula ſunt triangula CFA, ABE, & CA ad CF, ut AE ad AB*: Ergò, *ſi AB repræſentet Actionem, quæ directè* * 4. El. VI. *Punctum A retinere poteſt, AE repræſentabit obliquam Potentiam, quæ per AE eundem præſtat Effectum*: & quantum, propter Obliquitatem, Potentia, Machinæ applicata, augenda ſit, facilè determinatur, ut in Exemplo ſequenti patet.

Experimentum I.

Vecti AB, in ſitu horizontali poſito, & cujus brachia 312. BC, AC ſunt ut 3. ad 1., applicatur in A Pondus P dua- TAB. XII. Fig. 1. rum Librarum; & in B Potentia obliquè agens per *eh*, & quæ Pondere Q repræſentatur. Concipiatur Linea *ei* Vecti perpendicularis, & directionem agitationis Puncti B, aut *e*, demonſtrans; ſi formato triangulo rectangulo *eih*, latus *ei* ſit ad *eh*, ut duo ad tria, & Pondus Q ſit unius Libræ, dabitur æquilibrium.

Potentia obliqua per *eh*, quæ valet tria, exerit per *ei* effectum, qui valet duo*; * 311. ſed Actio per *ei*, quæ valet duo, ſuſtinet in hoc Vecte Pondus, quod valet ſex*: * 235. ergò Potentia obliqua eſt ad Pondus, ut tria ad ſex, id eſt ut 1. ad 2.

 In

313. In hoc Experimento adhibetur Vectis antea memora-
* 237. tus *, Funiſque *e b* Trochleæ, in latere Menſæ firmatæ *,
* 161. circumponitur. Triangulo ligneo L M N, quod Perpendiculum E G conjunctum habet, Potentiæ obliquitatem determinamus, hanc autem ipſi Filo tribuimus, magis aut minus Pedem Vectis à latere Menſæ removendo. Ponderibus, huic Pedi impoſitis, ipſe Vectis retinetur; Potentia enim hæc obliqua ipſum Vectem trahit juxta directionem C B, & retineri debet ita, ut tamen mobilis ſit circa C: vim autem, quæ Vectem retinet, quæ valet ipſam Actionem Potentiæ juxta C B, determinamus in triangulo rectangulo E H I, & eſt ad ipſam Potentiam obliquam ut
* 311. I H ad H E*.

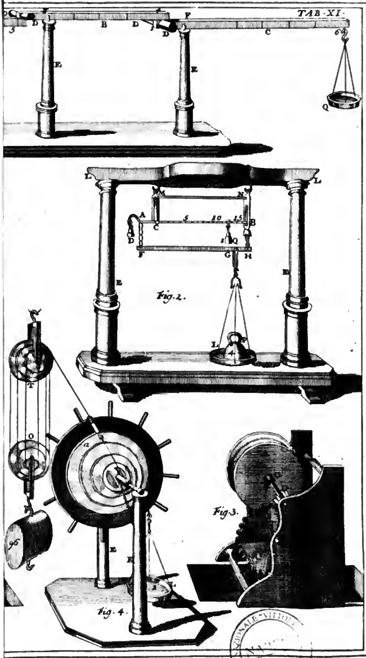
314. Eodem modo ratiocinari debemus ubi de Potentiâ obliquâ, Machinæ cuicunque applicatâ, agitur.

Nunc magis univerſaliter Potentias obliquas conſiderabimus.

315. Detur Punctum A quod tribus trahitur Potentiis, &
TAB. XII. Fig. 2. quieſcit. Sint harum directiones A B, A D, A E, ponamuſque ipſas has Lineas eſſe inter ſe, ut ſunt Potentiæ, quando Punctum retinent, id eſt, quando duæ quæcunque tertiam deſtruunt. Potentiæ tunc A D, A E, Punctum A eâ vi trahunt juxta A *b*, quâ per A B, unicâ Potentiâ, retrahitur.

Ductis, ad A *b*, perpendicularibus D *d*, E *e*; Vis, quâ Punctum A trahitur *b* versùs, à Potentiâ A D, va-
* 311. let A *d* *; & Actio Potentiæ A E, in eâdem Lineâ A *b*, valet A *e*. Ergò Linea A B, quæ tertiam Potentiam, has duas Actiones deſtruentem, exprimit, æqualis eſt ſummæ Linearum A *d*, A *e*.

Hæc autem æqualitas non ſufficit, ut, quod poſuimus, inter


TAB·XI·
Fig.2.
Fig.3.
Fig.4.

inter tres Potentias æquilibrium detur; ductis *f* A *g*, ad A B perpendiculari, & ad hanc parallelis D *f*, & E *g*; manifeſtum eſt Punctum A, Potentiis A D, A E, trahi per A *f* & A *g*, Actionibus hiſce Lineis proportionalibus *, & quietem Puncti non dari, niſi hæ Actiones ſe mutuò deſtruant, id eſt, æquales ſint. * 311.

Requiſita ergò æquilibrii, ſine quibus non datur, & quibus poſitis ſemper adeſt, ſunt, ut Lineæ A *f*, A *g*, aut D *d*, E *e*, ſint æquales, & ut A B valeat ſummam Linearum A *e*, A *d*. Hæc autem habemus ſi, abſoluto parallelogrammo lateribus A D, A E, directio A B ſit productio diagonalis A *b*, & huic æqualis: Quod patet ſi ad Triangula A *e* E, D *d b*, quæ in omnibus conveniunt *, attendamus. 316. *29.34.26. El. I.

Si nunc ad ſolum Triangulum A D *b* attendamus, cùm latus D *b* Lineæ A E parallelum ſit, & huic æquale *, ſequitur, *Punctum, quod tribus Potentiis trahitur, quieſcere, & quidem in hoc ſolo caſu, ſi Potentiæ fuerint inter ſe, ut latera Trianguli formati Lineis, juxta directiones Potentiarum poſitis.* * 34. El. I. 317.

Hæc Propoſitio demonſtrat quomodo *duarum Potentiarum Actiones ad unicam reduci* poſſint. Potentiæ duæ A D, A E, unicam valent quæ per A *b* ageret, & huic Lineæ proportionalis eſſet. 318.

Patet ex his etiam *Potentiæ Actionem in duas Actiones poſſe reſolvi*; & quidem innumeris modis, propter innumera Triangula, quæ formari poſſunt ſervato eodem latere. 319.

Non intereſt utrum Corpus trahatur juxta A *b* Potentiâ, cujus Intenſitas per hanc Lineam exprimitur, an duabus Potentiis per A D & A E, *quarum* Intenſitates hiſce Lineis reſpectivè ſunt proportionales; & reſolutio hæc Po-

Potentiæ in duas, arbitraria quidem eſt, ſed tantùm reſpectu unius; *ſi enim una detur, determinatur ſecunda:* Triangulum enim, datis duobus lateribus, & angulo his contento, determinatur.

Circa Propoſitionem N. 317. ulterius obſervamus, quod ex notâ Triangulorum proprietate, latera eſſe inter ſe, ut Sinus angulorum oppoſitorum, deducitur:

320. *In æquilibrio eſſe Potentias tres, quæ ſunt inter ſe ut Sinus angulorum, directionibus Potentiarum oppoſitarum, formatorum.* Id eſt, Potentia, quæ per A E agit, eſt ut Sinus anguli B A D, & ſic de cæteris.

321. Machinam, quâ Experimenta de viribus obliquis de-
* 250. monſtramus, ſuperius explicavimus*, hanc nunc adhibemus, ſepoſitis ſuſtentaculis minoribus *f, f, f, f*, (*Tab.* IX. *Fig.* 1. & F, *Fig.* 2.); tunc fila, horizontaliter poſita, & ſuper Trochleis, Ponderibus appenſis, tracta, vix ad altitudinem quartæ partis pollicis ſupra tabellam elevantur.

EXPERIMENTUM 2.

322. Trochleæ tres T, T, T, in locis ad libitum determi-
TAB. XII. natis Machinæ junguntur; tria Fila, in unico Puncto No-
Fig. 3. do juncta, Trochleis circumponuntur, appenſis Ponderibus, ſex, novem, & duodecim Unciarum.

Sponte hæc ſitum æquilibrii petunt, ad quod redeunt, ſi ex ſitu removeatur Nodus. Convertenda eſt unaquæque Trochlea, ut Sulcus ſui Fili directionem ſequatur.

In Tabellâ ſeparatâ, longitudinis & latitudinis quinque aut ſex pollicum, ex ligno tenuiori, aut chartâ craſſiori, Figura delineatur, quam nos in ipſâ tabulâ Machinæ repræſentavimus.

Formatur nempe Triangulum A D *b*, cujus latera ſunt inter

inter ſe ut Pondera, id eſt ut ſex, novem, & duodecim, aut in numeris minoribus, ut duo, tria, & quatuor. Continuatur latus *b* A in AB; ad D *b* ducitur parallela AE, & tres Lineæ AB, AD, AE, determinabunt Filorum ſitus, ut patet, ſi, non turbato Filorum ſitu, Tabella hæc minor inter Fila & Tabulam Machinæ intrudatur.

Experimentum 3.

Triangulum LMN, æneum, æquilaterum, tribus Filis trahitur, in angulis ipſi Triangulo annexis. Si Experimentum cum hiſce Filis eodem modo inſtituatur, ut Experimentum præcedens cum Filis Nodo junctis, eodem modo Fila ſeſe diſponunt, & cum Lineis in Tabellâ ductis conveniunt. 323. TAB. XII. Fig. 4.

Experimentum 4.

Experimentum hoc unicâ circumſtantiâ à præcedentibus differt, & eodem modo procedit. Fila in hoc caſu in Punctis L, N, M, cum Lamella cuprea cohærent. 324. TAB. XII. Fig. 5.

Propoſitionum N. 317. 318. 319. uſus admodum latè patet. Trahatur Punctum A quatuor Filis, AD, AE, AF & AG, Potentiis Lineis AD, AE, AF, & AG reſpectivè proportionalibus. Formato Triangulo AFB, aut parallelogrammo AFBG, Potentiæ prædictæ per AF, & AG, reducuntur ad unicam agentem per AB, & quæ huic Lineæ proportionalis eſt*, daturque æquilibrium, ſi tres Potentiæ per AD, AE, & AB relationem habeant pro tribus Potentiis determinatam *; in quo caſu ſi Potentiæ per AD & AE etiam ad unicam A*b* reducantur, AB & A*b* erunt æquales & in eadem Linea. 325. TAB. XIII. Fig. 1. * 318. * 317.

Experimentum 5.

Hocce Experimentum ut tria præcedentia inſtituitur, 326. TAB. XII. Fig. 3.

 adhi-

adhibitis quatuor Trochleis, & quatuor Filis Nodo junctis.

Applicentur Pondera Unciarum ſex, quindecim, duodecim, & novem, id eſt quæ ſint inter ſe, ut duo, quinque, quatuor, tria. Quieſcente Nodo, in chartâ, Tabellæ G impoſitâ, lineæ ducendæ ſunt juxta directiones Filorum.

TAB. XIII. Fig. 1. Sint hæ A D, A E, A F, A G, quæ ita determinandæ ſunt, ut quarum partium A D continet duas, A E contineat quinque, A F quatuor, A G tria; formatiſque parallelogrammis D E, G F, horum diagonales A B, A *b*, in eâdem lineâ ſe habebunt, & æquales erunt.

327. Non ut in præcedentibus Experimentis Figuram ſeparatim, non attendendo ad Fila, delineamus; quia unico modo, ſi tres ſint Potentiæ, datis Ponderibus, horumque ordine, æquilibrium datur; his verò poſitis, ſi Potentiæ ſint quatuor, innumeris modis, anguli, quos Fila efficiunt, variari poſſunt, manente æquilibrio.

TAB. XII. Fig. 3. Si tamen Figurâ, in anteceſſum delineatâ, uti velimus, hæc Tabulæ G Machinæ imponenda erit, & poſitis Filis juxta Linearum directiones, Trochlearum loca determinari debent.

328. Quæ de quatuor Potentiis dicuntur, de quinque, & pluribus, dici potuiſſent; ex quinque enim ſi duæ ad unam reducantur, incidimus in Exemplum præcedens.

TAB. XIII. Fig. 2. Punctum A quinque trahitur Potentiis juxta directiones A B, A D, A E, A F & A G, & quarum Intenſitates ſunt hiſce Lineis proportionales. Potentiæ per A D & A E ad unicam A *c* reducuntur; Potentiæ agentes per A F & A G ad unicam reducuntur per A *h*; tandem hæ duæ novæ Potentiæ, per A *c* & A *h*, ad unicam reducuntur per A *b*, quæ ſi quintæ per A B æqualis ſit, & cum

cum eâ in eâdem Lineâ, ſed contrariè, agat, Æquilibrium datur, & aliter non datur *. * 317.

EXPERIMENTUM 6.

Initur hoc adhibitis quinque Trochleis, & quinque 329.
Filis Nodo junctis; in cæteris à quinto Experimento * * 326. 327.
non differt.

MACHINA ALTERA,

Quâ demonſtrantur, quæ ſpectant Punctum quod Filis ad partes diverſas trahitur.

Machina hæc conſtat ex Orbe ligneo, diametri circi- 330.
ter octo pollicum, horizontalis eſt & pede ſuſtinetur; TAB. XIV.
in medio craſſitiei ſulco circumdatur, quo Trochleæ * Fig. 1. * 161.
ad libitum, in quocunque circumferentiæ puncto, Machinæ junguntur. Sulco enim huic inſeritur Trochleæ cauda.

Orbis prædictus in ſuperiori parte paululum excavatur, ut recipiat Orbem minorem E F B, craſſitiei quartæ partis unius pollicis, & paululum ſupra Orbem primum prominentem; ita ut Filum ſuper Trochleâ, ut dictum, Machinæ annexâ, horizontaliter extenſum ſuperficiem D B E perſtringat.

Varii, pro variis Experimentis, tales requiruntur Orbes minores. Chartâ ab utrâque parte teguntur, ut commodè Lineæ, in Experimentis memoratæ, in ipſis duci poſſint.

Hac Machinâ olim uſus ſum, & admodum compendioſa eſt; ideò, quamvis perfectiorem indicaverim, ipſam hìc memorare non inutile duxi. In hac, licet agatur tantùm de tribus Potentiis, non ad libitum Trochleæ diſponi poſſunt, ſed in omnibus Experimentis Trochlearum ſitus, extenſis, ex Centro Orbis, Filis juxta Lineas in Chartâ jam ductas, determinatur *. * 327.

331. Innumera problemata, admodum compoſita, de Viribus diverſis, diverſimodè agentibus, proponi poſſunt, horum ſolutiones ex ante dictis deducuntur, & auxilio
* 250. noſtræ primæ Machinæ *, aucto tantùm Trochlearum numero, Experimentis illuſtrantur. Sed hi caſus compoſiti rarius uſu veniunt; ad ſimpliciora redeamus.

332. Pondus P, Trochleæ annexum, ſuſtinetur Potentiis
TAB. XII. Fig. 6. ab utraque parte Funi ductario applicatis, ſed obliquè trahentibus per CA & CB; hæ Potentiæ ſunt æquales inter ſe, quia omnis Funis, Trochleam circumdans, non
* 159. quieſcit, niſi ab utraque parte æqualiter trahatur *; ipſum Pondus P eſt tertia Potentia, & Punctum C tribus hiſce Potentiis trahitur. Concipiatur linea CE ad Horizontem perpendicularis, & Linea EF parallela Lineæ CA: & erit CE ad FE aut FC, (hæ enim duæ Lineæ ſunt æquales, propter memoratam æqualitatem Potentiarum trahentium per CB, CA,) ut Pondus P ad al-
* 317. terutram Potentiarum Funi applicatarum *.

Si extremitas una Funis ductarii annectatur Clavo, unicâ tali Potentiâ Pondus P ſuſtinetur.

333. Si Pondus P Trochleæ non conjungatur, ſed Funes CA & CB, ipſi Ponderi annexi fuerint, poterit hoc ſuſtineri Potentiis duabus inæqualibus; in quo caſu latera CF, FE, trianguli memorati, ſunt inæqualia, & inter ſe ut ipſæ Potentiæ.

334. Hic obſervandum, ex datis inclinationibus Funium CA & CB ad Horizontem, proportionem Potentiarum ad Pondus P, ex tabulis Trigonometriæ, poſſe determinari. Si in triangulo FCE concipiatur Linea FG, per Punctum F ad Horizontem parallela, GC repræſen-
* 311. tabit portionem Ponderis, quam ſuſtinet Potentia CF*,

&

& GE erit portio quam alia ſuſtinet Potentia. Quando Trochlea adhibetur, ut in hac Figurâ, æquales ſunt GC, GE.

Si F ſit centrum Circuli, cujus radius ſit GF, erit FE ſecans, & EG tangens anguli, quem efficit FE, aut CA, cum Horizonte; & CF erit ſecans, & CG tangens anguli inclinationis fili CB ad Horizontem: unde patet, Potentias proportionales eſſe prædictis ſecantibus, & Pondus P proportionem ſequi ſummæ memoratarum tangentium.

MACHINA,
Quâ Experimenta demonſtrantur de Ponderibus, quæ obliquis Potentiis ſuſtinentur.

Tabella lignea, craſſitiei ſemi-Pollicis, FAIBE Figuram habet, quam Schema exhibet. Ad latera Machinæ firmantur Trochleæ T, T, verticales, & ſuperficiei Tabellæ parallelæ, à qua parum admodum diſtant. In partibus extremis latioribus AF, BE, quæ chartâ albâ teguntur, Lineæ ducuntur, quæ ſingulæ cum Filo, Trochleam circumdante, & extenſo, conveniunt. 335. TAB.XIII. Fig. 3.

Cum hac Tabellâ in D, ſed ad partem poſticam, cauda cohæret, quæ exhibetur in *g h*, cujus ope, Machina Columnæ C * applicatur, ad altitudinem quamcunque; * 162. Cauda trajicit Columnæ aperturam, & circumdatur Cochleâ, ut auxilio Cochleæ exterioris *i*, firmetur Tabella; cùm autem Cauda rotunda ſit, poteſt in aperturâ Columnæ rotari, & haud difficulter ita Machina diſponitur, auxilio perpendiculi IL, ut Linea AB in ſitu ſit Horizontali.

In extremitatibus Linearum memoratarum, ſuperficiei Tabellæ, in BE, & AF, inſcriptarum, numeri adſcribuntur, qui tangentes exprimunt angulorum, quos

ipſæ Lineæ cum Horizonte efficiunt, quando Machina ut diximus eſt diſpoſita. Secantes eorumdem angulorum in Punctis mediis earumdem Linearum notantur: ita ut in ſingulis Lineis, numerus in medio ſe habeat ad numerum in extremitate, ut Potentia, juxta Lineæ directionem poſita, ad partem Ponderis quam ſuſtinere po-
* 334. teſt *.

EXPERIMENTUM 7.

336. Pondus P ſuſtinetur duobus Filis in *s* junctis, & ſuper Trochleis Machinæ poſitis, & quæ trahuntur Potentiis O & Q ita, ut Fila conveniant cum Lineis T*n*, & T*r*.

Nunc O & Q ſunt inter ſe, ut $11\frac{1}{2}$, & $13\frac{3}{4}$, id eſt, ut numeri in mediis Linearum; & P exprimitur per ſummam numerorum, in extremitatibus notatorum, quæ valet $15\frac{1}{4}$.

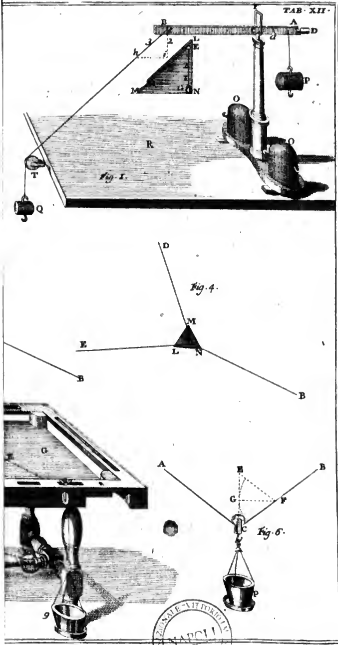
Si O valeat undecim Uncias cum ſemiſſe; Q tredecim cum tribus partibus quartis; & P quindecim cum parte quartâ; nunquam quies dabitur, niſi redeuntibus Filis ad inclinationes hic exhibitas.

EXPERIMENTUM 8.

337. Si Trochlea adhibeatur, Potentiæ O, & Q, æquales deſiderantur, de cætero Experimentum eodem modo, ut præcedens, procedit. In determinatione autem Ponderis P ad Pondus ipſius Trochleæ attendendum: ut hoc commodè fiat, tali utimur, quæ exactè cum Capſulâ & unco ponderat dimidiatam Unciam.

Vis quâ Corpus ſuper Plano inclinato deſcendere co-
* 311. natur, ex iis quæ de obliquâ Potentiâ habuimus *, determinatur.

DE-



Digitized by Google

Digitized by Google

DEFINITIO I.

Planum inclinatum vocatur, quod cum Horizonte ef- 338.
ficit angulum obliquum. TAB. XIII. Fig. 4.

CB repræſentat Lineam Horizonti parallelam, AB cum illâ efficit angulum obliquum ABC, & Planum inclinatum repræſentat. Ab extremitate ſuperiori Plani dimittitur perpendicularis Linea AC ad Horizontem.

DEFINITIO 2.

Longitudo AB vocatur Longitudo Plani. 339.

DEFINITIO 3.

Linea AC vocatur Altitudo Plani. 340.

Corpus P Plano AB impoſitum juxta directionem AB ſuper Plano conatur deſcendere; ponamus Filo *e* D huic Plano parallelo Corpus retineri. Sit Fili continuatio *ef*; Punctum *e* mobile eſt in Lineâ D*ef*, & Pondere Corporis deorſum trahitur per *ei*. Si Linea hæc Pondus hoc repræſentet, Actio in Lineâ D*f*, quâ, juxta hanc, Corpus Pondere ſuo trahitur, habetur, ductâ ad D*f* perpendiculari *if*, & *ef* Vim quæſitam exprimet *. * 311.

Si *eg* perpendicularis ſit ad Plani ſuperficiem, & ad ipſam perpendicularis ducta ſit *ig*, Actionem Ponderis in ipſum Planum exprimet *eg**, aut *if**. * 311. * 34. El. I.

Angulus *ief* æqualis eſt angulo BAC, uterque enim æqualis eſt angulo *io*B *; ergò triangula *ief*, BAC, * 29. El. I.
ſunt æquiangula, & *ef* ad *ei*, ut AC ad AB *; & *Vis*, * 4. El. VI.
quâ Corpus ſuper Plano inclinato conatur deſcendere, eſt ad 341.
Corporis Pondus, ut Plani Altitudo ad hujus Longitudinem.

MACHINA,

Quâ Plani inclinati Affectiones exhibentur.

Regula ferrea, benè polita, & accuratè elaborata, 342.
BC, cujus craſſities paulum ſuperat quartam pollicis par- TAB. XIII. Fig. 5.
tem,

tem, & cujus reliquæ dimenſiones, in ipſâ Figurâ, in quâ ad ſextam partem ſunt reductæ, facilè determinantur, ſuſtinetur Columnâ ligneâ EF. In hujus capite F, circa Punctum, ut centrum, Regula, quæ in eo loco ab inferiori parte latior eſt, volubilis eſt ita, ut ad libitum inclinari poſſit, & firmari auxilio Cochleæ DC, incurvatæ, & per Columnam trajectæ. Cochlea hæc interior eſt, exteriores duæ *m* & *n* utrinque Columnæ arctè applicantur.

Ipſa Columna caudam habet, per foramen in Menſâ, in quo converti poteſt, penetrantem, ut auxilio Cochleæ firmetur.

Regula memorata ferrea Cylindrum trajicit cupreum G, cujus Pondus eſt duodecim Unciarum, ſed circumpoſito Annulo mutari poteſt, in hiſce Experimentis adhibemus annulum quatuor Unciarum, ut integrum Pondus Libram unam æquet. In extremitate ipſius Regulæ cum hac conjungitur cylindrus ligneus A, in quem Regula ferrea ad profunditatem unius circiter Pollicis penetrat. Huic ultimo Cylindro intruditur quoque Cauda Trochleæ T *, cui circumponitur, Funis ductarius, qui cum Cylindro G cohæret, & Regulæ ferreæ parallelus eſt, ita ut Pondus P, Funi applicatum, ſuſtineat vim, quâ Cylindrus G juxta Regulam deſcendere conatur.

* 161.

Cylindrus G in aliis etiam Experimentis adhibetur, & hujus uſus præcipuus ſpectat Vires Centrales, de quibus in Parte ſequenti hujus Libri agam; ubi etiam accurata Cylindri expoſitio reperietur.

343. Tabella L in determinandâ Regulæ BC inclinatione uſu venit. Triangula rectangula varia in hujus ſuperficie delineata ſunt, quæ Hypotenuſam communem habent,

bent in cujus extremitate una Perpendiculum Q ſuſpenditur. Hypotenuſa hæc continet partes ſedecim, quæ pro menſurâ adhibentur laterum Triangulorum, ſed illorum tantùm longitudines notantur, quæ in dictâ extremitate Hypotenuſæ communis terminantur, ut figura hoc ipſum exhibet.

EXPERIMENTUM 9.

Auxilio Tabellæ L ita diſponitur Regula BC, ut longitudo Plani ſit ad hujus Altitudinem, ut 16. ad 6. Et Pondus P, ſex Unciarum, ſuſtinebit Pondus G, unius Libræ; quod in loco quocunque ipſius Regulæ quieſcere poteſt, & minimo impulſu adſcendit aut deſcendit. 344.

Quando Corpus, Plano inclinato impoſitum, juxta directionem trahitur, à Plani inclinatione diverſam, ex ante demonſtratis * vim quoquè determinamus. 345.

* 317.

EXPERIMENTUM 10.

Tabella datur L, rectangula in *f*, cui inſcriptum eſt Triangulum rectangulum *abc*, cujus latera lateribus Tabellæ parallela ſunt. 346. TAB. XIII. Fig. 6.

Regula BF, ita inclinatur *, ut Longitudo Plani ſit ad ipſius Altitudinem, ut latus *cb* ad latus, quod Regulæ parallelum eſt, *ac* Trianguli *acb*, id eſt, in caſu præſenti, ut 16 ad 8. *343.344.

Funis qui cum Cylindro G cohæret, Trochleæ T, cum Columnâ C cohærenti *, circumponitur; Pondus P novem Unciarum appenditur; & niſi in uno Regulæ loco Cylindrus quieſcere poteſt. In hoc ſitu, directio Funis congruit cum *ce* in Tabellâ ductâ, & cujus Longitudo continet partes novem, quarum *ca* continet octo, & *cb* ſedecim. *161.169.

Triangulum *abc* ſimile eſt Triangulo *aoc*, in quo *ao* 347.

eſt verticalis *co* Horizontalis; ſequitur hoc ex ſitu Regulæ BF. Angulus ergò *bca* æqualis eſt angulo *oac*; &
* 27. El. I. *bc* parallela ipſi *ao* *, & eſt verticalis.

Cylindrus G tribus trahitur Potentiis. 1. Pondere ſuo verticaliter, juxta directionem parallelam lineæ *bc*. 2. Suſtinetur à Regula BF, id eſt, premitur juxta directionem ad hanc Regulam perpendicularem, & lineæ *ab* parallelam. 3. Tandem per *ce* Fune trahitur. Tres hæ Po-
* 317. tentiæ ſunt ut latera Trianguli *ecb* *. Ideò quando Pondus Cylindri eſt 16. Pondus P eſt 9.

348. Vis quâ Cylindrus Regulam BF premit eſt ut *eb*; ſi Funis parallelus eſſet Regulæ, Preſſio hæc eſſet ut *ab*; ſed minuitur nunc quia magis ſurſum trahitur Cylindrus.

Duabus autem Rotulis, in noſtro Experimento, ſuſtinetur Cylindrus, & Funis, qui ex foramine in anteriori ſuperficie exit, & ſursùm dirigitur, Preſſionem ſolius anterioris minuit, & hanc paululum ſublevare debet, antequam Preſſionem poſterioris Rotulæ mutare poſſit.

349. Si ergò *ab* dividatur in duas partes æquales in *r*; pars *ar* indicat preſſionem anterioris Rotulæ, & *rb* poſterioris, quando hæ non minuuntur; ſed in ultimo Experimento *er* Preſſionem anterioris Rotulæ deſignat.

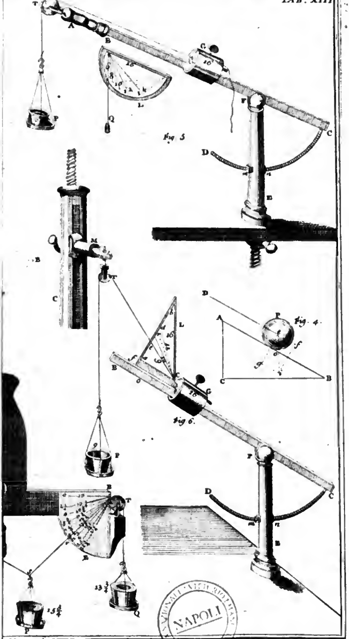
EXPERIMENTUM II.

350. Iiſdem manentibus, quæ in præcedenti Experimento fuere indicata, mutetur tantùm P, & duæ addantur Unciæ: Valet nunc undecim Uncias Vis, quæ Funem trahit. Cylindrus ſitum mutat, & hujus inclinationem indicat linea *cd*, quæ valet undecim. Nunc nulla datur anterioris Rotulæ in Regulam Preſſio, paululum ab hac
* 349. ſeparatur, quod cum explicatis * congruit.

Unicum de Viribus obliquis addam, & hoc ipſo Materiæ huic finem imponam.

Ma-

TAB. XIII



NAPOLI

Mariotte, in ſecundâ parte tractatûs de Motu Aquarum, Paradoxum Mechanicum demonſtrat, cujus explicatio quoquè facile deducitur ex ſæpiùs memoratâ Proportione, de Puncto quod tribus trahitur Potentiis *. 351. * 317.

Ipſum Paradoxum, peculiari Machinâ immediatè ſub oculos ponimus.

EXPERIMENTUM 12.

Vectis ACB ita eſt conſtructus, ut ſibi permiſſus acquirat ſitum, in quo AC Horizontalis eſt. AC & CB ſunt æquales; producatur AC, & in hanc productam ſit normalis B*f*. Brachia Vectis, talem efficiunt angulum, ut AC dupla ſit ipſius C*f*. 352. TAB. XIV. Fig. 2.

In B applicatur Pondus unius Libræ P; in A ſuſpenditur Pondus ſemi-Libræ GQ, & æquilibrium datur *: ſi alia eſſet ratio inter AC & C*f*, pondera alia adhibenda forent. * 235.

Paradoxum nunc hoc eſt, tranſpoſitis Ponderibus æquilibrium ſervabitur.

Ut exactè Experimentum procedat, hæc Ponderis GQ deſideratur conſtructio.

Pars hujus præcipua eſt Capſula G, quæ tres continet Rotulas cupreas, cum axibus ſuis chalibeis, & tenuibus, cohærentes; axes in eâdem lineâ ſunt diſpoſiti, & Rotæ ſeparatim mobiles; extremæ ejuſdem ſunt magnitudinis, media paulò minor eſt. Cum hac Capſulâ conjungitur Uncus V, & Machina nunc ponderat Uncias tres; talis noſtra eſt: additur Lanx L unius Unciæ, cui imponitur Pondus Q quatuor Unciarum; & habemus dimidiatam Libram ſupra memoratam. 353. TAB. XIV. Fig. 3.

Columnæ *, quâ ſæpiùs jam uſi ſumus, applicatur Tabella T verticalis, & firmatur; in hac datur ſciſſurâ TAB. XIV. Fig. 4. * 162.

Digitized by Google

mn, in quâ agitato Vecte, crus CB liberè moveri pō-teſt. Impoſitis Ponderibus O, O, firmatur Vectis ſuſtentaculum. Pondus GQ ita nunc applicatur, ut, dum à Vecte obliquè ſuſtinetur, etiam à Tabella T retineatur; Rotulæ duæ externæ Tabellam tangunt ad latera ſciſſuræ mn, dum media ipſi Vecti inſiſtit. Columna E à Tabellâ T ita removeri debet, ut poſito crure AC Horizontali, & applicato G ut diximus, Rotula, quæ Vecti imponitur, hanc tangat in Puncto b, quod ipſi B reſpondet, ductâ Bb ad BC perpendiculari.

In hoc ſitu GQ ſuſtinebit Pondus P (*Fig.* 2.) quod nunc in A ſuſpenditur. Minimum quid turbat hoc æquilibrium; ſi G paululum deprimatur, ut Rotula non amplius Vectem in b tangat, elevabitur P; è contrario ſi G paululum elevetur ſtatim prævalet P.

354. Demonſtratio hæc eſt. In Triangulo CfB rectangu-
TAB. XIV. Fig. 2. lo, ex angulo recto ducatur ad CB perpendicularis fd;
* 8. El. VI. Triangula fd C, CfB, erunt ſimilia *; eodem modo,
ductâ ad Cf perpendiculari dh, erunt ſimilia Triangu-
*21. El. VI. la dhf, Cdf; Ergò ſimilia Triangula dhf, CfB *.

Pondus P eſt ad GQ, ut AC, aut CB, ad Cf, id eſt, ut df ad dh.

In *Fig.* 4. Capſula G tribus trahitur Potentiis. 1. Pondere ſuo verticaliter deorſum, cui directioni parallela eſt linea dh (*Fig.* 2.); 2. Horizontaliter, Actione Tabellæ T, quam directionem indicat hf; 3. tandem ipſe Vectis juxta directionem ad hunc perpendicularem agit, & eſt hæc directio df: ſunt ergò Potentiæ hæ inter ſe
*317. ut latera Trianguli dhf *. Ergò Pondus GQ ad Vim, quæ premit Vectem in B, ut hd ad df, id eſt, ut in *Fig.* 2. GQ ad P, quare hoc Pondus P valet preſſionem

quâ

Digitized by Google

quâ Punctum B, aut *b*, Rotulâ ipſi applicatâ premitur; quâ Preſſione ſuſtinetur Pondus P, in A ſuſpenſum, propter æquales AC, BC*. Tranſpoſitis ita Ponderibus, * 143. æquilibrium ſervabitur, quæcunque ſit ratio inter C*f* & CA, id eſt, *db* & *df*, ſi hæc eadem detur inter Pondera GQ & P.

LIBER I.

Pars III. De Motibus, Potentiarum Actionibus, mutatis.

CAPUT XVII.

De Naturæ Legibus Newtonianis.

Preſſiones, contrariis Preſſionibus deſtructas, huc uſque conſideravimus. Nunc Preſſiones, in Corpora ſibi permiſſa, & in Motu perſeverantia, agentes, examinabimus; hìc, ut in omnibus Phyſicis, ex Phænomenis ratiocinandum eſt, & ex iis Naturæ Leges deduci debent.

Tres à Newtono traduntur, quibus illa, quæ nobis de Motu nota ſunt, explicari poſſe credimus.

LEX I.

Corpus omne perſeverat in Statu ſuo quieſcendi, vel 355.
movendi uniformiter in directum; niſi quatenus, à Viribus impreſſis, cogatur Statum illum mutare.

Videmus Corpus ſua natura eſſe iners, & incapax ſeſe movendi, unde, niſi cauſâ extraneâ moveatur, in Quiete ſemper neceſſariò manet.

Corpus etiam ſemel motum in Motu, ſecundum eandem rectam lineam, eâdem cum Velocitate, continuare, quotidianis Experimentis pleniſſimè conſtat; nullam enim unquam mutationem in Motu fieri videmus, niſi aliquâ ex Causâ.

356. Corpus Vi *inſitâ* transfertur *, & *Vis* hæc, ut ex Lege
* 18. hac ſequitur, *non mutatur niſi Actione Cauſæ extraneæ.*

LEX II.

357. *Mutatio Motûs ſequitur proportionem Vis motricis impreſſæ, & fit ſemper ſecundùm rectam lineam, quâ Vis illa imprimitur.*

358. Ex Phænomenis quoquè deducimus hanc Legem; in Nave enim, Corpus quod propellitur eodem modo movetur, ſive quieſcat hæc, ſive Velocitate quacunque æquabiliter progrediatur. Quod demonſtrat *duos Motus ſeſe mutuò non turbare*, quod & in plurimis Motibus obtinet.

Quando Corpori moto alia ſuperadditur Vis, in eâdem directione, Motus celerior fit.

Quando nova Impreſſio Motui Corporis contraria eſt, retardatur Motus.

Si obliquè agat nova Impreſſio, Viam ſuam mutat Corpus.

359. Sit Corpus in A, motum per AE Celeritate, quam
TAB. XV. Fig. 1. per hanc ipſam deſignamus lineam, agat in A Impreſſio, juxta directionem AD, quæ Corpori, ut diximus, agitato, juxta hanc directionem, communicet Celeritatem AD. Corpus duobus nunc agitatur Motibus, quibus lineæ AE & AD eodem tempore percurruntur; hi duo
* 358. Motus ſeſe mutuò non turbant *, ſed Motu, ex ambobus compoſito, Corpus fertur.

Ut Motum hunc compoſitum determinemus, concipiamus lineam AD, dum hanc Corpus percurrit, Motu paral-

parallelo transferri Celeritate, quâ Corpus movetur juxta directionem lineæ A E, quam in hoc Motu Punctum A percurrit. Id eſt, concipimus ſingula Puncta lineæ A D lineas ad A E parallelas, velocitate A E, percurrere; quare Corpus, ubicunque in illâ lineâ detur, eodem Motu cum hac ipsâ gaudet; ponimus præterea, Corpus, Motu proprio, per hanc ipſam lineam ferri, & ſic duplici Motui ſubjici; ut hæc omnia in Nave, uniformiter motâ, obtinent.

Translata jam ſit linea in *a d*, Corpus erit in *b*, & A E erit ad A D, ut A *a* ad *a b*; quia uterque Motus æquabilis eſt. Abſoluto parallelogrammo A D B E, & ductâ Diagonali A B, clarè patet Punctum *b* in hac Diagonali dari, & Corpus verſari in B, ubi linea A D pervenit
ad E B; *Motu* ergò *Compoſito Corpus percurrit Diagona-* 360.
lem parallelogrammi formati lineis, ſitu directiones, & longitudinibus celeritates Motuum deſignantibus; Diagonalis autem celeritatem Motûs compoſiti exprimit.

In ſequentibus videbimus & Legem reſpectu Vis inſitæ locum habere, id eſt, Vim inſitam Corpori, per Diagonalem A B moto; æqualem eſſe Viribus primæ per A E, & ſecundæ quæ Corpori juxta A D communicatur. Si nempe Vis ſecunda non pro parte cum primâ contrariè agat; quod contingit quando Angulus E A D eſt obtuſus, in quo caſu nova Impreſſio pro parte in minuendâ primâ Vi impenditur.

L E X III.

Actioni contraria ſemper & æqualis eſt Reactio; id eſt, 361.
nulla in Corpus poteſt dari Actio ſine Reſiſtentiâ ipſi æquali, & Corporum duorum Actiones in ſe mutuò ſemper ſunt æquales, & in partes contrarias diriguntur.

Omnis

362. Omnis Actio Reſiſtentiam requirit, tolle hanc, & illa evaneſcet; quis enim Actionem ſine Obſtaculo concipere poteſt?

Si Actio major ſit Reſiſtentiâ, pro parte ſine Obſtaculo aget illa, quod fieri non poteſt.

Si Reſiſtentia major ponatur, cùm hæc ſit Actio contraria, in eandem incidimus concluſionem; & contrarias Actiones neceſſariò æquales eſſe ſatis clarè patet. Sed & evidentius ſequenti examine hoc patebit.

363. Detur Vis quæ in Obſtaculum agat, ſi hoc non cedat, retinetur Vi quadam, & datur Preſſio quæ cum primâ
* 125. contrariè agit, hancque deſtruit, quare ipſi æqualis eſt *. Digito Lapidem loco fixum premo, premitur æqualiter digitus à Lapide.

364. Si cedat Obſtaculum, reſiſtit inertiâ ſuâ *. Traha-
* 19. tur Corpus Fune, etſi hoc liberrimè agitari poſſit, Funis tamen tenſus erit, & utramque partem versùs æqualiter, quod oppoſitarum Actionum æqualitatem indicat: Corpus verò cedit, quamvis reſiſtat, Vi æquali illi quâ trahitur, quia non reſiſtit quamdiu quieſcit, ſed
* 19. dum motum acquirit *.

Currus trahitur, in initio Motûs inertiâ, poſtea rotarum attritu, & propter Obſtacula, minora quidem, ſed tamen continuò in viâ occurrentia, reſiſtit, & Reſiſtentia hæc ab Equo ſuperatur, dum proprio Motu Currus
* 355. progreditur *. Lora in hoc Motu partem utramque versùs æqualiter diſtenduntur, quod æquales eſſe Actionem & Reactionem demonſtrat; inſequitur tamen Equum Currus, quia hic tantùm reſiſtit, dum ſequitur illum; & reſiſtit, quia ſequitur.

Corporis agitati Motus deſtruitur, eodem modo ac quieſ-

quieſcenti communicatur; quare ut in hoc caſu Actioni æqualis eſt Reſiſtentia, ſic & in illo.

Tandem videmus & in illis motibus, qui ad Attractionem referuntur *. Legem de quâ agimus locum habere. 365. * 73.

Magnes Ferrum ad ſe trahit, trahitur æqualiter à Ferro.

EXPERIMENTUM.

Unco, cum Lance Libræ cohærente, ſuſpenditur Magnes M, & Pondere P æquilibrium datur: facillimè nunc moveri poteſt, & Ferro admoto, à certâ diſtantiâ accedit Magnes ad Ferrum; & hoc retrahendo, antequam Magnes ad hoc pervenerit, Magnes Ferrum ſequitur; eodem omninò modo, ac Ferrum ad Magnetem accedit, & hunc ſequitur, quando illud ſuſpenditur, & Magnes admovetur. Quando autem Ferrum F ſuſpenditur, ſublato Magnete, Pondus P ſervandum eſt, & æquilibrium inſtaurari debet, Pondere Lanci L impoſito, ut in utroque caſu æqualiter gravetur Libra, & eadem Materiæ quantitas agitetur. 366. TAB. XIV. Fig. 5.

Sedeat quis in Cymbâ, Cymbam aliam æqualem, & æqualiter onuſtam, Fune trahat; ambæ Cymbæ æqualiter moventur, & in medio Diſtantiæ primæ concurrunt: ſi una Cymba alterâ ſit major, aut magis onuſta, pro diverſis quantitatibus Materiæ in ſingulis Celeritates erunt diverſæ.

Perfectam autem actionum oppoſitarum æqualitatem demonſtrat Corporum quies, ubi mutua applicatio datur: nam quamvis ſe mutuò premant, & quantumvis facilè cedere poſſint, neutrum oppoſitum ex loco removet. 367.

Si ante concurſum interponatur Obſtaculum, quod concurſum quidem, non mutuam Actionem, impediat,

cum Corporibus quieſcit hoc, quamvis nulla Vi retineatur; & Obſtaculum æqualiter ab utraque parte premi, dum Corpora ad ſe mutuò tendunt, manifeſtum eſt.

CAPUT XVIII.

De Acceleratione & Retardatione Gravium.

DEFINITIO I.

368. *Motus acceleratus eſt, cujus Celeritas omnibus momentis major fit.*

DEFINITIO 2.

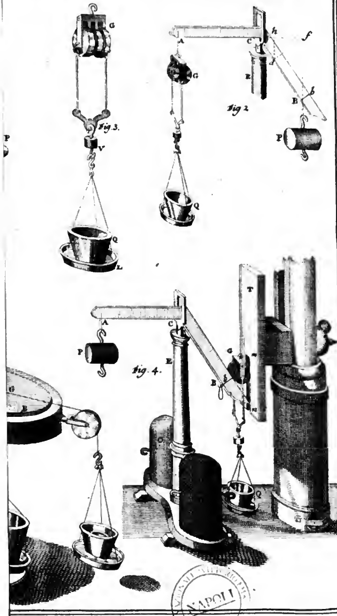
369. *Motus retardatus eſt, cujus Celeritas omnibus momentis minuitur.*

Vis Gravitatis in omnia Corpora pro quantitate Ma-
* 156. teriæ continuò agit *, & quæcunque fuerint, Gravitate eodem modo moventur. Quando Corpus liberè cadit, Impreſſio primi momenti in ſecundo momento non deſtruitur; ergò ipſi ſuperadditur Impreſſio ſecundi mo-
370. menti, & ſic de cæteris; *Motus* igitur *Corporis liberè cadentis eſt acceleratus*, & ex Phænomenis conſtat, Motum *æquabiliter in temporibus æqualibus* accelerari. Conſequentiæ enim, quas in ſequentibus ex hoc principio, Accelerationem eſſe æquabilem, deducemus, veræ non eſſent, ſi tale non ipſum eſſet principium. Has autem cum Experimentis convenire, in Cap. ſequentibus videbimus.

371. Ex hoc eodem Principio concludimus, *Gravitatem eodem modo agere in Corpus motum ut in Corpus quieſcens;* cùm Celeritates æquales, in momentis æqualibus, Corpori communicet.

372. *Celeritas*, ergò, *inter cadendum acquiſita, eſt ut tempus,* *in*

TAB·XIV·



NAPOLI
Digitized by Google

Digitized by Google

in quo Corpus cecidit. Velocitas ex. gr., in certo Tempore acquiſita, erit dupla, ſi Tempus fuerit duplum; tripla, ſi Tempus triplum, &c.

373. TAB. XV. Fig. 2. Deſignetur Tempus per lineam AB, & initium Temporis ſit A. In Triangulo ABE, lineæ 1*f*, 2*g*, 3*h*, quæ parallelæ ad baſin, per Puncta 1, 2, 3, ducuntur, ſunt inter ſe ut illarum ab A diſtantiæ, A1, A2, A3; id eſt, ut Tempora, quæ per illas diſtantias deſignantur; & Velocitates Corporis, liberè cadentis, poſt illa Tempora denotant *. Si pro lineis mathematicis aliæ adhibeantur cum minimâ latitudine, unicuique æquali, non eo mutatur ipſarum proportio *, & hæ minimæ ſuperficies æquè prædictas Velocitates denotant. In Tempore minimo Velocitas pro æquabili haberi poteſt, & ideò Spatium, in eo Tempore percurſum, Velocitati proportionale eſt *, eædemque minimæ ſuperficies Spatia, minimis, ſed æqualibus, Temporibus percurſa, deſignare poterunt: Idcircò in unâquaque minimâ Superficie memoratâ, ſi latitudo Superficiei pro Tempore habeatur, Superficies ipſa Spatium percurſum deſignabit. Totum Tempus AB conſtat ex talibus Temporibus minimis; & area Trianguli ABE formatur ex ſummâ omnium Superficierum minimarum hiſce Temporibus minimis reſpondentium: area ergò hæc Spatium Tempore AB percurſum deſignat. Eodem modo area Trianguli A1*f*, repræſentat Spatium Tempore A1 percurſum; Triangula hæc ſunt ſimilia, & areæ illorum ſunt inter ſe ut quadrata laterum AB, A1*, id eſt, *Spatia ab initio casûs percurſa ſunt inter ſe, ut quadrata Temporum, per quæ Corpus cecidit: aut ut quadrata Velocitatum, inter cadendum acquiſitarum.* 374.

* 372. * 1. El. VI. * 119. * 19. El. VI.

Diviſo Tempore AB in partes æquales, A 1, 1. 2, 2. 3, 3. B; ducantur per diviſiones lineæ ad Baſin paral-
375. lelæ; *Spatia percurſa* in illis partibus, id eſt, *in primo, ſecundo, tertio, &c. momento, poſitis momentis æqualibus,* ſunt inter ſe ut areæ A 1 *f*, 1 *fg* 2, 2 *g h* 3, 3 *h* EB; quæ areæ, ut ex inſpectione Figuræ patet, *ſunt inter ſe ut numeri impares* 1. 3, 5. 7. 9. &c.

Si Corpus, poſtquam cecidit per Tempus AB, non ulterius acceleretur, ſed Celeritate BE, eo caſu acquiſitâ, uniformiter Motum continuet, per Tempus BC, æquale Tempori caſûs, Spatium eo Motu percurſum deſignatur per aream BEDC, duplam areæ Trianguli
* 41. El. I. ABE *; & ideò,

376. *Corpus ab Altitudine quacunque liberè cadens, eâ cum Celeritate, quam cadendo acquiſivit, in Tempore æquali Tempori caſûs, Motu æquabili, Spatium duplum prædictæ Altitudinis percurret.*

Motus Corporis, in altum projecti, eodem modo retardatur, quo Corporis cadentis Motus acceleratur, ut
* 357. ſequitur ex lege 2 *; in hoc caſu Vis Gravitatis cum Motu acquiſito conſpirat, in illo contrariè agit; cum verò Vis Gravitatis omnibus momentis æqualibus, æquales
* 370. Corpori Celeritates communicet *, *Celeritas Corporis pro-*
377. *jecti in altum, æqualibus Temporibus, æqualiter minuitur, aut retardatur.*

Vis eadem Gravitatis generat Motum in Corpore cadente, & hunc deſtruit in Corpore adſcendente, agit-
* 371. que ſemper in Corpus motum ut in Corpus quieſcens *; æqualibus ergò Temporibus Celeritates eædem generan-
378. tur, & deſtruuntur. *Corpus in altum projectum* adſcendit, donec totum Motum amiſerit; *adſcendit* ergò *per Tempus,*

in

in quo Corpus cadendo poteſt acquirere Velocitatem, æqualem Velocitati cum quâ in altum projicitur.

Si BA repræſentet Tempus, in quo Corpus adſcendit, & BE Celeritatem, cum quâ in altum projicitur; adſcenſus ceſſat, ubi Celeritas Corporis nulla eſt; ideò lineæ parallelæ ad Baſin in Triangulo ABE repræſentant Celeritates in momentis Temporis, quibus reſpondent *, & area Trianguli ABE Spatium adſcendendo percurſum deſignat, ut ex demonſtratione, circa Corpora cadentia data *, poteſt deduci. Cum autem BE ſit Velocitas, quam Corpus cadendo per Tempus AB poteſt acquirere *, Triangulum hoc ABE idem eſt, quod Spatium cadendo percurſum repræſentat, dum Corpus inter cadendum hanc ipſam Celeritatem BE acquirit *. 379. TAB. XV. Fig. 2. * 377. * 373. * 378. * 373.

Unde ſequitur, *Corpus in altum projectum adſcendere ad eandem Altitudinem, à quâ cadendo poteſt acquirere Velocitatem, cum quâ projicitur.* 380.

Et *Altitudines, ad quas Corpora, diverſis Velocitatibus projecta, poſſunt adſcendere, eſſe inter ſe ut quadrata illarum Velocitatum* *. 381. * 374.

CAPUT XIX.

De Deſcenſu Gravium ſuper Plano inclinato.

VIs, quâ Corpus ſuper Plano inclinato deſcendere conatur, ex Gravitate oritur, & ejuſdem eſt naturæ cum Gravitate, aut potiùs eſt ipſa Gravitas imminuta, quia Corpus pro parte à Plano ſuſtinetur: ideò Vis illa, omnibus momentis, & in omnibus Plani partibus, æqualis eſt *, & agit in Corpus motum eodem * 150.

382. modo ac in Corpus quieſcens *: eâdem de cauſâ *Motus*
* 371. *Corporis, ſuper Plano liberè deſcendentis*, ejuſdem eſt naturæ cum Motu Corporis liberè cadentis; & quæ de hoc dicta ſunt, de illo etiam affirmari poſſunt. *Eſt* igitur *Mo-*
* 370. *tus æquabiliter acceleratus in Temporibus æqualibus* *; &
383. Propoſitiones Num. 372. 374. 375. 376. 377. 378. 380. & 381. ſi, pro deſcenſu & adſcenſu directo, Motus ſuper Plano inclinato ponatur, hìc etiam locum habent.

384. Celeritates, quibus *Corpora duo* deſcendunt, *quorum unum liberè cadit, & alterum ſuper Plano inclinato devolvitur, ſi eodem Tempore cadere incipiant*, in ſingulis momentis
* 370.382. eandem inter ſe habent rationem quam in principio caſûs*; ergò *Spatia eodem Tempore percurrunt, quæ ſunt in ratione*
* 341.133. *longitudinis Plani ad illius altitudinem* *. *Et in hac ipsâ ratione ſunt Velocitàtes, deſcendendo per hæc Spatia, acquiſitæ.*

385. *In Plano AB* Spatium à Corpore percurſum, dum aliud
TAB. XV. Fig. 3. liberè cadit per altitudinem Plani AC, determinatur, *ducendo ad AB perpendicularem CG*: tunc enim *Longitudo*
* 1.4.El.VI. *Plani AB eſt ad hujus Altitudinem AC, ut AC ad AG* *.

386. Si Circulus deſcribatur diametro AC, Punctum G erit in Peripheriâ Circuli; quia angulus in Semicirculo, ut
* 31.El.III. AGC, ſemper eſt rectus *; ideò Punctum ut G, pro Plano utcunque inclinato, ſemper eſt in eâdem illâ Peripheriâ: unde ſequitur, Chordas omnes, ut AG eſſe inter ſe ut Vires, quibus Corpora ſuper his deſcendere
* 341.385. conantur *; & has percurri à Corporibus devolutis, in Tempore in quo Corpus, liberè cadendo, poteſt per-
* 384. currere diametrum AC*; quare Tempora devolutionum, per has Chordas, ſunt æqualia. Velocitates etiam in fine deſcenſûs ſunt ut ipſæ Chordæ.

Unicuique Chordæ, ut AG, per A ductæ, parallela du-

ci poteſt alia per C, quæ æqualis erit, & æqualiter in-
clinata; igitur *in Semicirculo*, ut AHC, *Vires quibus Cor-* 387.
pora juxta Chordas, in Puncto infimo terminatas, deſcen-
dere conantur, ut & Velocitates, devolvendo per has acqui-
ſita, ſunt inter ſe ut hæ Chordæ; & *quando Corpus ſibi per-* 388.
mittitur, eodem Tempore ad Punctum infimum Semicircu-
li perveniet, ſive liberè cadat juxta Diametrum, ſive deſ-
cendat ſuper Chordâ HC *quâcunque.*

Tempus devolutionis, per totum Planum AB, *poteſt con-* 389.
ferri cum Tempore deſcenſûs per Plani altitudinem AC;
nam hocce Tempus eſt æquale Tempori devolutionis per
AG; *&* quadrata Temporum ſunt inter ſe ut AB ad AG*; *374.383.
ſed AB eſt ad AC, ut AC ad AG*: quadrata igitur * 385.
linearum AB & AC *ſunt* quoque *inter ſe*, ut AB ad *20.El.VI.
AG*; & ideò iſtæ lineæ AB & AC ſunt inter ſe, ut
Tempora deſcenſûs per AB, & AG, aut AC, id eſt,
Tempora, in hoc caſu, ſunt *ut Spatia percurſa.*

In eodem caſu Velocitates in fine deſcenſûs ſunt æquales; 390.
nam poſt Tempora æqualia, quando Corpora ſunt in
G & C, Velocitates ſunt in eadem ratione quàm in prin-
cipio caſûs; id eſt, ut AC ad AB*. Quando Corpus *384.385.
deſcendit à G ad B, creſcit Velocitas ut Tempus*; & * 382.
Velocitas in G eſt ad Velocitatem in B, ut AC ad AB*; *389.
Velocitates ergò in B & C eandem rationem habent ad
Velocitatem in G, & ſunt æquales *. * 9. El. V.

Si varia Corpora deſcendant per lineas rectas, ex A 391.
ductas, & ad horizontalem CB terminatas, omnium ho-
rum, Corporum, in fine deſcenſûs, Velocitates erunt
æquales *; & Tempora deſcenſûs ut Spatia percurſa *: *390.
ſi verò lineæ in Peripheriâ Circuli AGC eſſent termi- *389.
natæ, Tempora forent æqualia, & Velocitates ut Spatia
percurſa *. *Dentur* *387.388.

392. *Dentur* iterum *varia Corpora*, *quæ* per varia Plana deſcendant, & *Spatia æqualia percurrant*, ut AC, AF, quæruntur Velocitates in C & F. Quadratum Velocitatis
* 390. in F ad quadratum Velocitatis in B, aut in C *, ut AF, aut AC, ad AB; nempe ut Altitudo Plani ad Longitudinem, id eſt, *ſunt quadrata Velocitatum, ut ipſa Vires*
* 341. *quibus Corpora propelluntur* *.

393. Vidimus *Corpus eandem acquirere Velocitatem, cadendo à certâ Altitudine, ſive directè cadat, ſive per Planum in-*
* 390. *clinatum devolvatur* *. *Sed, poteſt quoque Corpus devolvi per plurima Plana, variè inclinata, & etiam per curvam,* (quæ ut ex innumeris Planis, diverſè inclinatis, conſtans conſiderari poteſt) *& Celeritas ſemper erit eadem, quando*
TAB. XV. *altitudo eſt æqualis.* Non enim intereſt, utrùm Corpus deſ-
Fig. 4. cendat per AB an per EB, in B eadem erit Celeritas *,
* 390. & eodem modo Corpus movebitur per BC; ideòque habebit in C Velocitatem, quam devolvendo per EC potuiſſet acquirere, & in D Velocitatem, quam deſcendendo per FD, aut cadendo per GD, habuiſſet.

394. Obſervandum autem tranſitum, de Plano in Planum,
TAB. XV. debere ſine Impactione fieri, hâc enim Velocitas Cor-
Fig. 5. poris minuitur, ut ſuo Tempore dicetur, idcirco Plana diverſa curvis jungenda ſunt.

MACHINA,

395. *Quâ Adſcenſus Corporum cum Deſcenſu confertur.*

TAB. XV. Pars prima hujus Machinæ eſt Columna, ante explica-
Fig. 6. ta, C *, cui ſuperimpoſita minor G *, cum quâ conjun-
* 162.
* 163. ctum eſt quartum Brachium A *. Per unum ex foramini-
* 173. bus *t* (*Tab.* IV. *Fig.* 9.), in Brachii deſcriptione memora-
* 175. tis *, ſed illud eligimus quod maximè à Columnâ removetur, tranſmittitur Filum, cum quo cohæret Globus

plum-

plumbeus O. Fili extremitas altera cum Paxillo *x* cohæret, & retinetur *; hujuſque circumvolutione elevatur, aut deprimitur Globus O. * 178.

Columnæ C applicatur Regula lignea D E ut hoc antea explicavimus *. * 243.

Machinæ hujus pars altera eſt Tabella F H, quæ inſiſtit pedi, cujus pars videtur in L, & Cochleæ I. Latus B B in ſitu horizontali diſponitur, auxilio perpendiculi P, converſione Cochleæ I.

Lamellæ *m*, *n*, horizontales ſunt, & juxta latus B B mobiles ita, ut in eodem Plano horizontali maneant; ac Cochleis *ſ*, *ſ*, firmantur, interpoſitis Lamellis cupreis. Cylindri cuprei tenuiores *p* & *q*, foraminibus Columnæ intruduntur; &, cùm varia talia foramina dentur, ad diverſas altitudines firmari poſſunt. Præter hos & duo alii Cylindri tenuiores cuprei deſiderantur *l*, & *r*, quibuscum Lamellæ cohærent, ſimiles illis, quæ caudas Trochlearum efficiunt *; Lamellæ hæ in ſciſſuram Regulæ * 161. D E, intruduntur, ut cylindri in loco quocunque hujus ſciſſuræ firmentur, ut de Trochleis antea vidimus *. * 243.

EXPERIMENTUM I.

Removentur Cylindri *p*, *q*, *l*, *r*.

Globus O, extenſo Filo, elevatur; Fili longitudo ita 396. determinatur, & Lamella *m* in tali loco ponitur, ut Globus inferiori hujus ſuperficiei applicari poſſit. Eodem modo diſponitur Lamella altera *n*.

Globus uni Lamellæ applicatur, & ſibi permittitur, Gravitate nunc deſcendit, & Motu adquiſito ad aliam Lamellam adſcendit.

Si Filum paulò magis tendatur, in Lamellam oppoſitam incurrit.

Digitized by Google

397. Ponantur nunc cylindri p, & l; quibus, pro diverſo ſitu, diverſimodè, propter diverſam Fili inflexionem, variatur via, per quam Corpus deſcendit; firmetur Lamina m in eo ſitu, ut ad hanc Globus pertingere poſſit: ſi nunc ab hac Laminâ, ut primâ vice, dimittatur Globus, eodem modo, & per eandem curvam, quam primâ vice ſecutus eſt, ad n adſcendet; unde patet in utroque caſu eandem deſcendendo adquiſitam fuiſſe velocitatem.

398. Idem hocce Experimentum confirmat, quod ex antedictis ſequitur, nempe, *Corpus eâ Celeritate, quam cadendo per ſuperficiem quamcunque, ſive planam, ſive curvam, adquiſivit, per aliam ſuperficiem ſimilem, ad eandem Altitudinem adſcendere poſſe* *; *Tempuſque adſcenſûs*

*380.383.393. * 378. *æquale eſſe Tempori deſcenſûs*, quoque manifeſtum eſt *.

399. *Corpus eâ Celeritate, quam cadendo à certâ Altitudine adquiſivit, ad eandem Altitudinem per curvam quamcunque adſcendere poteſt; ſed Tempora hoc caſu non ſunt æqualia.*

EXPERIMENTUM 2.

*396.397. Experimentum hoc à præcedenti * eo ſolo differt;

400. TAB. XV. Fig. 6. Machinæ junguntur etiam cylindri q & r, ut Via adſcenſûs quoque varietur. Poſitis nunc quatuor Cylindris, & Lamellis m & n, ut in Figurâ exhibentur, Experimentum ut præcedens tentetur, & eodem modo procedet.

401. * 393. * 374. Ex demonſtratis in hoc Capite *, deducimus methodum confirmandi Experimentis, quæ de Velocitate Corporum cadentium antea ſunt demonſtrata *.

MACHINA,

Quâ Corporum Cadentium Velocitates conferuntur.

402. TAB. XV. Fig. 7. E ligno cujus craſſities AB eſt duorum pollicum, & altitudo AD circiter pollicum novem, formatur Machina

china hæc; excavatur lignum juxta portionem Cycloïdis à ſuperiori parte ligni ad F uſque, ubi curva terminatur in ipſius vertice; continuaturque lignum ab F ad G, juxta tangentem ad curvam in vertice F, cujus diſtantia à G eſt unius pedis. Ut lignum hoc exactiſſimè ſit elaboratum, habeatque ſuperficiem admodum politam, & plumbagine illinitam, deſideratur. Formationem autem Cycloïdis in Scholio 2. Capitis ſequentis explicamus.

Lignum hoc circumdatur Regulis ligneis HH, HI, II; & ſpatium quod hiſce continetur in duos quaſi Canales dividitur Regulâ *mm*, cujus altitudo eſt quartæ partis unius pollicis.

In Canali utroque movetur Globus æneus, diametri ſemi-pollicis, in utroque etiam datur Obex O; hi, ope Cochleæ lateralis, ubi deſideraveris, firmantur, & interpoſitâ Lamellâ cupreâ, cum Cochleâ cohærenti, læſio ligni cohibetur.

Machina tribus ſuſtinetur Cochleis æneis, quarum duæ videntur in C, C, harum ope ſuperficies F G in ſitu ponitur horizontali., cujus ſitûs indicium dat Perpendiculum P.

Regula *mm* dividitur, ab F ad G in partes æquales, ab F autem ſurſum inæquales ſunt; ſed demonſtrant intervalla æqualia inter Altitudines.

Hujus Machinæ hæc eſt proprietas; Globi, ab altitudinibus, utcunque inæqualibus, dimiſſi, æqualibus Temporibus ad F perveniunt; quod facilè patebit ſi Obices O, O, in F firmentur, & Globi eodem momento à diverſis Altitudinibus dimittantur.

Qui hujus proprietatis geometricam deſiderant demonſtrationem, Caput ſequens adeant; ipſam in Machi-

Digitized by Google

nâ obſervare proprietatem, hoc loco ſufficit.

EXPERIMENTUM 3.

403. Conſtitutâ Machinâ, ut dictum, firmentur Obices, applicato uno diviſioni quartæ ab F, altero diviſioni ſextæ. Si nunc Globi dimittantur, eodem momento, ab Altitudinibus, quæ ſunt, ut quatuor ad novem; dimiſſo nempe à minori altitudine globo illo, cujus Obex minus ab F diſtat, eodem etiam momento quàm exactiſſimè ad Obices pervenient.

Globi hi eodem momento in F dantur, æqualibus ergò Temporibus percurrunt Lineas, quæ ſunt ut quatuor ad ſex, id eſt, ut duo ad tria, in quâ ratione ſunt ho-
* 119. rum Globorum Velocitates *; horum numerorum quadrata ſunt quatuor & novem, quæ ſunt in ratione Altitudinum, à quibus cadendo Corpora adquiſivere Velocitates ſuas; quod Experimento confirmandum erat.

Ita Obices ſunt conſtituendi ut applicatis Globis, horum centra diviſionibus Lineæ FG reſpondeant, & in dimittendis Globis ad Altitudines centrorum attendendum eſt.

CAPUT XX.

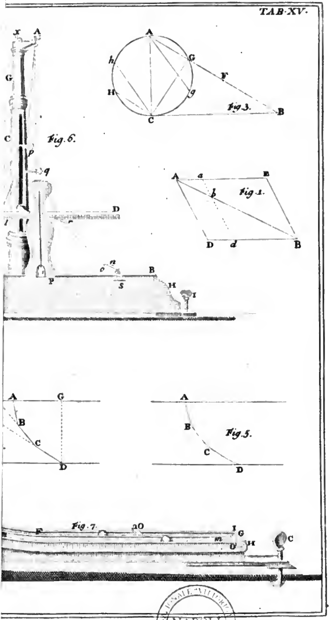
De Oſcillatione Pendulorum.

DEFINITIO I.

404. G*Rave, Filo tenuiſſimo ſuſpenſum, & cum Filo, circa Fili punctum fixum, mobile, vocatur Pendulum.*

Motus Penduli eſt Vibratorius, ſeu Oſcillatorius.

Quando Pondus, Filo extenſo, elevatur, Gravitate deſcendit, & Celeritate adquiſitâ ad eandem Altitudinem



NAPOLI

nem ad partem oppoſitam adſcendit *; Gravitate deinde iterum redit; & Vibrationes continuat. * 398.

Rotationem circa Punctum ſuſpenſionis liberrimam hic ſupponimus, & nullam dari Aëris reſiſtentiam; quæ in majoribus Pendulis admodum eſt exigua.

Sit Pendulum CP, ſuſpenſum in C; in motu ſuo Corpus P deſcribit portionem Circuli PB*p*; *ſi* loco hujus motûs, *Corpus* deſcendat per Chordam PB; iterumque adſcendat per Chordam B*p*, & *Vibrationes ſuas per Chordas peragat*; deſcenſus fiet in tempore, in quo Corpus cadendo poteſt percurrere diametrum AB *; id eſt, longitudinem duplam longitudinis Penduli: in tempore æquali adſcendet per Chordam B*p* *; *in tempore* ergò *integræ Vibrationis*, quod duplum eſt temporis deſcenſûs, *Corpus cadendo poteſt percurrere* quatuor diametros *; id eſt, *longitudinem octuplam longitudinis Penduli*. TAB. XVI. Fig. 1. 405. * 388. * 398. * 374.

Cùmque deſcenſus & adſcenſus per Chordam quamcunque fiat in tempore æquali *, omnes Vibrationes per Chordas, ſive magnas, ſive exiguas, ſunt æquè diuturnæ. * 388.

406. *In Vibrationibus exiguis harum durationes, dum in Circulo movetur Corpus, cum durationibus Vibrationum in Chordis* conſtantem *rationem habent*, illam nempe, *quæ datur inter Circuli peripheriæ quadrantem & diametrum*, proximè ut 11. ad 14. Idcircò *ejuſdem Penduli Vibrationes exiguæ, licet inæquales, ad ſenſum ſunt æquè diuturnæ.* 407.

Experimentum I. * 173.

408. Columnæ C applicatur Brachium A *. Pendula duo ſuſpenduntur, PE, *pe*, quorum Fila foramina duo ex tribus, quæ in Laminâ GH (*Tab.* IV. *Fig.* 9.) dantur *, trajiciunt, & Paxillis * firmantur; quorum Revolutione ad eandem longitudinem reducuntur. TAB. XVI. Fig. 2. * 175. * 178.

Pendula hæc, ſi à Punctis P, & p, eodem temporis momento, dimittantur, eodem tempore pervenient in F & f, & ſic motum continuabunt per Arcus PBF & pbf; ſemper eodem tempore.

Hæc autem æqualitas pleniùs explicanda eſt; & dicendum quare Vibrationes in Circulo ad Vibrationes per
* 406. Chordas, quam dixi * rationem habeant.

409. Rotetur Circulus FEB ſuper lineâ AD, donec Punctum B in A ad lineam hanc perveniat; hoc motu Punctum B deſcribit Curvæ portionem BPA: eodem modo ſimilis Curvæ portio BD deſcribitur, totaque Curva ABD vocatur *Cycloïs*, *Circulus* FEB *Generator* dicitur.

TAB. XVI. Fig. 3.

410. Dividatur Curva in duas partes æquales in B, portionesque BA & BD diſponantur, ut Puncta A & D jungantur in C; Punctum verò B, cum Punctis A & D lineæ AD, coincidat. Juxta harum portionum curvaturam Laminæ metallicæ inflectantur ita, ut Filum Penduli in C ſuſpenſi, motu ſuo vibratorio, ab utraque parte ſeſe Laminis iſtis applicet, & eandem curvaturam cum iſtis adipiſcatur. Nunc poſitâ longitudine Penduli CB, Corpus P in Vibrationibus ſuis deſcribet Cycloïdem ABD, ut in ſequenti Scholio 1°. demonſtramus; ita ut Filum longi-
411. tudinis BC æquale ſit Curvæ CA; quare *tota Curva* ABD dupla *eſt* lineæ CB; & *quadrupla axis* FB.

412. In eodem Scholio demonſtramus, *Tangentem ad Curvam in Puncto, ut P, parallelam eſſe Chordæ EB, in Circulo FBE ductæ ad Punctum infimum B ex Puncto E, in quo Circulus ſecatur à lineâ PE, parallelâ ad baſim AD,*
413. *& per P tranſeunti:* Ut & *portionem PB Curvæ æqualem eſſe duplo Chordæ EB.*

Cùm autem in ſingulis Curvæ punctis Corpus in Curvâ

vâ deſcendat juxta directionem Tangentis ad Curvam,
ſequitur, *Corpus in Puncto quocunque Curvæ, ut P, co-* 414.
nari deſcendere cum vi, quæ proportionalis eſt Chordæ
reſpondenti in circulo, ut EB*, quæ ipſa cùm ſit dimidium *412.387.
arcûs Curvæ, inter hocce Punctum P & Curvæ Punctum infi-
*mum, intercepti**, cum hoc arcu eandem *rationem ſequitur**. *413. *15. El.V.

Unde patet, ſi duo Pendula ut CP ab altitudinibus
diverſis, eodem momento, dimittantur, celeritates, qui-
bus cadere incipiunt, eſſe inter ſe, ut Spatia percurren-
da, antequam ad B perveniant: ſi ergò iſtis celeritati-
bus ſolis, motu non accelerato, agitarentur, eodem tem-
poris momento ad B pervenirent*; eodem modo velo- * 119.
citatibus ſecundo momento acquiſitis, etiam ad B eodem
momento pertingunt; idemque ratiocinium pro momen-
tis ſequentibus procedit: ergò ſemi-Vibrationes, utcun-
que inæquales, ut & Vibrationes integræ, temporibus
æqualibus peraguntur.

Ulterius in tertio Scholio, demonſtramus, *Tempus unius* 415.
cujuſque Vibrationis eſſe ad tempus caſûs verticalis, per ſemi-
longitudinem Penduli, ut peripheria Circuli ad diametrum.

In Cycloïde pars infima cum Circuli arcu exiguo ad 416.
ſenſum coincidit; & hæc eſt vera ratio, quare in Circu-
lo tempora Vibrationum exiguarum, utcunque inæqua-
lium, ſint æqualia, & hac eâdem de causâ, etiam in cir-
culo, ſi Vibratio ſit exigua, hujus duratio ad tempus ca-
sûs per ſemilongitudinem Penduli, dictam rationem ha-
bebit, circumferentiæ Circuli ad diametrum*. Sed hoc *415.
tempus casûs per ſemilongitudinem Penduli, eſt pars quar-
ta temporis casûs per longitudinem octuplam ipſius Pen-
duli*; quod tempus æquale eſt durationi Vibrationis * 374.
per Chordas*. Idcircò duratio Vibrationis per arcum ad * 405.
dura-

Digitized by Google

durationem Vibrationis per Chordas, ut peripheria Circuli ad quatuor diametros, aut ut quadrans circumfe-
* 406. rentiæ Circuli ad diametrum, ut jam monuimus *, id
417. eſt proximè ut 11. ad 14. & *celeriùs per arcum quàm per Chordas Vibrationes peraget Pendulum.*

418. Durationes *Vibrationum Pendulorum inæqualium* conferuntur. Quando arcus ſunt ſimiles, Deviationes reſpectu Chordarum ſunt etiam ſimiles, & tempora Vibrationum per arcus ſunt ut tempora Vibrationum per Chordas; hæc verò ſunt tempora deſcenſûs per longitudines
* 405. octuplas longitudinum Pendulorum *; quorum *quadra-*
* 375. *ta durationum ſunt* ut iſtæ longitudines octuplæ *; ſive
* 15. El.V. *ut ipſæ longitudines Pendulorum* *.

EXPERIMENTUM 2.

419. TAB. XVI. Fig. 4. Duo Pendula EP, *e p*, quorum longitudines ſunt ut 9. ad 4, eodem tempore dimittuntur à Punctis P, *p*, ita, ut, Vibrationibus, arcus ſimiles deſcribant; Pendulum majus duas abſolvit Vibrationes, dum minus tres peragit, ut in horum concurſu obſervatur. Quadrata durationum Vibrationum ſunt ut 9. ad 4., nempe ut longitudines Pendulorum.

420. Quando Vibrationes ſunt exiguæ, hæc ratio etiam locum habet, quamvis Pendula non per arcus ſimiles agi-
* 407. tentur *.

Circa omnia, quæ hucuſque de Pendulis dicta ſunt,
421. obſervandum, *non intereſſe quantum ponderet Corpus quod agitatur, aut utrùm Corpora diverſorum Pendulorum inæqualiter ponderent, aut ex diverſâ formentur materiâ.* Cùm Vis Gravitatis proportionalis ſit quantitati materiæ in om-
* 156. nibus Corporibus *, omnia Corpora, in iiſdem circumſtantiis, Gravitate æquè celeriter moventur. Quod etiam ſequenti Experimento confirmatur.

Ex-

EXPERIMENTUM 3.

Dentur duo Globi æquales, aut inæquales, unus ex Plumbo, alter ex Ebore; Filis ſuſpendantur, & ſint Pendula æqualia; Vibrationes æquales, atque exiguæ utcunque inæquales, ſunt æquè diuturnæ. 422.

Sæpè loco Fili Virga ferrea tenuis, ſed rigida, adhibetur, & aliquando etiam Pondera duo, aut plura, ei anneċtuntur. 423.

DEFINITIO 2.

Talis Virga ſuſpenſa, & circa Punctum mobilis, vocatur Pendulum compoſitum. Ut CQP. 424. TAB. XVII. Fig. 1.

In hoc caſu Regulæ memoratæ locum non habent; ſed Pendula talia ad ſimplicia revocantur, determinando in iis Punctum, in quo ſi Pondera forent juncta, Vibrationes eſſent æquè diuturnæ cum Vibrationibus Penduli compoſiti.

DEFINITIO 3.

Hoc Punctum vocatur Centrum Oſcillationis. Ut O. 425.

In Scholio 4°. Methodum hujus determinandi explicamus.

Corpus cujuſcunque figuræ poteſt ſuſpendi, & circa punctum, aut potius axem, vibrari; in eo etiam poteſt determinari Centrum Oſcillationis. 426.

Quando Linea recta, qualis eſt Filum ferreum, circa extremitatum alteram vibratur, Centrum Oſcillationis diſtat à Puncto ſuſpenſionis duabus partibus tertiis longitudinis Fili. Ut in eodem Scholio demonſtramus. 427.

EXPERIMENTUM 4.

Cylindrus æneus, longitudinis duorum pedum cum ſemiſſe, AB, ita ſuſpenditur, ut circa extremitatem A 428. TAB. XVI. Fig. 5.

 vibre-

vibretur; rotatur circa axem cum ipſo in A cohærentem, & qui axi Libræ ſimilis eſt, ut attritus minor ſit Suſpenditur autem auxilio Laminæ M L (*Tab.* IV. *Fig.* 9.), quod quomodo fiat, foramina, in lamellis parallelis, cum majori M L cohærentibus in M ſatis indicant. Lamella verò, niſi poſt ſuſpenſum Cylindrum, firmari non de-
* 177. bet *, ut pondere Cylindri, Lamina, antequam firmetur, ſitum verticalem acquirat. Pendulum ſimplex *e p*, cujus longitudo eſt duarum partium tertiarum A B, eodem tempore cum Cylindro dimittitur; & Vibrationes Penduli, & Cylindri, eodem tempore peraguntur.

429. Vibrationes Pendulorum, ut diximus, licet inæqua-
* 407. les, ſunt æquè diuturnæ *, & hæc Pendulorum proprietas maximi usûs eſt in Horologii conſtructione, cui motus æquabilis, Pendulo adjuncto, communicatur.

430. Horologiis in diverſa loca tranſlatis, Vim Gravitatis non ubique Terrarum æqualem eſſe enotuit ex eo, quod Vibrationum ejuſdem Penduli durationes, in diverſis Regionibus, inæquales repertæ ſunt; & hæc Gravitatis diverſitas per Pendula menſuratur.

431. *Dentur duo Pendula*, C P, *c p*, *quorum Longitudines*
TAB. XVII. *ſint inter ſe, ut Vires Gravitatis quibus agitantur*; ſi ar-
Fig. 2. cus ſimiles excurrant, in punctis reſpondentibus Gravitates eandem ſemper habebunt rationem inter ſe, propter inclinationes æquales, & hæc erit ipſa ratio arcuum percurrendorum, (quia arcus ſimiles ſunt ut pendulorum longitudines) qui ergo æqualibus temporibus percurren-
* 119. tur *, id eſt, *Vibrationes erunt æquè diuturnæ*.

Si ad eandem Longitudinem reducantur mutato Pendulo *c p* cujus Longitudo fiat *c q*, æqualis C P; quadra-

tum

tum durationis Vibrationis Penduli *cq* eſt ad quadratum durationis Vibrationis Penduli *cp*, aut CP, ut Longitudo *cq*, aut CP, ad *cp* *; id eſt ut Gravitas, quæ in Pen- * 418.
dulum CP agit, ad Gravitatem, quæ Pendulum *cq* agitat. *Sunt*, ergò, *durationes Vibrationum Pendulorum æqua-* 432.
lium, in ratione ſubduplicatâ, inverſâ, Gravitatum in Pendula agentium.

Et in genere *quadrata durationum Vibrationum Pendu-* 433.
lorum ſunt directè, ut Pendulorum Longitudines *, & *in-* * 418.
verſè ut Gravitates quibus moventur *. * 432.

Gravitates ipſa ſunt directè, ut Longitudines Pendulo- 434.
rum *, & *inverſè ut quadrata durationum Vibrationum* *. * 431. * 432.

Plurimâ Phænomena naturalia à motibus pendent ana- 435.
logis cum motibus Pendulorum, & illis explicandis demonſtrata de Pendulis inſerviunt, eſtque hic ultimarum Propoſitionum præcipuus uſus.

Pendula quoque peculiarem utilitatem habent in Ex- 436.
perimentis, quæ de Corporibus motis, & Viribus inſitis agentibus, inſtituuntur; in his autem caſibus Pendulorum Velocitates conferendæ ſunt, haſque duobus modis conſiderare poſſumus.

DEFINITIO 4.

Velocitatem Penduli vocamus illam, quâ agitatur Cor- 437.
pus ſuſpenſum, ubi hoc pervenit ad locum infimum arcûs quem percurrit.

Si de pendulo compoſito agatur, loco Corporis ſuſpenſi, Centrum Oſcillationis conſiderandum eſt.

DEFINITIO 5.

Velocitas angularis Penduli illa eſt, quâ hoc circa Pun- 438.
ctum Suſpenſionis rotatur, ubi ad ſitum verticalem pervenit.

De hiſce duabus Velocitatibus nunc nobis agendum eſt.

4̇39. TAB. XVI. Fig. 6. Dentur Pendula duo CP, *cp*, quæ Vibrationes peragunt in Arcubus PF, *pf*; Centris C, *c*, eodem intervallo deſcribantur Arcus LO, *lo*; ſintque in locis infimis arcuum PF, *pf*, Portiones infinitè exiguæ BD, *bd*, quæ eodem tempore percurrantur. Velocitates Pendulorum ſunt ut BD, *bd*; & horum Velocitates Angulares ut MN, *mn*; id eſt, ut anguli BCD, *bcd*.

DEFINITIO 6.

440. *Angulum Penduli vocamus illum, quem deſcendendo, aut adſcendendo, Pendulum deſcribit.*

441. *Velocitates Penduli, in Vibrationibus inæqualibus, ſunt inter ſe ut ſubtenſæ Arcuum, quos Corpus deſcendendo deſcribit.*

TAB. XVI. Fig. 1. Velocitas, in deſcenſu per Arcum DB, ad Velocitatem, ſi deſcendat per PDB, ut chorda DB ad chordam PB *. * 387. 393.

442. *In Vibrationibus exiguis*, Arcus ſunt ſenſibiliter ut chordæ; quare *Velocitates ſunt* ut arcus, aut *ut Penduli Anguli* *. * 440.

In hiſce Arcus, aut Angulus, exiguus eſt, qui 15. gr. non ſuperat; hic enim Arcus ſe habet ad ſuam ſubtenſam, ut 350 ad 349.

443. *In Pendulis diverſis, ſi* Arcus *ſint* ſimiles, aut *Anguli æquales*, Corpora deſcendunt per ſpatia, quæ ſunt *ut Pendulorum Longitudines*, in qua eâdem ratione *ſunt Velocitatum quadrata* *. * 374. 393.

444. *Si Pendula ſint æqualia, & Anguli æquales, ſed Gravitates differant*, Vires, quæ in Corpora agunt in Punctis reſpondentibus, ſunt ut ipſæ Gravitates; &, in initio deſcenſus, percurrendo ſpatiola æqualia, *Corpora acquirunt Velocitates, quarum quadrata ſunt* ut Vires prementes *, id eſt, *ut Gravitates*; Accelerationes, percurrendo ſequentia * 392.

Digitized by Google

tia ſpatiola æqualia ſequuntur eandem legem, quod, cùm ubique in Punctis reſpondentibus obtineat, propter Vires in conſtanti ratione, & ſpatiola æqualia, integræ Velocitates quoque hanc rationem ſequuntur.

Conjungendo tres ultimas Propoſitiones Univerſalem habemus regulam: *In Vibrationibus minoribus quadratum Velocitatis Penduli ſequi rationem compoſitam ex ratione quadrati Anguli*, ratione Longitudinis *, ut & ratione Gravitatis in Pendulum agentis *.* 445.
* 442.
* 443.
* 444.

Velocitatem angularem, ſi Pendula ſint æqualia, *ſequi rationem ipſius Velocitatis*, manifeſtum eſt. Sit B D arcus minimus determinato tempore percurſus; hic eſt ut Penduli Velocitas *, & menſurat angulum B C D; ſi ipſa Velocitas ſervetur, id eſt ſi maneat B D, & Penduli Longitudo mutetur, minuitur angulus B C D, qui Velocitatem angularem determinat, ut augetur Penduli Longitudo, & hic Angulus ſequitur *Longitudinis rationem inverſam.* 446. TAB. XVI. Fig. 6. * 437.

Rationem ergo quadrati Velocitatis Angularis habebimus, ſi inverſam rationem quadrati Longitudinis cum tribus rationibus, ſupra memoratis *, jungamus; ſed conjungendo rationem inverſam quadrati Longitudinis, cum hujus ratione directâ, quæ media eſt illarum trium; habemus rationem Longitudinis inverſam, & *ratio, quam ſequitur* ipſa *Velocitas Angularis, eſt compoſita ex ratione Anguli, & ratione ſubduplicatâ Gravitatis, ut & ratione inverſâ ſubduplicatâ Longitudinis Penduli.* * 445. 447.

Velocitas Puncti in Pendulo eſt ut Velocitas Angularis, & ut diſtantia Puncti à Centro Suſpenſionis; id eſt, hæc ultima ratio tribus rationibus noviſſimè memoratis * addenda eſt. 448. * 447.

Si Anguli ſint æquales, aut Arcus deſcendendo deſcripti ſimiles, quadrata Velocitatum ſunt ut Longitudines *, & 449. * 443.

* 445. ut Gravitates *. Ergo, ſi *Velocitates* hæ ſint *æquales*, producta Longitudinum per Gravitates ſunt æqualia; & quò illa minor eſt, eò hæc eſt major, id eſt, ſunt Longitudines inversè ut Gravitates; & pro inverſâ Gravitatum ratione, directa Longitudinum uſurpari poteſt: quam ſi faciamus ſubſtitutionem in N°. 433, detegimus in caſu quem examinamus *Vibrationum durationes* eſſe ut Longitudines, quæ, propter Arcus ſimiles, *ſunt ut ſpatia deſcendendo, aut adſcendendo, percurſa.*

450. Simile eſt ratiocinium, *ſi agatur de eâdem Gravitate;* tunc Velocitatum Angularium quadrata, ſunt ut quadrata Angulorum directè, & inversè ut Longitudines *: ergo, *poſitis Velocitatibus* his *Angularibus æqualibus*, *ſunt quadrata Angulorum* in inverſæ rationis Longitudinum ratione inversâ, id eſt, ſunt *ut Longitudines.*
* 448.

451. Clarè patet, *ſi agatur de Pendulo compoſito, diſtantiam, inter Centra Suſpenſionis & Oſcillationis, determinare Penduli Longitudinem.*

452. Occaſione motûs Penduli obſervavimus, celerius Corpus à Puncto ad Punctum per Arcum deſcendere quàm per lineam rectam *. His addam, Corpus etiam breviori tempore quàm per circuli Arcum deſcendere poſſe; Et in Scholio ſequenti 5to. demonſtrabo,
* 417.

453. *Lineam celerrimi deſcenſûs, à Puncto ad Punctum, magis depreſſum, & non cum primo in eâdem verticali poſitum, eſſe Cycloïdem inverſam, verticalem, cujus Punctum extremum cum ſuperiori Puncto coincidit, & quæ per Punctum inferius tranſit.*

MACHINA,

Quâ deſcenſus per Cycloïdem, cum deſcenſu per Lineam rectam, confertur.

Tabula

Tabula lignea, AB, cujus craſſities eſt trium partium quartarum pollicis, juxta figuram Cycloïdis excavatur, & pedi ita imponitur ut planum ſit verticale, & Cyclöis in ſitu inverſo poſitâ hujus baſi parallelâ ad Horizontem. Auxilio trium Cochlearum, per pedes E, E, & F, tranſeuntium in dicto ſitu, quem Perpendiculum P indicat, diſponitur Machina. 454. TAB. XVII. Fig. 3.

Ad latera Tabulæ AB ipſi applicantur Regulæ *cc*, *dd*, quibus canalis efficitur in quo Globus æneus, cujus diameter eſt ſemi pollicis, moveri poteſt, Cycloïdem percurrendo.

Machinæ jungitur Regula lignea GH, cujus craſſities pollicem æquat; excavata hæc eſt, canalemque continet ejuſdem latitudinis cum canali *cddc*, ut & in hoc Globus moveatur. Poteſt hæc Regula ad libitum inclinari, quia circa Cocheam *il*, quæ Regulam & Tabulam A trajicit, volubilis eſt, hacque Cochleâ, cujus caput *i* latius eſt, Regula Tabulæ applicatur; cuſpide O Regulam ſuſtinente. Hujus cuſpidis ſitus variari poteſt propter diverſa foramina *r*, *r*, *r*, &c., quibus inclinatio Regulæ determinatur.

In margine menſæ diſponenda Machina eſt, ne illa impediat motum Regulæ, quando hujus inclinatio minuitur. Ut ita Machina diſponi poſſit, pes F ad angulos rectos, ipſi in medio inter E, E, applicatur ad partem oppoſitam illius cui applicatur Regula GH. Pes hic F plumbo addito gravior eſt; aut, ubi firmanda Machina eſt, Pondus pedi ſuperimponitur.

Canalis uterque benè levigatus deſideratur & plumbagine illinitur, ne deſcenſus Globorum impediatur; in unoquoque obex, ut *m* & *n*, ad libitum firmatur.

Tixr

EXPERIMENTUM 5.

455. Inclinetur Regula GH ad libitum; Obices *m*, & *n*, firmandi ita ſunt, ut Globi, ſi ipſis applicentur, inter ſe reſpondeant. Si nunc, poſitis Globulis in *s*, & *t*, etiam ut reſpondeant, hi eodem momento relaxentur, Globus, qui Cycloïdem percurrit, primus ad obicem accedet, quod ictu detegitur; & in majori inclinatione hoc etiam ad oculum patet. In inclinatione quæ in Fig. exhibetur, ictus auditur in *m*, antequam Globus alter quartam partem longitudinis *sn* percurrerit.

SCHOLIUM I.

In quo quædam in hoc Capite memoratæ Cycloïdis Proprietates demonſtrantur.

456. POſitâ Cycloïdis memoratâ * formatione; ſit Circulus generator B E F.
* 409. Ponamus hunc perveniſſe ad Punctum G baſeos; Punctum F erit in *f*, poſi-
TAB. to Arcu G *f* lineæ G F æquali; Punctum deſcribens erit in *b*, & erit hoc Pun-
XVII. ctum Cycloïdis.
Fig. 4. Ducatur G *c* H diameter per Punctum contactûs, erit hæc ad baſin perpen-
* 18. El. III. dicularis *, & parallela diametro B F. Ductâ nunc *b* L, per Punctum Cycloïdis *b*, baſi parallelâ, ſecante Circulum F E B in E, & lineam G H in I; ma-
* 34. El. I. nifeſtum eſt, propter æquales G I & F L *, in Circulis æqualibus æquales eſſe
* 3. 14. El. III. *b* I, E L *; additâ utrimque I E æquales erunt *b* E, I L, cui æqualis G F *.
* 34. El. I. Facilè etiam liquet Arcus G *f*, *b* H, E B, æquales eſſe inter ſe & lineæ G F; ideoque lineæ *b* E.

457. Ex quibus hanc Curvæ deducimus proprietatem, *Si, ex Puncto quocunque Cycloïdis, ad baſin ducatur parallela, quæ ſemicirculum ſecat ſuper axe deſcriptum ad partem Curvæ*, qualis linea hic eſt *b* E L, *erit* hujus *portio, inter Cycloïdem & ſemicirculum intercepta, æqualis Arcui ſemicirculi inter lineam memoratam & verticem intercepto*, id eſt *b* E Arcui E B æqualis eſt.

458. Sit Semi-cycloïs A D B; vertex B; baſis A F; axis B F, qui diameter eſt ſe-
TAB. micirculi F M B.
XVII. Sumtâ D *d* portione quacunque infinitè exiguâ Cycloïdis, poterit hæc pro
Fig. 5. lineâ rectâ haberi, & continuata formabit tangentem in Puncto D aut *d*. Ducantur D L, *d l*, ad baſin parallelæ ſemicirculum ſecantes in E, *e*; & ductis B E, & B *e*, continuetur hæc donec ſecet in *b* lineam D L; ſit etiam B O ad baſin parallela, Circulum tangens in B, & quæ in O ſecatur lineâ *e* O, continuatione lineæ E *e*.

Trian-

Digitized by Google

Triangula *b* E *e* & *e* O B, propter B O & *b* E parallelas ſunt ſimilia. Latera
autem E O & O B ſunt æqualia *; ergo & æqualia *e* E, *b* E; eſt *e* E Arcuum * 36 El. III.
B *e*, B E, aut linearum *d e*, D E, differentia *; quæ eadem differentia eſt idcò * 457.
etiam *b* E, quare ſunt æquales parallelæ D *b*, *d e*; ſunt etiam idcirco æqua-
les & parallelæ D *d*, *b e* *, id eſt tangens in *d* parallela chordæ *e* B, quam * 33. El. I.
Cycloidis proprietatem ſuperius indicavimus in n. 412.

459. Iisdem poſitis ducatur F E *i*; erit hæc ad B E aut B *b* (propter Angulum
infinitè exiguum *e* B E) perpendicularis *, divideque baſin Trianguli iſoſce- * 31. El. III.
les *b* E *e* in duas partes æquales ita, ut *e i* ſit dimidium ipſius *e b* aut *d* D.
Eſt verò *e i* differentia inter chordas B E, B *e*; nam ſi centro B, radio B E,
Circulus deſcribatur coincidet hic cum E *i*, quæ infinitè exigua eſt; & D *d*
eſt differentia Arcuum Cycloïdis D B, *d* B.

Concipiamus nunc lineam ad baſin Cycloïdis A F parallelam moveri à B ad F, aliamque lineam interea circa B ita rotari, ut continuò tranſeat per interſectionem primæ cum ſemicirculo. Ubi prima Ex. gr. pervenit ad *d l* erit ſecunda in B *e*; tranſlatâ primâ ad D L, rotatur ſecunda ut ſit in B E. In hoc motu commune initium habent, & continuò augentur Arcus Cycloïdis D B, & chorda E B; ſed illius augmentum ſemper duplum eſt augmenti hujus, quare & integer Arcus, qui eſt ſumma omnium augmentorum, erit duplus integræ chordæ, quæ etiam ſummam valet augmentorum ſuorum. Habemus ergò etiam demonſtratam Propoſitionem in n. 413. memoratam.

Supereſt ut, quæ de Evolutione Cycloïdis in n. 410. dicta ſunt, demonſtremus.

460. Detur iterum eadem Cycloïs A D B; baſis A F; axis F B; F E B ſemicirculus. Producatur B F ad C ita, ut B F & F C ſint æquales; formatoque Parallelogrammo A *f* C F; detur ſemicirculus A *m f*, qui ſemicirculo F E B, æqualis erit; ut & ſemi-Cycloïs A *q* C, cujus axis eſt A *f* & quæ æqualis eſt ſemi-Cycloïdi A D B. Concipiamus etiam filum fixum in C, & Cycloïdi C *q* A applicatum, evolvi.

Ponamus filum ad hunc perveniſſe ſitum, ut cum Cycloïde tantùm conveniat à C ad *q*, & ulterius extendi juxta tangentem ad Curvam in *q*: ſi linea *q* R æqualis ſit Arcui *q* A, cui filum, nunc tenſum, fuit applicatum, erit R fili extremitas.

Ducatur *q p* ad baſin parallela, ſemicirculum A *m f* ſecans in *m*, ex quo
Punсto ducatur linea *m* A ad A, ſunt *m* A & *q* N parallelæ * & æquales *; ſed * 412. 458.
q A, ideoque *q* R, dupla eſt *m* A, aut *q* N *; ſunt ergò æquales N *q*, N R; * 34. El. I.
idcircò ſi per R ad A F & *p q* detur parallela R P, erunt æquales P F, A *p*; * 413. 459.
ergò etiam erunt æquales Arcus F M, A *m*; ut & Anguli M F A, *m* A F *; & * 32. 27.
eſt F M, parallela A *m* *, ut & R *q*; unde ſequitur F M R N eſſe Parallelo- El. III.
grammum, & æquales eſſe F N, R M; ſunt etiam æquales *q m*, A N, in Pa- * 27. El. I.
rallelogrammo *m* A N *q*.

Linea *m q*, aut A N, æqualis eſt Arcui A *m* *, aut Arcui F M; A F, æqua- * 457.
lis eſt ſemicirculo F M B *; idcircò N F, aut R M, æqualis eſt Arcui M E B, * 409. 457.
& Punctum R, id eſt fili extremitas, datur in Cycloïde A D B *, quam in- * 457.
tegram extremitas hæc percurret dum totum filum evolvitur.

SCHOLIUM II.

De Cycloïdis deſcriptione.

MEchanicè Cycloïdem deſcribi poſſe hujus generatio ſatis demonſtrat. Magis tamen commodum eſt per Puncta ipſam delineare, quod exactiſſimè fieri poteſt.

461. Sit B F, axis Curvæ; B Vertex; F A baſis ad axem perpendicularis. Sit
TAB. axis diviſus in ducentas partes æquales, quas tamen omnes notare diviſio-
XVIII. nes neceſſe non eſt; harum partium ſemi-baſis F A continet 314, 2. Quâ
Fig. 1. datâ longitudine determinatur A. Eodem modo reliqua Puncta determinantur auxilio Tabulæ ſequentis. In primâ Columnâ Tabulæ indicatæ, diſtantiæ notantur à B ad F. Per Puncta notata ordinatæ ducuntur ad axem, parallelæ ad baſin, & harum longitudines ſecunda Columna indicat.

TABULA

Dimenſionum Cycloïdis.

462.

Abſc.	*Ordin.*	*Abſc.*	*Ordin.*
6.	68, 9.	70.	222, 0.
8.	79, 5.	80.	234, 9.
10.	88; 7.	90.	246, 5.
12.	97, 0.	100.	257, 1.
14.	104, 6.	110.	266, 6.
17.	114, 9.	120.	275, 2.
20.	124, 3.	130.	282, 9.
23.	133, 0.	140.	290, 0.
26.	141, 0.	150.	296, 0.
30.	150, 9.	160.	301, 4.
35.	162, 3.	170.	306, 0.
40.	172; 7.	180.	309, 8.
50.	191, 3.	190.	312, 7.
60.	207, 6.	200.	314, 2.

463. Puncta in viciniis Verticis in hac Tabulâ deficiunt, quia hac Methodo
commodè notari non poſſunt: habetur autem hæc portio Curvæ, ſi Arcus
Circuli per B deſcribatur, cujus centrum ſit in lineâ B F continuatâ, &
* 410. 460. cujus Radius valeat duplum axeos Curvæ *. Si deſcriptionem per Puncta velimus continuare, ducenda eſt linea B O, baſi parallela, & in hac illas diſtantias à B, O versùs, debemus notare, quæ in primâ Columnâ ſequentis Tabellæ habentur, erectiſque perpendicularibus ad B O, harum longitudines in ſecundâ columnâ determinantur.

TABULA

Digitized by Google

TABULA SECUNDA.

Dimenſionum Cycloïdis.

Ordin.	*Abſc.*	*Ordin.*	*Abſc.*	
5.	0, 00.	35.	1, 53.	464.
10.	0, 12.	40.	2, 00.	
15.	0, 28.	45.	2, 53.	
20.	0, 50.	50.	3, 12.	
25.	0, 78.	55.	3, 78.	
30.	1, 12.	60.	4, 50.	

Conſtructio primæ Tabulæ hæc eſt. Ex abſciſſâ datâ determinatur ordinata. 465. TAB.XVII.

Sit abſciſſa BL, cujus longitudo eſt *60*, illarum partium quarum Radius continet centum, id eſt, BF ducentas: BL eſt Sinus verſus Arcûs BE, quem Tabula horum Sinuum indicat *66.* gr. 25′, 20″, cujus Sinus rectus eſt *91*, *65*. memoratarum partium; & hæc eſt longitudo lineæ EL. Fig. 4.

Longitudo Arcûs EB, cui æqualis eſt linea E*b* *, habetur hac proportione; ut gradus 180, id eſt Semicirculus, ad *66*. gr. 25′, 20″, ita 314, 2, numerus partium in Semicirculo, ad 115, 94, longitudinem EB, aut E*b*; addita EL, partium *91*, *65*, habemus *b*L partium 207, 59; id eſt, neglecto ultimo charactere fractionis, 207, *6*. ut in Tabulâ notavimus. * 457.

Computatio ſecundæ Tabulæ hoc nititur fundamento, Puncta quæſita dari in Arcu circuli cujus Radius valet quadringenta *. 466. * 410. 460.

SCHOLIUM III.

De motu in Cycloïde.

Concipiamus portionem Cycloïdis, aut integram Cycloïdem, in lineâ rectâ extendi ABD, & Corpus in hac lineâ rectâ moveri juxta legem Penduli oſcillati in Cycloïde, id eſt, dari preſſionem in Corpus agentem, quæ ſequatur rationem diſtantiæ Corporis à Puncto medio B*, & quæ in Corpus motum agat ut in Corpus quieſcens *; centro B, radio BA, deſcribatur Semicirculus ALD, qui Tempus repræſentat, in quo Corpus movetur ab A ad D; Tempora in quibus portiones quæcunque lineæ AD deſcribuntur, erectis ad hanc perpendicularibus, determinantur; arcus HI Tempus in quo FG, & arcus AH Tempus in quò AF percurruntur, deſignant: celeritates autem in punctis F & G proportionales ſunt ipſis perpendicularibus FH, GI. 467. TAB.XVI. Fig. 7. * 414. * 371.

Quæ ut demonſtrentur, concipiendum eſt Corpus, quod in lineâ AD movetur ita, ut temporibus, quæ ſunt ut arcus AH; HI, percurrat portiones AF, FG, & ſic de cæteris: ita ut totum Tempus repræſentetur per Semicirculum ALD. Concipiamus ulterius Semicirculum, in partes minimas æquales diviſum, momenta minima æqualia Temporis deſignantes, quales ſunt H*h* & I*i*. Idcirco, poſitis *fh* & *gi* etiam perpendicularibus lineæ AD, Temporibus æqualibus lineæ F*f* & G*g* percurruntur; quæ cùm 468.

exiguæ ſint, percurruntur motu æquabili, momenta enim temporis adeo exigua concipi poſſunt, ut acceleratio, aut retardatio, inſenſibilis ſit; Celeri-
* 119. tates ergo, in Punctis F & G, ſunt ut F*f* & G*g* *, quas demonſtramus eſſe inter ſe, ut F H ad G I.

Ductis lineis H*l* & I*m* parallelis lineæ A D, ſimilia erunt Triangula HBF, H*bl*; ſunt enim rectangula, & angulus F H B æqualis eſt angulo *l*H*b*, cujus utriuſque eſt idem complementum ad angulum rectum, nempe B H *l*: Eodem modo ſimilia demonſtrantur Triangula B I G, *m* I *i*. Ergo F H,
* 22. El. V. H B == I B : : *l*H, H*b* == I*i*; & I B, G I : : I*i*, *m*I: & ex æquo F H, G I : : *l*H, *m*I *.

Incrementa Celeritatum, momentis æqualibus minimis, in Punctis F &
* 133. 371. G, id eſt, Preſſiones agentes in iſtis Punctis *, ſunt ut *lb* & *mi*; ſunt enim differentiæ Celeritatum in Punctis F, *f*, & G, *g*. Sed, propter Triangula memorata ſimilia, *lb* & *mi* ſunt inter ſe, ut F B ad G B; idcirco Preſſiones, in Punctis F & G in Corpus agentes, ſunt inter ſe ut diſtantiæ à Puncto medio B.

Quæ de incrementis Celeritatum demonſtrantur in parte A B, lineæ AD, in parte B D de decrementis eodem modo demonſtrantur. Agitatur ergo Cor-
* 414. pus juxta legem Corporis in Cycloïde oſcillati *.

Detur Corpus motu æquabili Semicirculum percurrens A L D, in tempore unius vibrationis in Cycloïde, id eſt in tempore, in quo Corpus, in lineâ rectâ A D ut explicavimus motum, hanc percurrit. Ex dictis patet H*b*, F*f*, & I*i*, G*g*, æqualibus temporibus percurri; unde ſequitur, cum directiones ſint parallelæ in L & B, Celeritates in hiſce Punctis eſſe æquales.

469. Idcirco Corpus, Celeritate quam Corpus pendulum habet in B, in tempore unius vibrationis, deſcribit Semicirculum, cujus diameter eſt arcus Cycloïdis à Corpore percurſus.

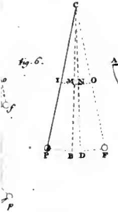
470. Si Corpus integram percurrat Cycloïdem, ut A B D, diameter, quæ va-
TAB.XVI. let arcum percurſum, erit quadrupla diametri F B *; & Velocitas in B illa
Fig. 3. erit, quam Corpus, cadendo ab altitudine F B, acquirit *; quâ Celerita-
* 411. te, motu æquabili, in tempore caſûs, Corpus poteſt percurrere lineam du-
* 393. * 376. plam ipſius F B *, & in tempore unius Vibrationis, percurrere ſemicircu-
* 469. lum, cujus diameter eſt quadrupla F B *. Sed ſpatia, æqualibus Velocitati-
* 120. bus, percurſa, ſunt ut tempora *; idcirco Tempus caſûs, per Semilongitudinem penduli, eſt ad Tempus unius Vibrationis, per integram Cycloïdem,
* 407. aut Arcum quemcumque *, ut dupla FB, ad circumferentiam dicti Semicirculi, aut ad integram circumferentiam Circuli, cujus diameter eſt etiam dupla FB; ergo, in genere, ut diameter circuli ad hujus circumferentiam; ut monuimus in n°. 415.

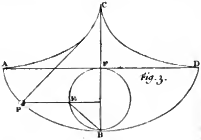
SCHOLIUM IV.

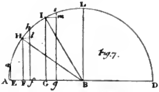
De Centro oſcillationis determinando.

471. SIt *CA Pendulum compoſitum; Pondera P & B; inter hæc datur Centrum*
TAB.XVII. *Oſcillationis O, cujus hæc eſt proprietas*, poſitâ virgâ A C rigidâ &
Fig. 1. ſine Pondere, *ut Pondus Q, multiplicatum per B C, eſt ad Pondus P, multiplicatum per A C, ita A O ad O B.* Quod ut demonſtremus, conſiderandum eſt

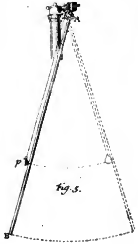
Pondera











NAPOLI

Digitized by Google

Pondera Q & P moveri directionibus parallelis inter ſe, id eſt æqualiter ad Horizontem inclinatis; ideò agitari continuò Impreſſionibus ex Gravitate, quæ, niſi Corpora Virgâ rigidâ juncta forent, illis Celeritates communicarent æquales *. Junctorum autem Ponderum Celeritates neceſſariò ſunt inæquales, & Celeritas Corporis P, Actione Ponderis Q, augetur, dum hoc alterius Actione retardatur; quæ Actiones contrariæ æquales ſunt *. Interea punctum intermedium quoddam O, Centrum nempe Oſcillationis, movetur Celeritate ex Actione Gravitatis oriunda. * 152. 384 * 361.

Sit Bb, Oo, aut Aa (has enim æquales ponimus lineas) ſpatium percurſum ex actione gravitatis juxta inclinationem quamcunque agentis in tempore quocunque minimo. Cum punctum O hoc ſpatium percurrit, tantùm per B E transfertur Q; & Potentia, quæ in Q agit, minuitur quantitate, qua eodem tempore Corpus hoc percurreret Eb, & quæ exprimitur per $Q \times Eb$ *. Potentia autem, quæ in P agit, augetur quantitate, quâ P eodem tempore transfertur per aD, & quæ exprimitur per $P \times aD$ *; ponimus enim parallelas Bb, Oo, Aa; Intenſitas ergo Potentiæ quæ retardat Motum Corporis Q, eſt ad Intenſitatem Potentiæ, quæ accelerat Motum Corporis P, ut $Q \times Eb$ ad $P \times aD$: Sed Potentiæ hæ applicantur Vecti, cujus fulcrum eſt C; idcircò harum actiones, quas æquales demonſtravimus, ſunt ut Intenſitates multiplicatæ per diſtantias à Fulcro, id eſt, $CB \times Eb \times Q$ ad $CA \times aD \times P$ *. Ideo $CB \times Q$ ad $CA \times P$, ut aD ad Eb, aut A O ad O B. Q. E. D. Patet etiam in Pendulo tali compoſito producta fore æqualia, ſi unumquodque Pondus multiplicetur per ſuas diſtantias à Centris Suſpenſionis & Oſcillationis. * 134. * 134. * 235.

Si plura Pondera dentur & unumquodque per ſuas diſtantias à Centris Suſpenſionis & Oſcillationis multiplicetur, ſummæ productorum ab utraque parte Centri Oſcillationis æquales ſunt. Hoc demonſtratione ſimili evincitur. 472.

Unde deducimus Methodum computatione determinandi Centrum Oſcillationis.

Sint Corpora quæcunque, A, B, C, D, E, quorum diſtantiæ à Centro Suſpenſionis reſpectivè litteris, a, b, c, d, e, exprimuntur; ſit diſtantia Centri Oſcillationis à Centro Suſpenſionis x. Ponamus, a, b, c, minores eſſe x, d & e autem majores. 473.

Corporum A, B, C, diſtantiæ à Centro Oſcillationis ſunt $x - a$, $x - b$, $x - c$, & Corporum reliquorum diſtantiæ ab eodem Centro ſunt $d - x$, $e - x$, multiplicando Corpora ſingula per ſuas diſtantias ab utroque Centro, habemus $Aax - Aaa + Bbx - Bbb + Ccx - Ccc = Ddd - Ddx + Eee - Eex$ * unde deducimus $x = \dfrac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{Aa + Bb + Cc + Dd + Ee}$, quam eandem æquationem habemus quæcunque ex diſtantiis a, b, c, d, e, ſuperent x; quare generalem hanc detegimus Regulam. * 472.

Si ſingula Corpora multiplicentur per quadrata ſuarum diſtantiarum à Centro Suſpenſionis, & ſumma productorum dividatur per ſummam productorum ſingulorum Corporum, multiplicatorum per ſuas diſtantias ab eodem Centro Suſpenſionis, quotiens diviſionis dabit diſtantiam inter Centra Suſpenſionis & Oſcillationis. 474.

475. Si, continuato Pendulo ultra Centrum Suſpenſionis, Corpora quædam ſupra Punctum Suſpenſionis applicentur, horum diſtantiæ erunt negativæ; Si Ex. gr. talia forent Corpora A & B, pro $+a$ & $+b$ computatio ineunda foret cum $-a$, $-b$, quorum quadrata cum etiam ſint $+aa$ & $+bb$, diſtantia x in hoc caſu erit $\frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{-Aa - Bb + Cc + Dd + Ee}$.

In hac determinatione diviſor valet diſtantiam, inter Centrum Suſpenſionis & Centrum Gravitatis, multiplicatam per ſummam omnium Corpo-
* 213. rum *; & ita exprimendo diviſorem Regula magis univerſalis eſt, & Corpori cuicunque applicari poteſt. Sed demonſtratio mutanda eſt, & ex
476. hoc principio facilè deducitur; *Si corpora conjuncta deſcendendo acquirant Velocitates diverſas, dum ad diverſas diſtantias circa idem Centrum, aut eundem Axem, rotantur, & ſeparatim poſtea, Velocitatibus acquiſitis, adſcendant; Cen-*
* 212. 399. *trum commune Gravitatis adſcendet ad illam altitudinem à quâ deſcendit* *.

477. TAB. XVIII. Fig. 2. Sint duo Corpora P & Q, mobilia circa Punctum C, quo cum cohærent lineis, BC, AC, quæ Angulum efficiunt, qui motu Corporum non mutatur. Sit D, Centrum commune Gravitatis, quod, quieſcentibus Corporibus, datur in lineâ verticali, per C ductâ *, in quâ eâdem datur
* 205. Centrum Oſcillationis O. Sit ulterius EF horizontalis per C, & ad hanc perpendiculares, BE, AF.

Ponimus $CA = a$; $CB = b$; $CD = d$; $BE = e$; $AF = f$; & tandem $CO = x$.

Elevatis Corporibus, & deinde ſibi permiſſis, ubi Centrum Gravitatis ad D rediit, Velocitas hujus eſt maxima, & deinde adſcendit. Punctorum A, B, D, & O, Velocitates ſunt inter ſe, ut a, b, d & x, & eo momento his literis poſſunt exprimi.

Si A & B eo momento ſibi permittantur, ut ſeparatim adſcendant, ad
* 381. Altitudines pervenient, quæ erunt ut aa, bb *, & quæ his ipſis quadratis exprimi poſſunt. Altitudo ad quam tunc adſcendit Centrum Gra-
* 217. vitatis eſt $\frac{Aaa + Bbb}{A + B}$ * quæ æqualis eſt altitudini à quâ deſcendit. Hac data altitudine, determinamus deſcenſum Centri Oſcillationis; hic enim ſe habet ad deſcenſum Centri Gravitatis ut x ad d, & valet $\frac{Aaax + Bbbx}{Ad + Bd}$.

Centrum autem Oſcillationis movetur, ut Corpus, ſolâ Gravitate agi-
* 425. tatum *; ergò hæc eſt altitudo ad quam Corpus Velocitate x adſcen-
* 359. dere poteſt *; quæ etiam valet xx; nam poſuimus, altitudines, ad quas Corpora adſcendere poſſunt, quæ proportionales ſunt quadratis Velocitatum, per ipſa quadrata exprimi; ergo $\frac{Aaax + Bbbx}{Ad + Bd} = xx$ aut $\frac{Aaa + Bbb}{Ad + Bd} = x$.

Q. D. E.

478. Ponimus d dari, ſed ſi hæc ipſa diſtantia determinanda ſit, detegimus
* 217. $\frac{Af + Be}{A + B} = d$ *; & factâ ſubſtitutione habemus $\frac{Aaa + Bbb}{Af + Be} = x$.

In

Digitized by Google

In Numeratore multiplicamus unum quodque Corpus per quadratum ſuæ diſtantiæ à Centro Suſpenſionis; quia, in motu Penduli, Corporum Velocitates ſunt in ratione harum diſtantiarum: inde ſequitur, *Si Corpora, aut partes ejuſdem Corporis, non circa idem Centrum, ſed circa Axem rotentur, Pondus unius cujuſcunque Puncti Corporis, aut Corporum, multiplicari debere per quadratum diſtantiæ ſuæ ab Axe, & ſummam productorum dividendam eſſe per diſtantiam Centri Gravitatis Corporis, aut Corporum, ab eodem Axe, aut à Plano horizontali per Axem, ductam in Pondus Corporis, aut ſummam Ponderum omnium Corporum.* Quam quomodo determinemus diſtantiam, Centri Gravitatis à dicto Plano horizontali, ſuo loco diximus *. 479. * 218.

Ut * Regulam hanc applicemus Lineæ, cujus extremitas eſt Suſpenſionis Centrum, ſingulorum Punctorum, aut potius partium minimarum, Pondera multiplicanda ſunt per quadrata diſtantiarum ſuarum ab extremitate; ipſæ autem particulæ ſingulæ proprio Ponderi proportionales ſunt; ideo ponimus, has quoque Pondera exprimere; tunc Summa horum productorum eſt Pyramis, cujus baſis eſt Lineæ quadratum, & altitudo ipſa Linea. Si Linea dicatur a, Pyramis hæc valet $\frac{1}{3} a^3$ *. Dividenda hæc eſt per Pondus totius Lineæ, quod valet a, multiplicatum per diſtantiam Centri Gravitatis ab extremitate, id eſt per $\frac{1}{2} a$, & diviſor valet $\frac{1}{2} aa$. Dividendo autem $\frac{1}{3} a^3$ per $\frac{1}{2} a^2$ quotiens eſt $\frac{2}{3} a$, diſtantia Centri Oſcillationis à Centro Suſpenſionis, ut ſupra experimento confirmavimus *. 480. * 479. * 7. El. XII. * 428.

Huic Exemplo & aliud addam quod in Capite ſequenti uſu veniet.

481. TAB. XVIII. Fig. 3. Sit Orbis A, ubique ejuſdem Craſſitiei; Suſpenſum hunc concipimus in Centro, circa quod volubilis eſt; conjunctoque Pondere P formatur Pendulum compoſitum; ponimus enim Lineam C B orbi cohærere, quo cum circa extremitatem C rotatur. Quæritur Centrum Oſcillationis O.

482. *Orbem A debemus concipere diviſum in innumeras partes minimas.* Diviſionem concipimus fieri Circulis concentricis, æqualiter à ſe invicem diſtantibus, quorum commune Centrum eſt C. Circuli hi, aut potius Annuli inter hos intercepti, ſunt inter ſe ut horum *Pondera*, & etiam ut ipſorum Radii; quare Radii Annulorum pro horum Ponderibus haberi poſſunt, & Singuli *per Quadrata diſtantiarum à Centro multiplicari debent* *, id eſt ſummam debemus quærere Cuborum Radiorum omnium, & hoc, in Subſidium vocato calculo Infiniti, difficile non eſt. Summa hæc, ſi a ſit Radius Orbis A, eſt $\frac{1}{4} a^4$. Sed Pondus totius Orbis exprimitur per ſummam Radiorum omnium Circulorum, quæ *ſumma valet* Triangulum rectangulum, cujus baſis valet a, & cujus altitudo huic æqualis eſt; quare Pondus valet $\frac{1}{2} a a$ *. Unde patet ſummam quæſitam, nempe $\frac{1}{4} a^4$, valere *dimidium Ponderis Orbis* A, *multiplicati per quadratum Radii.* * 479. * 41. El. I.

Huic producto addo Pondus P, multiplicatum per quadratum diſtantiæ CB;

&

Digitized by Google

& divido Summam hanc per productum Ponderis P, multiplicati per diſtantiam
*479. C B; quotiens diviſionis dabit C O *.

SCHOLIUM V.

De Lineâ celerrimi deſcenſûs.

*417. Vidimus ſuperius *, Corpus quod à Puncto ad Punctum deſcendit, quando Puncta ambo non in eadem verticali dantur, ut Viam ſuam breviſſimo Tempore peragat, non debere per lineam rectam incedere. Quamnam au-
*453. tem lineam ſequi debeat indicavimus *, quod nunc hic demonſtrabimus; quia ad hoc uſu veniunt, quæ in Scholio 1. de Cycloïde demonſtrata ſunt.

483. Sint Puncta duo A & B, lineâ C D ſeparata; moveatur Punctum, & ex A
TAB. XVII. Fig. 6. tendat ad B; ſed eâ lege, ut antequam ad Lineam C D perveniat, feratur Velocitate quam dicimus *v*, ubi autem tranſivit Lineam hanc incedat Celeritate majori quam vocamus *c*: Ponamus ulterius Punctum, Velocitatibus ſingulis, rectas Vias percurrere; ideòque moveri per rectam A B, aut lineas A E, E B, peragrare: determinandum, quomodo Motum dirigere debeat, ut Tempore omnium breviſſimo perveniat ex A in B.

*120. Ponamus Tempus quo Corpus, velocitate *v*, lineam quamcunque percurrit, ipſâ lineâ percurſâ repræſentari *; Tempus quo linea percurritur, Velocitate aliâ majori, eò brevius eſt, quò Velocitas major eſt, & minuitur in ratione in quâ Velocitas augetur; Tempus ergò, in quo linea quæcunque, Velocitate *c* percurritur, repræſentabitur lineâ, minore ipsâ percursâ, & quæ ad percurſam habet rationem, quæ datur inter *v* & *c*.

Si Punctum eat per A E & E B; Tempus motûs per A E, quia Velocitate *v* percurritur linea hæc, hac ipſâ lineâ repræſentatur; Tempus quo E B peragratur, repræſentatur lineâ E F, quæ ſe habet ad E B, ut *v* ad *c*. Punctum verò F determinatur, ſi ex B ad C D ducatur B D perpendicularis, fiatque *c*, *v* : : B D, L D, & per L ad D C ducatur parallela, ſecabit hæc B E in Puncto
* 2. El. VI. F: nam propter parallelas E D, F L, habemus B D, L D : : B E, F E *.

Ex hac Demonſtratione etiam ſequitur, ſi Punctum per lineas alias A M, M B, progrediatur, quarum ultima ſecat L F in N, Tempus motûs repræſentari lineis A M, M N, ita ut determinandum ſit per quod Punctum Lineæ C D Punctum mobile tranſeat, quando ſumma talium linearum, Tempora repræſentantium, eſt omnium minima; quod ut fiat ad ſequentia attendendum.

Summas ab utrâque parte, recedendo à Puncto quæſito, augeri continuò; ideoque hoc ſolo caſu ſummas vicinas eſſe æquales, ſi lineæ ab utrâque parte
TAB. XVII. Fig. 7. parum diſtent ab hoc ipſo Puncto: idcirco ſi Punctum hoc ſit inter E & *e* quorum diſtantia eſt infinitè exigua, erunt æquales A E + E F & A *e* + *e f*, ex quâ æqualitate ſitus Puncti E aut *e*, deducendus eſt, quæ Puncta cum ipſo Puncto quæſito coincidunt; nam propter infinitè exiguam E *e*, hæc lineola pro ipſo Puncto quæſito haberi poteſt.

Centro A, Radio A *e* deſcribatur circuli Arcus *e b*; Centro B Radiis B *f*, & B E deſcribantur Arcus E *i*, *f g*, eruntque æquales A *b* + E *g* & A *e* + *i f* ſub-

tractis

tractis hiſce quantitatibus æqualibus ex $AE + EF = Ae + ef$, reſtant $bE + gF = ei$. Unde deducimus $bE = ei - gF$.

Propter Triangula ſimilia eiE, fgF, & Bfg, BiE, ut & BFL, BED.

$ei, gF :: Ei, fg, :: BE, Bg$ aut BF (differentia enim eſt infinitè exigua) $:: BD, BL$. Convertendo

$ei, ei - gF = bE :: BD, BD - BL = LD$; id eſt, ut Velocitas infra Lineam ad Velocitatem ſupra Lineam.

Centro E deſcribatur circulus, Lineam EA, aut *eA*, (quas pro eâdem haberi poſſe vidimus) ſecans in M, & EB in N; ex quibus Punctis ſint MP, NO, perpendiculares ad CD.

Triangula *eiE*, ENO, ſunt ſimilia; ſunt rectangula, & habent Angulum communem in E, aut *e*. Eodem modo ſimilia ſunt *ebE* & *eMP*; ergo

$ei, Ee :: EO, EN$

$Ee, bE :: Me$, aut EN, (quæ pro Radiis ejuſdem Circuli, habentur) *eP*, aut EP.

Ex æquo $ei, bE :: EO, EP$*. Sunt autem hæ lineæ *Coſinus Angulorum, quos directiones motuum efficiunt cum lineâ* CD, *quæ ſpatia ſeparat, in quibus Velocitates differunt*: qui ergò Coſinus directionum *ſunt* inter ſe, ut *ei* ad *bE*, quas vidimus eſſe *inter ſe, ut Velocitates in ipſis illis directionibus, quando Tempus eſt omnium breviſſimum.* 484. * 22. El. V.

Moveatur iterum Corpus ex A & tendat ad B, ea conditione ut dum tranſit lineas CD, IL, MN, OP, ſingulis vicibus Velocitatem mutet, quæritur juxta quam legem moveri debeat, poſitis hiſce lineis parallelis, ut Tempore breviſſimo ex A ad B perveniat. 485. TAB. XVII. Fig. 8.

Requiritur ut Corpus ex A ad F perveniat Tempore breviſſimo poſſibili, ut & ex E ad G, ex F ad H, & ex G ad B, aliter enim in toto motu Tempus brevius dari poteſt. Ideò *Coſinus Angulorum, quos Motûs directiones* AE, EF, FG, GH, HB, *efficiunt cum Lineis, parallelis inter ſe, ſeparantibus Spatia in quibus diverſa eſt Velocitas, ſunt reſpectivè inter ſe, ut Velocitates, quibus hæc ſingula percurruntur.* 486.

Conſideremus nunc Corpus quod Gravitate deſcendit. Celeritas continuò deſcendendo augetur, & ad eandem profunditatem ubique eſt eadem *, innumeris ergò, & inter ſe infinitè parum diſtantibus, Planis horizontalibus dividuntur ſpatia in quibus celeritas variat: *Linea* ergo *celerrimi deſcenſûs inter duo Puncta eſt, cujus Tangens ubique cum Horizonte efficit angulum, cujus Coſinus* Velocitati cadendo acquiſitæ *proportionalis eſt* *, id eſt *radici quadratæ altitudinis per quam Corpus cecidit* *. Hanc autem eſſe Cycloïdis proprietatem demonſtramus. * 393. 487. * 486. * 374. 393.

Ponamus Cycloïdem ADB, inverſam, cujus Axis ſit verticalis, & Corpus ex A deſcendere; demonſtrandum eſt, anguli *d*DE, aut BEL*, Coſinum proportionalem eſſe radici quadratæ altitudinis FL*. Angulus BEL æqualis eſt angulo BFE*; cujus Coſinus, ſi centrum circuli ſit F, & radius FB, eſt chorda FE; quod in omnibus Punctis Cycloïdis locum habet, manente eodem radio FB: Hæc autem chorda FE eſt ut radix quadrata altitudinis FL. Nam ſunt in continuata proportione FL, FE, FB*; ergo $FL \times FB = FE^q$ *, ſed propter conſtantem FB, rectangulum 488. * 412. 458. * 487. TAB. XVII. Fig. 5. * 8. El. VI. * 8. 4 El. VI. * 17. El. VI.

* 1. El. VI. FL × FB ſequitur rationem ipſius FL *; in qua ratione quoque mutatur quadratum chordæ FE.

489. *Linea* ergo *celerrimi deſcenſûs, à Puncto ad Punctum, eſt Cycloïs inverſa; cujus Punctum extremum*, ut A, *cum ſuperiori Puncto coincidit, & qua per Punctum alterum tranſit*, ut in N. 453. diximus.

CAPUT XXI.

De Uſu Machinarum.

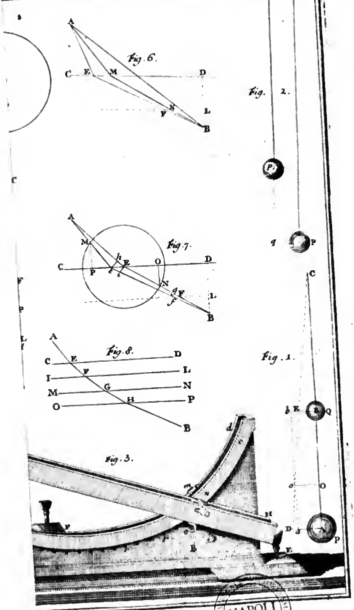
490. IN Parte præcedenti, de Machinis ſimplicibus & compoſitis egimus; vidimus quomodo exigua Potentia magnam vincat Reſiſtentiam; ſed caſum æquilibrii tantùm determinavimus; & in genere obſervavimus Reſiſtentiam ſuperari, ſi Potentiæ Actio quantumvis parum
* 284. augeatur *. Sed hæc generalis obſervatio non ſufficit, ſi auxilio Machinæ velimus præſtare maximum quem poſſumus Effectum.

In Uſu Machinæ ad Tempus debemus attendere; nam

491. *Effectus qui, cæteris paribus, minori Tempore præſtatur, major eſt, ſi integrum Machinæ uſum conſideremus.*

492. Machina enim quæ, eodem Tempore, poſitâ Intenſitate Potentiæ duplâ, duplum præſtat Effectum, æquiparatur illi, cujus Effectus ſimplex eſt, poſitâ Potentiæ Intenſitate ſimplici; quæ ergo quoque congruit cum illâ, quæ ſimplicem, in dimidiato Tempore, Effectum præſtat, poſitâ Potentiæ Intenſitate duplâ; ita ut productum Temporis per Potentiæ Intenſitatem conſiderandum ſit; & quamdiu productum hoc præſtiti Effectûs rationem ſequitur, in quo caſu hoc idem eſt, quoties eadem Reſiſten-

TAB·XVII.



NAPOLI

ſiſtentia eodem modo ſuperatur, Machinæ uſus pro eodem haberi debet. Tres homines, uno die, opus abſolvunt, quod unus tribus diebus præſtaret; poſitis capacitatibus æqualibus, & diligentiâ eâdem, hæc conveniunt; eâdem totali Actione opus idem abſolvitur.

Ex his concludimus, *in perfectiſſimo uſu Machinæ deſiderari, ut ipſi talis applicetur Potentia, cujus Intenſitas, multiplicata per Tempus, in quo deſideratum, & determinatum, præſtat Effectum, det productum omnium minimum;* tunc Actio integra, quâ Effectus præſtatur, eſt omnium minima. 493.

In uſu Vectis conſideratio hæc raro utilitatem habere poteſt; tamen, quia demonſtrationes in hac Machinâ maximè ſenſibiles ſunt, & pleraque, quæ de hac dicenda ſunt, in reliquis Machinis uſu veniunt, de Vecte nunc agam, & ut caſum omnium ſimpliciſſimum conſideremus, pro Vecte habebo Lineam ſine pondere *. 494. * 232.

Sit Vectis AB, cujus Brachia ſint inter ſe ut unum ad decem; & ſit Pondus A, centum Librarum, elevandum ad determinatam altitudinem A*a*. 495. TAB. XVIII. Fig. 4.

Adhibitâ Potentiâ, quæ decem Libras æquat, Pondus centum Librarum ſuſtinebitur, ſed elevari non poterit*; Si libram unam addam, & Pondus B ſit undecim librarum elevabitur A, ſed lentè, & undecim libræ non ſufficiunt ut, Actione totali omnium minimâ, Pondus A elevetur; nam additâ iterum librâ aliâ; id eſt, auctâ Potentiæ Intenſitate undecimâ ſuâ parte, Tempus tribus undecimis partibus fere minuitur; & Actiones integræ, producta nempe temporum per Potentiarum Intenſitates, ſunt inter ſe ut 5 ad 4, quàm proximè. * 235.

Si magis ac magis augeatur Intenſitas, habebimus, uſque ad certum limitem, Actionem integram imminutam,

quæ augebitur ſi ultra hunc limitem augeatur Potentiæ Intenſitas. Subjecta Tabella, hoc ad oculum demonſtrat, in quâ agitur de Vecte propoſito, & in quâ 100000. exprimunt Actionem integram omnium minimam.

	Potentiæ.	*Actiones integræ.*	*Potentiæ.*	*Actiones integræ.*
496.	10.	Infin.	15, 16.	100000.
	11.	142360.	16.	100368.
	12.	114036.	17.	101611.
	13.	104677.	18.	103397.
	14.	101053.	19.	105575.
	15.	100016.	20.	108030.

497. Tabula hæc demonſtrat Potentiam, quæ ſuſtinet Pondus elevandum, in uſu Machinæ ſatis eſſe augendam, ſed parum intereſſe utrum paulò magis an minus augeatur, quantùm enim Intenſitas hæc augetur, tantùm ferè Tem-
498. pus minuitur, & *integra Actio inter certos limites parum mutatur.* In exemplo quod examinamus vix intereſt quamcunque ex hiſce Potentiis adhibeamus, Librarum
* 496. 14. 15. 16. aut 17*.

In uſu Vectis hocce ratiocinium vix alicujus uſûs eſt,
* 494. ut jam monuimus*, ſed in aliis Machinis, Axe in Peritrochio, Trochleâ, & Machinis ex his compoſitis Potentiæ determinationem negligere non debemus.

Dicam nunc quomodo in hac determinatione procedendum, & operationum demonſtrationes in Scholiis ſequentibus dabo.

Pro Axe in Peritrochio.

499. Colligo in unam ſummam hos quatuor numeros. 1. Pondus limbi Rotæ. 2. Partem tertiam Ponderis Radiorum.

3.

3. Dimidium Ponderis Axeos, multiplicati per quadratum diametri ſui, & diviſi per quadratum diametri Rotæ. 4. Tandem Pondus, quo æquilibrium habetur, multiplicatum per Axeos diametrum, & diviſum per diametrum Rotæ. Summam hanc divido per Pondus; quo æquilibrium habetur, id eſt, quod Machinæ applicatum Pondus elevandum ſuſtinet, & in quotiente habebo numerum, quem vocabo *Machinæ Indicem.*

Cum hoc Indice adeunda eſt Tabula ſubjecta *, quæ omnibus Machinis inſervit, & quæ Indices in primâ columnâ continet, & numerus in ſecundâ columnâ, Indici reſpondens dabit Augmentum addendum Potentiæ, quâ æquilibrium habetur; quod Augmentum exprimitur in partibus centeſimis hujus ipſius Potentiæ. 500.
* 508.

Exemp. Sit Pondus limbi 100. Libr.; Pondus radiorum 30. Libr.; Pondus Axis 80. Libr.; diam. Axis 1.; diam. Rotæ 10.; Pondus elevandum 200. Libr.; ergo Pondus, quod æquilibrium daret, eſſet 20. Libr. 501.

Colligo in unam ſummam 100, 10; $\frac{2}{5}$, aut 0,4; & 2: ſummam 112,4 divido per 20. & detego Indicem 5,61; qui medius eſt inter 5. & 6. & numerus reſpondens eſt proximè 0,80. Augmentum ergò valet octoginta partes centeſimas 20. Libr., & Intenſitas Potentiæ Machinæ applicandæ erit 36. Libr.

Pro Trochlea.

Ponimus omnes Orbiculos æqualiter ponderare; & multiplico Pondus unius Orbiculi per productum numeri Orbiculorum unitate aucti, & multiplicati per duplum ejuſdem numeri Orbiculorum plus uno; & divido hoc productum per numerum Orbiculorum duodecies ſumtum. Addo Pondus, quo æquilibrium habetur, diviſum 502.

per numerum Orbiculorum; Summamque divido per hoc ipſum Pondus quod æquilibrium dat, & in Quotiente datur *Index*.

503. Exemp. Sit Pondus unius Orbiculi 3. Libr.; Orbiculorum numerus 10; Pondus elevandum 200. Libr.;
*260.271. ideo Pondus, quod æquilibrium dat, 20. Librarum *.

Multiplico 3. per 11. & productum per 21; & habeo 693; divido numerum hunc per 120; quotiens eſt 5,775; addo 20, diviſum per 10, id eſt 2; & ſummam 7,775. per 20. divido, & Index eſt 0,389, mi-
*508. nor dimidio; & Augmentum, ut Tabula * demonſtrat, parum differt à 57 centeſimis partibus Potentiæ, quæ æquilibrium dat, quare Potentia adhibenda paulò tantùm ſuperat Libras 31.

504. Quantumvis exiguus fiat Index, nunquam omninò evaneſcit: In Axe in Peritrochio, ſi Machina nullum haberet Pondus, & Rotæ diam. eſſet infinita, hoc obtineret: ut etiam in Trochleâ, ſi Orbiculorum numerus eſſet infinitus, & hi nullum Pondus haberent; ergo Augmentum, de quo in his agitur, ſemper ſuperat dimidium Actionis, quæ Pondus elevandum ſuſtinere poteſt; nunquam tamen Actio duplicanda eſt, cum Augmentum hanc ipſam nunquam æquare poſſit; ut hæc, inſpectio-
*508. ne Tabulæ * patent.

505. Omnibus quoque Machinis applicare poſſumus, quæ
*498. ſupra circa Vectem obſervavimus *, unde concludimus, ſine errore ſenſibili, hanc generalem Regulam poſſe conſtitui.

506. *Potentiam, quæ Pondus elevandum ſuſtineret, dimidiâ ſuâ parte eſſe augendam, ſi Pondus auxilio plurimorum Orbiculorum ſit elevandum; aut ſi de aliâ Machinâ leviori agatur, ſi-*

ve

Digitized by Google

ve cujus partes graviores lentè moventur; ut in Ergatâ, Axe
nempe cui circumvolvitur Funis, dum ipſe auxilio Vectis, aut longioris Scutulæ circumrotatur.

In aliis occaſionibus *ubi gravior Machina eſt*, ut in Axe 507.
in Peritrochio, *duplicanda Potentia eſt, quæ cum Pondere elevando in æquilibrio eſt.*

TABULA.

Index.	Potent.	Index.	Potent.	
0.	0, 50.	6.	0, 81.	508.
0, 5.	0, 57.	7.	0, 83.	
1.	0, 62.	8.	0, 85.	
2.	0, 69.	9.	0, 86.	
3.	0, 73.	10.	0, 87.	
4.	0, 76.	15.	0, 90.	
5.	0, 79.	35.	0, 95.	
		Infin.	1, 00.	

Huc uſque poſuimus determinatam omni reſpectu Ma- 509.
chinam eſſe, & de eligendâ Potentiâ tantùm egimus;
videamus nunc, quomodo procedere debeamus, *ſi de* 510.
Machinis ejuſdem generis agatur, & una eligenda ſit.

Conſideremus iterum Vectem, ſed talem, in quo non determinata eſt ratio inter Brachia; *ſitque idem Pondus ad determinatam altitudinem elevandum.* Ut Actiones integras diverſorum Vectium conferamus, ad tria debemus attendere, & hæc tria tantùm conſideranda ſunt: Nam *Actio integra ſequitur, rationem* 1. *Intenſitatis Potentiæ agentis*, 2. *Rationem Temporis per quod agit* *; 3. *Rationem ſpatii à Potentiâ percurſi.* Si enim Pondus unius libræ, dum * 491.

agit,

agit, deſcendat ad Profunditatem duorum pedum, ipſius Actio dupla eſt illius, quam præſtitiſſet, ſi Profunditas fuiſſet unius Pedis; in primo enim caſu Ponderis ſtatus priſtinus inſtaurari non poteſt, niſi bis hoc elevetur, ut in ſecundo caſu ſemel tantùm elevari deberet.

511. Si nunc, pro diverſis longitudinibus Vectis, determinemus Actiones integras, adhibendo pro ſingulis longitudinibus Potentiam, quæ pro illâ longitudine dat Actionem minimam; detegimus, collatis diverſis Vectibus, Actionem integram minorem eſſe, ſi minor ſit diſtantia Potentiæ à fulcro.

512. Sit Pondus centum librarum elevandum ad determinatam altitudinem; adhibeatur Vectis cujus Brachia ſint æqualia, ut Actio ſit minima, Potentia adhibenda eſt cujus Intenſitas valet libras 162.; ſi diſtantia puncti, cui applicatur potentia ad dimidium reducatur, Potentiæ Intenſitas erit 338. Librarum. Sed per dimidium ſpatii tantùm deſcendit, etiam tempus minuitur & eſt ad primum ut 35. ad 44. proximè, & integræ Actiones ſunt, ut $162 \times 1 \times 44$.
*510. ad $338 \times \frac{1}{2} \times 35$. *, id eſt, ut 7128. ad 5915. proximè ut 6. ad 5.

513. Ex hiſce ſequitur adhibitis Majoribus Potentiis Actiones integras minores eſſe, poſitâ juſtâ inter Brachia ratione; ſed hæ incommodi quid habent, quia ipſas tractare difficile eſt, & Machinæ pro Ponderibus elevandis adhibentur, ut minori Potentiâ Majus Pondus elevari poſſit.

514. Si quis, ubi determinatum Pondus, adhibitâ Potentiâ determinatâ, ad determinatam altitudinem elevandum foret, Actionem quæreret minimam, detegendæ forent dimenſiones Machinæ, in quâ Productum Temporis per
* 510. ſpatium à Potentiâ percurſum foret minimum *; Quod niſi

niſi difficulter fieri non poſſet; quia Pondera partium Machinæ, mutatâ hac, non juxta determinatam legem variantur. Solutio hujus Problematis, quod in caſu ſimpliciſſimo ſolidum eſt, etiam non magnam utilitatem in praxi haberet *. *506.507.

515. *In Vecte tertii Generis*, Potentia ſemper ad minorem diſtantiam applicatur quàm Pondus elevandum *, & hoc ſemper ſuperare debet *; quare in hoc Vecte *totalis Actio minor eſt* quàm in ſecundo, aut uſu vulgari primi *; *& hujus* Actionis *reſpectu tertii generis Vectis alios vincit*. * 234. * 235. * 511.

516. Multi ſcriptores de Mechanicâ plures Machinas inter ſe conferunt, tantùm ad caſum æquilibrii attendendo, & pro fundamento uſûs Machinarum habent; Tempus, quo Effectus præſtatur, augeri in ratione, in qua Intenſitas Potentiæ minuitur. Propoſitionem autem hanc admitti non poſſe, demonſtrata hoc Capite evincunt.

517. In uſu Machinarum, de quibus hoc Capite egimus, quando ipſis conſtans applicatur Potentia, motu accelerato Pondera elevantur, & de hoc caſu tantùm egimus.

518. Aliæ dantur Machinæ, quales plerumque ſunt Machinæ Hydraulicæ, in quibus non agitur de determinato effectu præſtando, ſed ſucceſſivo; in his ſucceſſivè diverſa aqua, eâdem Velocitate, elevatur, continuatâ ejuſdem Machinæ Actione. De Uſu talium Machinarum poſtea dicendum nobis erit.

SCHOLIUM I.

In quo illuſtrantur quæ de Vecte in initio hujus Capitis fuere dicta.

519. SIt AB Vectis, C Fulcrum, AC valet unum, BC decem, in A Pondus eſt centum Librarum quod elevari debet. In B applico decem Libras, & habeo æquilibrium; deinde ſucceſſivè utor Pondere undecim, duodecim, tredecim, TAB. XVIII. Fig. 5.

cim, Librarum, & temporibus diverſis, eodem modo, A elevatur. Ut hæc Tempora conferamus, debemus Vectem, Ponderibus oneratum, habere pro
* 479. Pendulo compoſito; & quærere Centrum Oſcillationis *. Si Potentia valeat Libras tredecim, Centrum hoc eſt D; ſi quatuordecim Libras, eſt E; ſi quindecim, F; &c.

In diverſis hiſce motibus, cum agatur de eodem Penduli motu, Centrum Oſcillationis, percurrit vias ſimiles, & quadrata Temporum deſcenſûs ſunt
* 374. 383. ut ſpatia percurſa *; quæ ſunt, ut diſtantiæ, CD, CE, CF, &c. Potentiæ Augmentum, ubi diſtantia Centri Oſcillationis magna eſt, ſenſibiliter diſtantiam hanc minuit; & hæc eſt cauſa quare Tempus magis minuatur, quàm
* 491. Potentiæ Intenſitas augetur, quo Actio integra minuitur *. Sed quando, auctâ Potentiæ Intenſitate, Centrum Oſcillationis minus diſtat, ut in H, I, L &c., tunc, magis augendo Potentiam, parum accedit Centrum Oſcillationis, Tempus parum minuitur, & augetur Actio integra.

520. In conſtructione Tabellæ N. 496. diſtantiæ Centrorum Oſcillationis pro diverſis Potentiis fuere determinatæ, & uniuſcujuſque diſtantiæ Radix quadrata per ſuam Potentiam fuit multiplicata, & Producta hæc, aut potiùs numeri in eâdem ratione cum his, in ſecundam Columnam fuere relati. Potentia autem, quæ dat Actionem totalem minimam, determinata fuit Methodo quam in Scholio 3°. explicamus.

SCHOLIUM II.

De Machinarum Indicibus.

521. Indicem Machinæ vocavimus *, Numerum, cujus ope Potentiam dete-
* 500. gimus, quæ, Actione totali omnium minimâ, determinatum effectum præſtat.

Numerum hunc detegimus, quærendo Centrum Oſcillationis ipſius Machinæ.

De Indice Vectis.

522. Sit a Pondus elevandum; Diſtantia $AC = m$; $CB = n$; Potentia quâ
TAB. XVIII. Fig. 5. Æquilibrium habetur erit $\frac{ma}{n}$ *; & ſit x Augmentum Potentiæ, ut motus detur.
* 235. Diſtantia Centri Oſcillationis à C, poſito Vecte ſine Pondere, erit
* 479. $\frac{mma + nma + nnx}{nx}$ *. Pono b ita determinari, ut $bnma = mma + nma$, id eſt, pono $b = \frac{m}{n} + 1$.

523. Diſtantia Centri Oſcillationis nunc eſt $\frac{bnma + nnx}{nx} = \frac{bma + nx}{x}$ ſed x determinandum eſt, cum relatione ad Pondus quod Æquilibrium dat; Partibus enim centeſimis hujus Ponderis, in diverſis Machinis, Augmentum, quod x
* 500. dicitur, fuit expreſſum in caſu Actionis minimæ *; id eſt, debemus ponere $\frac{am}{n}$,
524. Pondus quod dat Æquilibrium, æquale Unitati, tunc $am = n$, & *diſtantia Cen-*

Digitized by Google

Centri Oſcillationis, erit $\frac{bn+nx}{x}$; quæ diſtantia *proportionem ſequitur* $\frac{b+x}{x}$. *Et* b—1 *eſt Numerus, quem vocavimus Machinæ Indicem*; hujus ope Potentiam detegi diximus quæ dat Actionem totalem omnium minimam *. * 500.

525. In omni Machinâ, ſimili expreſſione, denotamus diſtantiæ Centri Oſcillationis proportionem; *b* tantùm differt, ſed, dato hoc, Problema, de Actione totali minimâ, eodem modo ſolvitur, ut in ſequenti Scholio videbimus.

De Indice Axeos in Peritrochia.

526. Sit Rota E cujus Radii D, D, &c. Axis C, dicatur *p* Pondus Limbi, aut circumferentiæ, Rotæ; Radiorum omnium ſimul ſumtorum Pondus ſit *r*; & Pondus Axis *q*; ſemidiameter Axis dicitur *m*. Rotæ Semidiameter *n*; ſeponimus latitudinem ipſius Limbi; & *n* tunc quoque longitudinem Radiorum exprimit. Pondus elevandum A, vocatur *a*; Pondus quo Æquilibrium habetur erit $\frac{ma}{n}$*; Augmentum quo motus communicatur *x*; ergo B $= \frac{ma}{n} + x$. TAB. XVIII. Fig. 6. * 255.

527. In motu hujus Machinæ Punctum datur, quod movetur, quaſi ſolâ Gravitate propelleretur, & reſpondet Centro Oſcillationis in Pendulo; Pendulum enim verum habebimus, ſi Pondera A in a, & B in b, fixa concipiamus. Diſtantiam hujus Centri à Centro Rotæ detegimus per Regulam datam *. * 479.

Pondus Limbi multiplico per quadratum Semidiametri Rotæ, productum eſt *nnp*. Multiplico ſingulorum punctorum Radiorum Pondera per quadrata diſtantiarum à Centro, & habeo $\frac{1}{3}nnr$*, ſimile productum pro Axe eſt $\frac{1}{2}mmq$*; Axis enim pro Orbe craſſiori haberi poteſt. Reliqua producta ſunt *mma*, & B$nn = mna + nn.x$, & diſtantia Centri Oſcillationis eſt, * 480. * 482.

$$\frac{nnp + \frac{1}{3}nnr + \frac{1}{2}mmq + mma + mna + nnx}{nx} *.$$ * 479.

Ponamus $nnp + \frac{1}{3}nnr + \frac{1}{2}mmq + mma + mna$, quæ omnes quantitates notæ ſunt, $= bmna$. Ergo diſtantia Centri Oſcillationis valet $\frac{bmna+nnx}{nx} = \frac{bma+nx}{x}$; ſi autem *x* velimus exprimere cum relatione immediatâ ad Pondus, quo æquilibrium habetur, ut de Vecte fecimus *, debemus Pondus hoc, nempe $\frac{ma}{n}$, pro Unitate habere. Tunc $ma = n$ & $\frac{bma+nx}{x} = \frac{bn+nx}{x}$, quæ quantitas proportionem ſequitur hujus $\frac{b+x}{x}$, eodem modo ut de Vecte diximus *. Index Machinæ eſt $b-1$. Cujus valorem habemus, ſi Æquationem, in quâ *b* fuit adſumtum, dividamus per *mna*, & habebimus $\frac{np}{ma} + \frac{nr}{3ma} + \frac{mq}{2na} + \frac{m}{n} = b-1$, quæ Indicis determinatio congruit cum ipſâ quam ſupra dedimus *. Diximus enim hos quatuor numeros * 523. * 524. * 499.

 in

in unam ſummam eſſe colligendos, $p + \frac{1}{3}r + \frac{mmq}{2nn} + \frac{mma}{nn}$, quam ſummam dixi dividendam eſſe per Pondus, quo Æquilibrium habetur, $\frac{ma}{n}$, & mutatur in hanc ipſam $\frac{np}{ma} + \frac{nr}{3ma} + \frac{mq}{2na} + \frac{m}{n}$.

528. Pro omnibus Machinis eodem modo procedendum; quærendus eſt numerus, qui dicitur *Index*, cujus hæc eſt proprietas, ut, Unitate auctus, ſi dicatur b,
* 524. diſtantia Centri Oſcillationis ſequatur Proportionem $\frac{b+x}{x}$ *.

De Indice Trochleæ.

529. In hac quoque, ut in omnibus aliis Machinis, quæ, ſepoſito attritu, ſolâ Gravitate moventur, Punctum datur, quod cum Centro Oſcillationis Penduli reſpondet; id eſt, quod eâ velocitate movetur, quam, ſi propriâ tantùm agitaretur Gravitate, acquireret.

530. Quando circa idem Centrum, aut eundem Axem, omnes partes Machinæ moventur, ſingulorum Punctorum Velocitates proportionales ſunt diſtantiis à Centro, aut Axe; & hac de cauſâ, ut determinetur Centrum Oſcillationis, multiplicatur Pondus unumquodque per quadratum diſtantiæ
* 479. ſuæ ab iſto Centro, aut Axe *: eâdem de cauſâ, quando motus talis non eſt, ut in Trochleâ, multiplicare debemus unumquodque Punctum grave
531. per quadratum Velocitatis ſuæ; id eſt, ***In determinatione Centri Oſcillationis agendum nobis eſt, quaſi omnia Puncta circa eundem Axem rotarentur, ſervatâ Velocitate quam revera habent.***

532. Sint Orbiculi æquales, ita ut etiam æqualiter ponderent. Pro primo Orbiculo multiplico ſingula Puncta per quadrata diſtantiarum à Centro, & habeo dimidium Ponderis ipſius Orbiculi, ſi ponamus Unitate Semidiame-
* 482. trum Orbiculi deſignari *. Secundi Orbiculi Velocitas dupla eſt, id eſt, unumquodque Punctum Velocitate agitatur duplâ illius, quam Punctum reſpondens habet in primo Orbiculo; & ideo ſumma productorum, pro ſecundo Orbiculo, quadrupla eſt illius, quæ pro primo Orbiculo determinatur. Eodem modo productum noncuplum eſt pro tertio Orbiculo, ſedecuplum pro quarto &c. Si n ſit numerus Orbiculorum, pro ultimo Orbiculo productum erit dimidium Ponderis unius Orbiculi per nn, & ſumma productorum valebit productum dimidii Ponderis unius Orbiculi per ſummam quadratorum numerorum naturalium ab Unitate uſque ad n; quæ ſumma facilè detegitur, ut ſtatim dicam; ſit productum hoc ultimum nnp.

* 262. 271. Sit f Pondus quo Æquilibrium habetur & nf erit Pondus elevandum *; x Augmentum ipſius f, ut motus Machinæ communicetur.

Multiplicari debet Pondus elevandum nf per quadratum Semi-diametri primi Orbiculi, id eſt per Unitatem & habemus nf. Tandem $f + x$ multiplicari debet per nn & habebimus diſtantiam Centri Oſcillationis $\frac{nnp + nf + nnf + nnx}{nx} =$

np

$\frac{np+f+nf+nx}{x}$ *. Ponimus b ita determinari ut $np+f+nf=bnf$, & diſtantia Centri Oſcillationis valet $\frac{bnf+nx}{x}$. Si nunc, ut in præcedentibus Machinis, x cum relatione ad f exprimi debeat, ponimus $f=1$; tunc $\frac{bnf+nx}{x} = \frac{bn+nx}{x}$; & patet diſtantiam Centri Oſcillationis ſequi proportionem $\frac{b+x}{x}$. * 531. 474. 475.

Index eſt $b-1 = \frac{p}{f} + \frac{1}{n}$; & hunc exactè ſuperius * fuiſſe determinatum, nunc demonſtrabo. * 501.

Poſuimus nnp valere productum dimidii Ponderis unius Orbiculi per ſummam quadratorum numerorum naturalium ab Unitate ad n. 533.

De detegendâ hac ſummâ pauca dicam; Problema eſt notiſſimum, & eſt caſus ſingularis Problematis, quod ipſum particulare eſt reſpectu alius univerſalioris. Hanc viam in Demonſtratione ſequi longum foret, breviorem ſequar, & demonſtrationem dabo, quæ ſolùm caſum de quo agitur ſpectat.

Pro Unitate habemus Cubum minorem, ut Z. Ex talibus Cubis concipio quadrata formari numerorum naturalium, quæ ſimul efficiunt ſolidum X; cujus magnitudo, adhibitâ Unitate Z, exprimit ſummam quæſitam. 534. TAB. XVIII. Fig. 7.

Concipio Solidum hoc X, inſcribi Pyramidi ABDC, cujus baſis eſt quadratum lateris $n+1$, & altitudo etiam eſt $n+1$; Pyramis hæc valet $\frac{1}{3}n^3+nn+n+\frac{1}{3}$ *; ſed excedit Solidum X, & exceſſus pro ſingulis quadratis, aut ſtratis, conſtat ex Pyramide ut HDLGI, quæ valet $\frac{1}{3}$, & præterea ex duobus Priſinatibus ut HBEGIF, & GNCLIM, quæ juncta efficiunt Parallelopipedum, quod tot continet Cubos, ut A, quot dantur Unitates in latere quadrati EN. * 7. El. XII.

Integrum exceſſum Pyramidis, ſupra Solidum X, habemus, 1. multiplicando valorem minoris Pyramidis $\frac{1}{3}$ per numerum talium Pyramidum $n+1$, & productum eſt $\frac{1}{3}n+\frac{1}{3}$; & 2. quærendo ſummam omnium Parallelopipedorum, quæ Progreſſionem efficiunt arithmethicam 1. 2. 3. . . . . n; quæ ſumma valet $\frac{1}{2}nn+\frac{1}{2}n$. Integer ergo exceſſus eſt $\frac{1}{2}nn+\frac{5}{6}n+\frac{1}{3}$: Subducto hoc ex valore Pyramidis, habeo ſummam quæſitam quadratorum $\frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}nn+\frac{1}{6}n = \frac{2n^3+3nn+n}{6}$.

Si q ſit Pondus unius Orbiculi, erit $\frac{2n^3q+3nnq+nq}{12} = nnp$ *, & 535. * 533.

$$p = \frac{2nnq+3nq+q}{12n} = \frac{\overline{n+1} \times \overline{2n+1} \times q}{12n}.$$

* 532. Indicem $b-1$ valere $\frac{p}{f}+\frac{1}{n}$ vidimus *. Ergo $b-1=\frac{\overline{n+1}\times\overline{2n+1}\times p}{12nf}$
* 502. $+\frac{1}{n}$, qui eſt ipſe valor Indicis ſupra determinatus *.

SCHOLIUM III.

De Actione totali minimâ determinandâ.

536. Vidimus quomodo, dato Machinæ Indice, auxilio Tabellæ N. 508. dete-
* 500. gamus Potentiam, quæ dat Actionem totalem omnium minimam *; de conſtructione hujus Tabellæ nunc nobis agendum eſt.

Agitur, ubi Machina proponitur, de eodem Pondere ad eandem altitudinem elevando; ergo de eodem motu Machinæ, ita ut ſpatium, à Centro Oſcillationis percurſum, ſequatur proportionem diſtantiæ hujus à Centro motûs. Via à Centro Oſcillationis, in hoc motu percurſa, ſemper ſibi ſimilis
* 519. eſt, & quadratum temporis eſt ut Spatium percurſum *; ergo eſt ut diſtantia Centri Oſcillationis, id eſt, ut $\frac{b+x}{x}$, cujus expreſſionis, ut in præcedenti Scholio demonſtravimus, diſtantia hæc ſemper rationem ſequitur. Actio to-
* 492. talis habetur multiplicando tempus per Potentiam *, quæ in hoc caſu valet $1+x$; & quadratum Actionis ſequitur Proportionem quadrati temporis per quadratum Potentiæ, id eſt $\frac{b+x}{x}$ per $\overline{1+x}^2$. Et Actio hæc erit minima quando x ita determinatur, ut productum hoc ſit omnium minimum.

537. Ductis BA, BD, quæ Angulum rectum efficiunt in B, ſit $BI=b$; &
TAB. XVIII. Fig. 8. $IA=x$. Per I duco $IC=1$. parallelam ipſi BD, & pono IH quoque Unitati æqualem.

Propter Triangula ACI, ABD, ſimilia, AI (x), AB $(b+x)$ :: CI $(1.)$,
* 16. El. VI. BD $(\frac{b+x}{x})$ *. Ergo diſtantia Centri Oſcillationis proportionem ſequitur lineæ BD, quomodocunque mutetur x.

Si ex $\frac{b+x}{x}=$ BD utrimque ſubducatur Unitas datur $\frac{b}{x}=$ ED.

Intenſitas Potentiæ eſt $HA=1+x$; ideo productum, quod exprimit quadratum Actionis integræ, eſt $BD\times HA^q$, & quærimus IA, quando hoc productum eſt omnium productorum ſimilium minimum.

Si in hoc caſu paululum augeatur, aut minuatur, x, producta majora fiunt, & ita hæc ſumi poſſunt, ut æqualia ſint; ponamus talia eſſe $BD\times HA^q=Bd\times Ha^q$; valor quæſitus ipſius x medius eſt inter IA & Ia.

Puncta autem A & a, ita ad ſe mutuò, admoveri poſſunt, ut diſtantia ſit infinitè exigua; in quo caſu Aa pro Puncto habetur, & IA eſt valor quæſitus ipſius x.

* 16. El. VI. Æquatio hæc $BD\times HA^q=Bd\times Ha^q$ reſolvitur in hanc Proportionem *:
Bd, BD :: HA^q, $\overline{HA+Aa}^q=HA^q+2HA\times Aa+Aa^q$ :: HA,
HA

HA + 2Aa; nam Aaq eſt infinitè exiguum reſpectu aliarum quantitatum, ac negligi poteſt, & dividendo terminos penultimæ rationis per HA, incidimus in Ultimam. Ergo Bd, BD :: HA, HA + 2Aa; unde convertendo & alternando deducimus Bd, HA :: Dd, 2Aa, aut Bd, $\frac{1}{2}$ HA :: Dd, Aa.

Centro C deſcribantur Arcus Circuli per A & d, AG, dF, qui pro lineis rectis haberi poſſunt, quia infinitè exigui concipiuntur.

Ratio Dd, ad Aa eſt compoſita ex his tribus Rationibus Dd ad dF, dF ad AG, & AG ad Aa.

Propter triangula ſimilia rectangula DCE, DdF, AaG, & CAI, Rationes hæ ad has alias reducuntur: Dd, dF :: CA, AI; dF, AG :: DE, CI; AG, Aa :: CI, CA.

Idcirco Dd ad Aa in ratione compoſitâ ex his tribus DE ad CI, CI ad CA, CA ad AI; quarum ratio compoſita eſt ratio DE ad AI, in qua ratione ergo eſt Dd ad Aa, aut Bd ad $\frac{1}{2}$ HA, id eſt DE ($\frac{b}{x}$), AI (x) :: Bd ($\frac{b+x}{x}$), $\frac{1}{2}$ HA ($\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$), & $b + x = \frac{1}{2}b + \frac{b}{2x}$ *; unde æquationem deducimus $xx + \frac{1}{2}bx - \frac{1}{2}b = 0$, cujus radix poſitiva eſt $x = \frac{1}{4}\sqrt{8b+bb} - \frac{1}{4}b$; & habemus quod quærimus. * 16. El. VI.

Dato enim Machinæ Indice Unitatem addimus, & ipſius b habemus valorem; hunc pro b in æquatione ſubſtituimus, & datur x. 538.

In conſtructione, Tabellæ N. 508. ſucceſſivè poſuimus $b = 1$, $b = 2$, $b = 3$ &c., id eſt, poſuimus Indicem valere 0. deinde 1. tunc 2. &c., & detecti valores reſpondentes ipſius x, in Tabellam fuere relati. 539.

CAPUT XXII.

De Projectione Gravium.

SI in Corpus motum Potentia agat, mutatur Motus*; 540. *Si Corpus projiciatur* per AB, in tempore, in quo poteſt percurrere AB, vi Gravitatis, fertur Terræ centrum versùs per BF, & ita, Motu compoſito ex iſtis duobus, movetur per AF*; & hoc Motu, ſecundo momento, percurreret FC, ipſi AF æqualem, niſi ſecundo momento, eâdem vi Gravitatis tranſlatum foret per

TAB. XIX. Fig. 1. * 357. * 360.

GG,

CG, ita ut Motus in ſecundo momento ſit per FG; eodem modo, Motus tertii momenti eſt per GH, & quarti momenti per HI; cùm verò vis Gravitatis continuò agat, illa temporis momenta minima ſunt, & ubique dabitur Motus aliter compoſitus, id eſt, directionis inflexio; in eo caſu ergo Corpus *movetur in Lineâ curvâ.*

541. Hic *Motus Corporis ex Projectione* magis ſimpliciter conſiderari poteſt, in omnibus projectionibus, quæ à nobis fieri poſſunt; quia omnes lineæ, quæ, in ſpatio, per quod Corpus tranſit, ad Terræ centrum tendunt, pro parallelis haberi poſſunt; quare directio, Motûs ex Gravitate, non mutatur; unde Motus ex Projectione *ex duobus* tantùm *Motibus conſtat, primo æquabili per lineam*
* 355. *projectionis* *, *ſecundo Terram versùs accelerato* * : *qui duo*
* 370. * 358. *motus ſeſe mutuò non turbant* *.

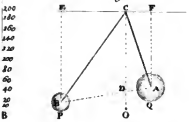
542. Projiciatur corpus per lineam AE, horizonti parallelam; temporibus æqualibus, hoc Motu, percurret partes æquales AB, BC, CD, DE: Gravitate fertur Motu ad horizontem perpendiculari, directione BF, CG, DH, aut EI, quæ lineæ pro parallelis habentur; Motus hic eſt acceleratus, & ideò, ſi poſt primum momentum Corpus ſit in F, poſt ſecundum erit in G, poſt tertium in H, poſt quartum in I, ita quidem ut poſito BF unum, CG ſit quatuor, DH novem, & EI ſedecim *. Corpus percurret Curvam tranſeuntem per omnia Puncta, quæ eodem modo ac F, G, H, I, determinari poſſunt; vocaturque *Parabola.*

TAB. XIX. Fig. 2.

* 374.

TAB. XVIII.

Fig. 2.



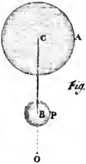


Fig. 3.

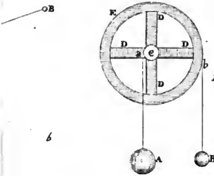


Fig. 6.

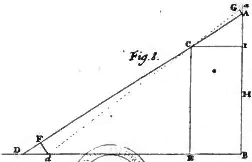


Fig. 5.

7.



Fig. 8.



NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

M a c h i n a,
Quâ demonſtrata de Corporum Projectione confirmantur.

Pars hujus Machinæ præcipua eſt Solidum ligneum A, cujus altitudo eſt unius pedis, craſſities duorum pollicum: à dimidiatâ ſuâ altitudine C, uſque ad B, excavatum hoc eſt circulariter, aut juxta Curvam aliam quamcunque, ita tamen, ut Globus regulariter à B ad C poſſit deſcendere; quod ut magis liberè fiat, Laminâ, benè levigatâ, & politâ, cupreâ, aut ferreâ ſtanno illinitâ, tegitur lignum. Globus adhibetur marmoreus, cujus diameter parùm ſemipollicem ſuperat; & Curva BC ita poſita eſt, ut motus Globi in C horizontalis ſit. 543. TAB. XIX. Fig. 3.

Solidum hoc A Aſſeri DE imponitur, quocum etiam cohæret, & qui tribus Cochleis ut G, G, (tertia enim videri non poteſt,) ſuſtinetur; auxilio perpendiculi, ad poſticam partem Machinæ applicati, & cujus Filum cohæret cum Cuneolo N, Solidum A, in ſitu verticali, & Aſſer DE, in ſitu horizontali, diſponuntur.

Ad Latus Machinæ ipſi jungitur Tabula M, quæ removeri poteſt, & ad libitum uni, aut alteri, lateri applicari.

Quando anteriori lateri applicatur, inſeritur inter Tabellam ligneam, cum Machinâ cohærentem, H, & ſuperficiem Solidi A, dum Regula I Tabulam quoque retinet.

Tabula hæc, eo ipſo modo, firmata eſt in ſitu, in quo hìc exhibetur.

In B ponitur Globus, qui dimittitur, ut liberè deſcendat per BC, & notatur Diſtantia F, ad quam cadit; quæ ſemper eadem eſt, ſi ſæpiùs Globus dimittatur;

tur; quia ab eâdem altitudine ſingulis vicibus deſcendit, & ideo eâdem Velocitate, ex C, horizontaliter projicitur.

In F lignum excavatur, & goſſypio cavitas repletur, Punctumque *l*, ipſi F reſpondens, in Tabulâ M notatur.

Per *l* verticalis Linea ducitur *lf*; Globus in ultimo termino C, Curvæ BC, ponitur, & Punctum *a*, Centro ipſius reſpondens, in Tabulâ M quoque notatur, ducitur que Linea horizontalis *af*, quæ hìc ipſam extremitatem Tabulæ M efficit.

Dividitur *af* in quinque partes æquales in *b, c, d, e*, & ducuntur verticales Lineæ *bn*, *cn*, *dn*, *en*; quarum longitudines ita determinantur. Dividitur *fl* in viginti quinque partes æquales, quarum *bn* continet unam, *cn* quatuor, *dn* novem, *en* ſedecim: & per Puncta *n*, *n*, &c. Curva ducitur *annl*, quæ indicat Viam, quam Corpus, horizontaliter ita ex *a* projectum, ut in *b* cadat, in motu ſuo percurrit *. * 542.

Annuli quatuor cuprei, O, O, O, O, Tabulæ M applicantur; caudas habent Cylindricas, quæ foraminibus in *n*, *n*, *n*, *n*, intruduntur, ita, ut Annulorum Centra dentur in eodem Plano, parallelo Tabulæ M, & per medium craſſitiei Solidi A tranſeunti.

Annulorum aperturæ diametrum habent unius pollicis, & ipſorum Plana perpendicularia ſunt ad Tabulam M, & ad Curvam *al* in Tabulâ.

EXPERIMENTUM.

544. Globus dimittitur à B, devolvitur ad C, horizontaliter ibi projectus cadit in F, & interea tranſit per Annulos O, O, O, O.

Quæ

Quæ de Curvâ, à Corpore horizontaliter projecto per- 545.
curſa, dicta ſunt, etiam pertinent ad projectionem quam-
cumque.

Projiciatur Corpus per AE; & ſint AB, BC, CD, TAB. XIX.
DE, æquales; Corpus percurret Curvam AFGHI ita, Fig. 4. 5.
ut verticales Lineæ BF, CG, DH, EI, ſint inter ſe;
ut 1. 4. 9. & 16*; quo caſu etiam Curva *Parabola* vo- * 542.
catur.

Definitio.

Sit AI Planum quod per A tranſit, ſi Curva memo- 546.
rata hoc ſecet in I; AI vocatur Amplitudo jactûs.

Motus Corporum, quæ eâdem Celeritate projiciuntur, juxta Directiones diversè inclinatas, poſſunt inter ſe comparari:

Poteſtque Corpus, Celeritate datâ, in Plano dato, ad 547.
Diſtantiam datam projici.

Sit Celeritas data illa, quam Corpus acquirit cadendo 548.
ab altitudine MA, quam Horizonti AL perpendicularem concipimus, & Corpus in Plano AI in I projiciendum ſit. Ductâ MN Horizonti parallelâ, erigatur AN normalis Plano AI, ſecans MN in N; Centro O, puncto medio Lineæ AN, per A deſcribatur Circulus, qui etiam per M tranſibit; ſit AR pars quarta Lineæ AI; per R ducatur Horizonti perpendicularis, id eſt parallela Lineæ AM, Linea R*b*, quæ Circulum ſecat in B & *b*; ſi Corpus projiciatur per AB, aut A*b*, cadet in I. Quà Methodo Directio jactûs determinatur, ſive Punctum ſit in Lineâ horizontali, per A tranſeunti, in quo caſu M & N coincidunt, ſive in Plano quocunque, ſupra aut infra Lineam hanc horizontalem inclinato.

Ponamus Directionem benè eſſe determinatam. Motu 549.

 æqua-

æquabili Celeritate, qua cum Projectio fit, Corpus percur-
* 541. rere poteſt AE, in tempore in quo cadit per EI*. Quia verò Corpus projicitur Velocitate, per MA cadendo acquiſita, eodem Motu æquabili poteſt percurrere duplam
* 376. MA, in tempore in quo ab altitudine MA cadit *. Spatia, Velocitate eadem, & æquabili, percurſa, ſunt ut
* 120. tempora in quibus percurruntur*; ergo Tempus caſûs per MA ad tempus casûs per EI, ut dupla MA ad AE.
* 374. Ideo 2 MA^{q} ad AE^{q}, ut MA ad EI*. Quam ergo proportionem ſi demonſtremus dari in conſtructione præcedenti, Directionem benè fuiſſe determinatam conſtabit.

550. Ducatur MB, & habemus angulum BAR, à tangen-
16.El.III. te AR, eſt enim perpendicularis radio AO, & à Linea, Circulum ſecante AB, formatum, æqualem Angulo AMB
*32.El.III. in ſegmento oppoſito *. Anguli etiam alterni RBA,
29.El.I. MAB ſunt æquales; ergo ſunt æquiangula Triangula
32.El.I. ABR, AMB; & Lineæ MA, AB, BR, proportio-
4.El.VI. nales; ergo MA^{q} ad AB^{q} ut MA ad BR*; ideo
*20.El.VI. *15.El.V. 2 MA^{q} ad 2 AB^{q}, aut AC^{q} ut MA ad BR*: multiplicando conſequentia per quatuor, habemus 2 MA^{q} ad AC^{q}, multiplicatum per quatuor, id eſt 2 AC^{q}, aut
4.El.V. AE^{q}, ut MA ad 4 BR, aut EI. Quod demonſtrandum erat.

551. Demonſtratio ſimilis eſt, ſi Corpus per A*b* projiciatur. Unde ſequitur *Corpus per duas Directiones poſſe projici, ut in idem Punctum cadat, ſi autem Diſtantia ſit omnium maxima, ad quam Corpus, datâ velocitate, in Plano dato, poteſt projici, unica eſt Directio, per quam projiciendum eſt Corpus*, punctis B & *b* coincidentibus in Q, puncto medio arcûs MQA, à quo puncto ſemper æqualiter diſtant puncta B & *b*.

Si

Digitized by Google

Si Celeritas mutetur, & Corpus ſecundum eandem Directionem projiciatur, Amplitudo in eodem Plano, mutatur in eâdem ratione cum altitudine A M; id eſt, *Amplitudines, manente eâdem Directione, ſunt* ut Altitudines, à quibus Corpora cadendo, Velocitates, quibus projiciuntur, acquirere poſſunt; ſunt ergo *ut quadrata Celeritatum* *. 552. * 374.

Si A I ſit *horizontalis* arcus A Q M, eſt ſemicirculus, & in hoc caſu *Amplitudo*, manente Celeritate, cum quâ projectio fit, *eſt omnium maxima, quando Directio projectionis cum Horizonte efficit Angulum ſemirectum*. 553. TAB. XIX. Fig. 5.

Sit iterum M A Altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ projicitur per A B; Punctum altiſſimum viæ percurſæ determinatur, ſi, deſcripto Semicirculo, cujus diameter eſt A M, per Punctum B, in quo à Directione projectionis ſecatur, ducatur horizontalis Linea T B G, & fiat B G æqualis B T, Punctum quæſitum erit G. 554.

Hujus patebit Demonſtratio, ſi ad ſequentia attendamus; ductâ A I horizontali, Corpus, ut dictum projectum, cadet in I, poſitâ A I quadruplâ T B, aut A R *. 555. * 548.

Dum Corpus per A B projicitur, Motus hicce coincidit cum duplici Motu, horizontali uno & æquabili, altero verticali *. Ultimo Motu Corpus adſcendit, & deſcendit, tempuſque aſcenſûs æquale eſt tempori deſcenſûs; ideò aſcenſus terminatur, ubi Corpus, Motu horizontali, dimidium A I, id eſt T G, percurrit; Punctum ergo altiſſimum datur in verticali Lineâ S C, quæ per G tranſit. Dentur verticales I E & B R, quarum prima A B continuatam ſecat in E: quia T G dupla eſt T B, id eſt A S dupla A R; eſt etiam C S dupla B R, aut G S, id eſt C G æqualis G S: Sed A I dupla eſt A S; ergo E I * 360.

dupla C S, & quadrupla C G; etiam A E dupla A C. Cum Corpus Motu projectitio percurrit A E, cadit per E I; dum percurrit A C, cadendo quartam partem E I,
*374. id eſt C G, percurrit *; tranſit idcircò in Motu ſuo per Punctum G; ſed Punctum altiſſimum datur in Lineâ C S, eſt ergo ipſum Punctum G.

556. *Si detur Curva, à Corpore percurſa, Velocitas quam habet Corpus in Puncto quocunque, ut F, illa eſt, quam Corpus poteſt acquirere cadendo à Lineâ horizontali, per M ductâ, ad Punctum F.* Nam Corpus, per Planum quodcunque, ex A, Velocitate quâ projicitur, adſcendere po-
*399. teſt ad horizontalem hanc Lineam *, ſi nunc Planum detur, ad F uſque cum ipſâ Corporis projecti Viâ congruens, in F autem ſurſum deflexum, Corpus in F illam habebit Velocitatem, quâ, juxta Planum hoc, ad horizontalem memoratam pervenire poteſt, id eſt, quam cadendo ab ipsâ
*399. horizontali ad F uſque acquirere poteſt. *.

557. Sit Corpus ex A projiciendum per Punctum H in I,
TAB. XIX. Fig. 6. poſitis tribus hiſce Punctis in eodem Plano verticali, & Puncto medio ſupra Lineam quæ reliqua duo jungit. Sit A L horizontalis, & per tria Puncta data ad hanc normales L E, N D, A M. Ex I per Puncta A & H ducantur Lineæ I A, I H, quarum ultima ſecat A M in P; fiat G D æqualis A P, & habetur A D directio jactûs. Celeritas detegitur ſi, ſumtâ A R quartâ parte A I, & ductâ verticali R B, quæ A D ſecat in B, ducatur B M ita, ut angulus A B M æqualis ſit angulo A R B, Velocitas quæſita illa eſt, quam Corpus acquirit cadendo ex M in A.

558. Corpus projectum percurrit, æquabili Velocitate, A E & A D, dum cadit per E I & D H: ut ergo demonſtremus

Digitized by Google

mus Corpus per Puncta H & I tranſire, demonſtrandum AE^q ſe habere ad AD^q, aut EI^q ad DG^q *, ut EI ad DH *. * 4. 22. El. VI. * 545.

In Triangulis ſimilibus IHG, IPA, AI ad AG, ut AP, aut DG, ad DG minus GH, id eſt HD. Sed in Triangulis ſimilibus AEI, ADG; AI ad AG, ut EI ad DG; ergo EI ad DG, ut DG ad HD; idcircò EI^q ad DG^q, ut EI ad HD *. Quod demonſtrandum erat. Velocitatem autem ritè eſſe determinatam conſtabit ex collatione Fig. 6. cum 4; ſi ad Puncta B, M, attendamus, quæ in utrâque Figurâ iiſdem literis deſignantur. In Fig. 4. demonſtravimus Corpus projectum per AB, Velocitate cadendo per MA acquiſitâ, tranſire per I, & hoc deduximus ex ſimilitudine Triangulorum AMB, BAR *; In Fig. 6. illa eadem Triangula quoque ſimilia ſunt, quod ex conſtructione ſequitur; ergo eadem concluſio & in hoc loco obtinet. * 20. El. VI. * 549. 550

CAPUT XXIII.

De Viribus Centralibus.

Corpus in Motu, Motum in Lineâ rectâ continuat *, 559. & ab eâ non recedit, niſi impulſu novo agitetur *; poſt impulſum Motus eſt compoſitus, ex duobus naſcitur tertius, etiam in Lineâ rectâ *. Si ergo Corpus movetur in Curvâ, omnibus momentis novo impulſu agitatur; Curva enim ad rectas Lineas revocari non poteſt, niſi concipiatur diviſa in partes infinitè exiguas. Exemplum talis Motûs habemus in projectione Gravium *; aliud * 355. * 360. * 540.

aliud habemus in omnibus Motibus circa Punctum quaſi Centrum.

560. *Corpus, quod continuò Centrum aliquod versùs pellitur, ſi projiciatur ſecundum Lineam quæ per hoc Centrum non*
561. *tranſit, Curvam deſcribit: & in omnibus Punctis conatur ab hac Curvâ recedere ſecundum directionem* curvaturæ, id eſt, *Tangentis ad Curvam*; ita ut, ſi Vis quâ ad Centrum trahitur, ſubitò ab actione ceſſaret, Corpus in rectâ Lineâ, per tangentem, Motum continuaret.

Lapis Fundæ impoſitus, & in gyrum agitatus, Curvam deſcribit; quia Fundâ manum versùs, omnibus momentis, quaſi retrotrahitur; ſi ſibi relinquatur, per Curvæ tangentem recedit.

Definitio 1.

562. *Vis, quâ Corpus, in caſu prædicto, à Centro recedere conatur,* qualis eſt Vis quâ Funda agitata diſtenditur, *vocatur Vis Centrifuga.*

Definitio 2.

563. *Vis* autem, *quâ Corpus Centrum versùs trahitur, aut pellitur, vocatur Vis Centripeta.*

Definitio 3.

564. Nomine communi Vires hæ vocantur *Vires Centrales.*

565. *In omni caſu Vis Centrifuga & Vis Centripeta ſunt æquales inter ſe*; nam agunt contrariè & ſeſe mutuò deſtruunt. Vi centripetâ Corpus retinetur in Curvâ, & Centrifugâ conatur ex hac recedere. Funda agitata æqualiter
361.364. utramque partem versùs diſtenditur, & Lapis eâ cum Vi à manu conatur recedere, cum quâ retinetur, id eſt, manum versùs trahitur.

566. Virium Centralium maximus uſus eſt in Philoſophiâ Naturali; Planetæ omnes in gyros moventur, & plerique,

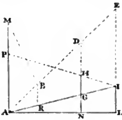


fig 6.

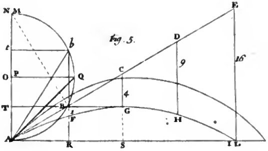


fig. 5.

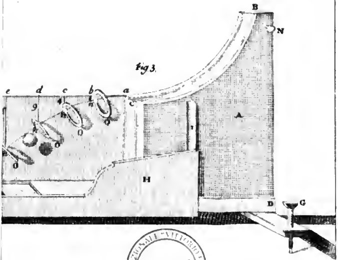


fig 3.

NAPOLI

Digitized by Google

que, ſi non omnes, circa Axes rotantur.

Propoſitiones præcipuas, de hiſce Viribus, ſeligam, & explicabo, haſque Experimentis confirmabo, & in Scholiis, huic Capiti adjectis, ipſas demonſtrabo.

Præmittenda verò generalia quædam ſunt de Machinis, quibus hæc Experimenta peraguntur.

Machina,

Quâ Experimenta de Viribus Centralibus demonſtrantur.

Machina hæc Pede ſuſtinetur ligneo, ex tribus partibus conſtanti, AB, CD, quæ tertiâ junguntur EF. 567. TAB. XX.

Pes hic imponitur quatuor Rotulis, quarum duæ in G, G, exhibentur. Hæ, præter motum circa proprium axem, cum Capſula ſua verſantur circa axem verticalem, ut Machina facile transferatur juxta directionem quamcunque. Rotulæ tales hodiè in uſu ſunt vulgari. Ubi autem Experimenta ſunt inſtituenda, firmanda Machina eſt, Rotulas paululum elevando auxilio Cochlearum H, H, H, H; quibus etiam in ſitu, in Experimentis deſiderato, diſponitur Machina, cujus ſitûs indicium dat perpendiculum ab.

Huic Pedi impoſitæ ſunt Columnæ duæ IL, MN; 568. quæ, ligno tranſverſo QR, inter ſe junguntur.

De ſola IL nunc agam, hujuſque ſectionem ſeparatim exhibeo, in qua majuſculis literis notavi, quæ iiſdem minoribus in generali Figura indicavi. TAB. XXI. Fig. 1.

Huic Columnæ jungitur Axis ferreus AB, qui inſiſtit Suſtentaculo C, cui applicata eſt Lamella chalibea c, paululum excavata, quæ recipit Axeos extremitatem, ut hic facile circumrotari poſſit. 569.

Axis, in ſuperiori parte, retinetur Brachio NO, quod Axeos collum amplectitur ita, ut circumvolutio Axeos

non impediatur; quod quomodo fiat, facta collatione Fig. 1. 2. TAB. XXIII. clarum erit.

570. Cum Axe cohærent quatuor Orbes lignei D, quos Axis trajicit; foramina autem Orbium ſunt quadrata, & exactè Axis hæc ipſa replet; Orbes firmantur auxilio Cochleæ m.

Orbium diametri, in fundo ſulci menſurantur, ſed ſingulis additur diameter Funis, qui ipſis circumponitur, & de quo in ſequentibus; & diametri, ita determinatæ, ſunt, primi quatuor pollicum, ſecundi quinque pollicum, duo inferiores ſunt æquales, & horum diametri ſex pollices æquant. Pinnulis, exiguis admodum, ferreis, armatur ſulcorum fundus, ut Funem retineant.

Axis *a b* applicatus Columnæ M N (TAB. XX.), ſolâ magnitudine horum Orbium minorum, ab Axe aliûs Columnæ differt, & ſeparatim exhibetur in Fig. 2. TAB. XXIII. Diametri, trium ſuperiorum Orbium, quæ æquales ſunt inter ſe, & diametro ſuperioris Orbis aliûs Axis, ſunt quatuor pollicum; inferioris diameter eſt trium pollicum. Hi octo Orbes eandem habent craſſitiem.

571. TAB. XXIII. Fig. 2. In extremitate ſuperiori C, Axeos A B, cum hoc cohæret Lamina cuprea D D, quam, ut melius firmetur, ipſe Axis trajicit in C; ut autem omnis inæqualitas Laminæ DD, à ferro trajiciente oriunda, tollatur, tegitur hæc majori Laminâ cuprea I I, quæ priori jungitur Cochleis quatuor *n*, *n*, *n*, *n*, quarum capita ſupra Laminæ ſuperficiem non elevantur, ſed cum hac idem efficiunt planum.

TAB. XX. Lamina talis utrique Axi applicata eſt, & ambæ in generali Figura notantur literis *ii*, *ii*.

Axes ambo, *d* & *e*, Machinæ applicati, circumducto fune circumvolvuntur, ope Rotæ d; ſed plura in hoc motu obſer-

obſervanda veniunt, quæ diſtinctiùs exponenda ſunt.

In medio, inter Columnas IL, MN, minor colloca- 572.
tur Columna OP; hæc reſpondet parti quadratæ S ligni tranſverſi QR, & cum hac parte conjungitur, duabus Bracteis, aut Lamellis ligneis ef, ef, ita, ut ſpatium, inter extremitatem P Columnæ & ſolidum S, vacuum maneat.

Superficiei ſuperiori ligni S applicatur Caput ligneum 573.
T, cujus cauda per ipſum ſolidum S penetrat, ut auxilio Cunei g firmetur caput ipſum, quod ſeparatim exhibetur in T (Tab. xxi. Fig. 2.). Ad diverſas altitudines firmari hoc poteſt, adhibitis Annulis ligneis V, V, V, per quos cauda *ab* penetrat, & qui omnes, aut quidam ex his ſupra, aut infra, lignum S diſponuntur, prout magis, aut minus, Caput elevari debet. Annulorum craſſities æqualis eſt craſſitiei Orbium, ſupra memoratorum *. * 570.

Cum hoc eodem Capite T cohærent quatuor Trochleæ h, i, m, n, quarum ultima in generali Figurâ non apparet; h & n ſunt verticales, reliquæ duæ in ſitu horizontali poſitæ ſunt.

Funis circumpoſitus Rotæ d, deſcendit Trochleam h 574.
versùs, & hac ipsâ flectitur, ut ſitum horizontalem acquirat, & ad i perveniat, unde deducitur ad illum ex Orbibus *d*, qui Trochleis reſpondet, & inde pergit ad Orbem reſpondentem in *e*, quem circumit, tendens ad Trochleam m, unde, ſuper Trochleam n tranſiens, redit ad Rotam d, cujus circumvolutione nunc agitantur Axes ambo *ab*, *ab*.

Mutatâ Capitis altitudine *, Funis circumponitur aliis * 573.
Orbibus in *d* & *e*, qui tunc nempe reſpondent Troch-

leis i & m; circa quas ulterius obſervandum, primam ſupra ſecundam elevari circiter ad altitudinem unius pollicis, ne attritus inter partes Funis detur.

575. Rota d facillimè circumvolvitur, axis enim ipſius c, chalibeus, perfectiſſimè elaboratus, & politus, in Lamellis cupreis verſatur. Rotæ hujus ſuſtentaculum eſt Columna XY, quæ impoſita eſt Ligno ZZ; quod inter partes AB, CD, Pedis Machinæ hæret, & rotatur, ut Columna inclinari, & Rota d, à Capite T, removeri poſſit; quo Funis tenditur, quando Cochlea 10, quæ Columnam XY trajicit, circumvolvitur, ut premat Columnam OP. Hæc omnia diſtinctè apparent ſi cum hac Fig. conferamus Fig. 3. TAB. XXI., quæ Rotæ d, & Columnarum XY, & OP, ſectionem exhibet.

576. Pro diverſâ Columnæ *xy* inclinatione, diverſa eſt directio preſſionis Cochleæ 10; hac de causâ ligni fruſtum GH lateri Columnæ *op* applicatum eſt, cujus figura talis eſt, ut Cochlea ſemper hujus ſuperficiem perpendiculariter premat.

TAB. XXI. Fig. 3.

Curva eſt ſuperficies hæc GH, & hujus Curvæ Evoluta eſt Circulus; in praxi autem ſatis erit, ſi ſequenti Methodo curvaturam hanc determinemus.

Sit E Punctum, circa quod axis Columnæ *xy* rotatur; EN eſt portio hujus axis, quæ in axe Cochleæ 10 terminatur. Sit EM verticalis, id eſt parallela axi Columnæ *op*, & æqualis ipſi EN. Centro E, per M, & N, deſcribatur circuli arcus MNF, æqualis inclinationi maximæ Columnæ *xy*; quæ inclinatio ad libitum determinatur. Sit FH, arcum hunc tangens in F; per M ducatur MG horizontalis, & ſit hæc continuata, donec ſecet FH in L; centro L, radio LG, deſcribitur circuli

li portio GH, quæ determinat curvaturam quæſitam. Diſtantia, inter G & ſuperficiem e f, ad arbitrium ſumitur, & hæc determinat ligni craſſitiem in eo ipſo loco.

Rota d agitatur Manubrio, in e applicato; multis tamen caſibus agitatio, & præcipuè acceleratio in initio motûs, non ſatis hac methodo regularis eſt; aliâ tunc utimur, remoto Manubrio. 577. TAB. XX.

Cum Rotâ d alia cohæret major p, quæ circa eundem axem cum primâ movetur; Rotæ p jungitur Funis q, cujus extremitas una in fundo ſulci, quo Rota circumdatur, hæret; alteri extremitati Funis ſuſpenſum eſt Pondus r ſex Librarum. 578.

Deſcenſu ſuo Pondus motum communicat Rotæ, quæ regulariter acceleratur; acceleratio autem major, aut minor, eſt pro diverſis circumſtantiis, ſed præcipuè pendet à tenſione Funis, qui Rotam d, & reliqua, movet. Ut autem omnis impediatur actio Ponderis r in Machinam, quando illius motus terminatur, datur Funis tertius tt, cujus extremitas in loco quocunque elevato, & Machinæ reſpondenti, fixa eſt, dum extremitas altera Ponderi r quoque alligata eſt; Funis hic retinet Pondus, ubi ad determinatam pervenit profunditatem.

Hæc eſt generalis Machinæ expoſitio, in quâ nihil diximus de iis, quæ Laminis *ii*, *ii*, imponuntur; hæc in diverſis Experimentis diverſa ſunt, & clariùs horum, ubi de ipſis Experimentis agam, intelligi poterit explicatio.

Quando Corpus Plano impoſitum, cum iſto Plano, æquali in tempore, circa commune Centrum revolvitur, & Circulum deſcribit; ſi Vis Centripeta, quâ Corpus, omnibus momentis, Centrum versùs trahitur, aut pellitur, agere ceſſet, 579.

& Planum, eâdem Celeritate, Motum continuet; Corpus à Centro recedere incipit, reſpectu Plani, per Lineam quæ per Centrum tranſit.

* 561. Corpus quidem per tangentem conatur recedere *, ſed Punctum Plani, cui reſpondet, eâdem velocitate cum Corpore movetur, & Motus per tangentem Circuli quieſcentis, eſt, in primo momento, Motus per radium Circuli, eâdem velocitate cum Corpore, agitati.

EXPERIMENTUM I.

580. TAB. XX. * 567. Machina ſupra deſcripta * adhibenda eſt; ſed in eo ſtatu, in quo illam expoſuimus; id eſt concipimus eam, remotis omnibus; quæ in hac Tab. Laminis *ii*, *ii*, ſuperimpoſita exhibentur.

TAB. XXII. Fig. 1. Uni ex his Laminis, illi ex. gr. quæ cohæret cum Columnâ MN, cujus Caput h removeri poteſt, imponitur Orbis ligneus A, diametri circiter duorum pedum, & cujus craſſities dimidiatum pollicem ſuperat, firmatur autem Orbis duabus Cochleis, per foramina *m*, *m*, (TAB. XXIII. Fig. 2.) penetrantibus. Et, ut magis Tabula hæc A firma ſit, ab inferiori parte excavatur, ut ipſam Laminam recipiat, ut hoc in E exhibetur, ubi pars media Tabulæ in ſitu inverſo, & minus imminuta, repræſentatur.

Tabulæ huic imponitur Globus B, cum Fune cohærens, cujus altera extremitas Clavo C, in Centro, alligata eſt.

* 577. Manubrio nunc agitetur Machina *, in initio lentiùs movetur Globus, ſed continuò acceleratur, donec, eodem tempore cum ipſâ Tabulâ, revolutionem peragat, cujus reſpectu tunc quieſcit. In hoc ſitu, ſolo Fune, Centro Tabulæ alligato, retinetur Globus; nullam ergo impreſſionem

in

in ipſo Plano patitur, niſi quà Funis diſtenditur, id eſt, cujus directio per Centrum Orbis tranſit; idcircò, ſi ſibi relinquatur Corpus, non poteſt in hoc Plano, in primo momento, ſecundum aliam directionem moveri.

Corpus projectum, & Vi, Centrum versùs tendenti, agitatum, movetur in Plano, quod tranſit per Lineam, juxta quam Corpus projicitur, & per Centrum Virium. 581.

Quando Corpus circa Centrum movetur, ſi inter movendum magis ad hoc accedat, acceleratur illius Motus; retardatur contra, ſi à Centro recedat. 582.

In primo caſu Motus, ex Vi centrali oriundus, conſpirat, ſaltem pro parte, cum Motu Corpori jam impreſſo; in ſecundo, hi Motus contrarii ſunt.

Experimentum 2.

Tollatur Tabula lignea, in præcedenti Experimento memorata, & in eodem loco applicetur Regula ferrea AB, quæ firmatur Cochleis *c*, *c*, per foramina *m*, *m*, (Tab. XXIII. Fig. 2.) penetrantibus; ut de ipſa Tabula, in præcedenti Experimento, dictum. 583. Tab. XXII. Fig. 2. 3.

Regula hæc in medio latior eſt, & in extremitatibus ipſi impoſitæ ſunt Columnæ minores Cupreæ E, E.

Huic Regulæ ſuperimponitur Pyxis lignea FF, cum qua in extremitatibus cohærent Laminæ cupreæ L, L, per quarum foramina *e*, *e*, Columnarum E, E, extremitates, quæ in Cochleam ſulcatæ ſunt, penetrant, ut Pyxis firmetur. Hujus fundus ferè pollicis unius craſſitiem habet, & ab inferiori parte excavatur, & Regulam recipit, ut in G apparet. Cochleæ duæ D, D, per fundum Pyxidis tranſeuntes, in ipſam Regulam in *d*, *d*, penetrant: ut magis adhucdum firmetur Pyxis.

In hujus medio applicatum datur lignum tranſverſum

H,

H, in medio perforatum, ut recipiat Cylindrum ligneum; aut potiùs Conum truncatum I, qui ad fundum Pyxidis non pertingit, & ad minimum ad altitudinem unius Pollicis ſupra H prominet. Cylindrum hunc trajicit, & in hoc hæret Tubulus vitreus, cujus diameter eſt circiter quartæ partis unius pollicis. Hujus extremitatibus ad Lampadis flammam fuſis, aperturæ ita fuere coarctatæ, ut in medio utriuſque anguſtum tantùm ſuperſit foramen, quod ipſi Centro motûs Pyxidis reſpondet, quando Machina agitatur.

Globus Filo alligatus, Pyxidi imponitur; Filum tranſmittitur per Tubum memoratum, ita ut ex ſuperiori apertura exeat, & ad Manum pertingat, quæ extremitatem Fili retinet, dum, motu Machinæ, Pyxis circumvolvitur.

In hoc motu lateri Pyxidis Globus applicatur, & circumfertur ita, ut æquali celeritate cum Pyxide moveatur. Trahatur Filum, ut Globus magis ad Centrum accedat, ſtatim in latus oppoſitum Pyxidis incurrit, quia celeriùs ipſâ Pyxide movetur. Nunc ſi Manus admoveatur, Globus à Centro recedit, & ad latus primum Pyxidis redit; quia tardiùs hac ipſâ fertur.

584. Sepoſitâ, quam hoc Experimento demonſtrare ſuſcepimus Acceleratione, & Retardatione, impactiones indicatæ, in latera Pyxidis, quoque locum habebunt; quia, quando Globus Centro admovetur, minorem deſcribit Circulum, & ideò, ſi ſervet Velocitatem, cùm reſpondeat puncto Pyxidis, lentiùs moto, ipſâ Pyxide celeriùs rotatur. Sed in hoc caſu, cùm latitudo Pyxidis ſit quatuor Pollicum, ſi diſtantia Globi à Centro ſit unius Pedis, debebit ferè duobus Pollicibus Centrum versùs trahi;

trahi; ut poſt integram revolutionem in latus oppoſitum Pyxidis incurrat: In Experimento autem obſervamus, minori tempore impactionem dari, etiam in minori Globi acceſſu ad Centrum.

Accelerationem in acceſſu Corporis ad Centrum, & retardationem ex receſſu, in Scholio primo ſequenti determinamus.

Corpus, quod Vi, Centrum versùs tendenti, in Curvâ retinetur, deſcribit Areas, circa hoc Centrum, Temporibus proportionales. 585.

Detur Corpus, Curvam ABDE percurrens, in quâ Vi Centrali, ad C tendenti, retinetur; ſi Lineæ ducantur ad libitum ut AC, BC, DC, EC, Area trianguli mixti ACB ſe habebit ad Aream DCE, ut Tempus, in quo AB à Corpore percurritur, ad Tempus, in quo percurritur DE. TAB. XXII. Fig. 4.

Hujus Propoſitionis inverſam etiam demonſtramus, *Corpus, quod movetur in Lineâ aliquâ Curvâ in Plano, & deſcribit Areas, circa Punctum, Temporibus proportionales, à rectâ Lineâ detorqueri & urgeri Vi tendente ad idem Punctum.* 586.

De Viribus Centralibus inter ſe conferendis nunc agendum, quod ut fiat conſiderandum eſt, Vim Centripetam eſſe Preſſionem, quæ in Corpus agit. Cùm in ſingulis Punctis à Lineâ rectâ detorqueatur Corpus, in ſingulis momentis deflectio à Lineâ rectâ eſt effectus immediatus Preſſionis, ita ut, quæ de Actionibus Potentiarum, in Obſtacula ſibi permiſſa agentium, demonſtrata ſunt, hìc applicari poſſint *. 587. * 128.

Quò major eſt quantitas Materiæ in Corpore, eò difficiliùs, cæteris paribus, propter majorem Inertiam, *Centrum versùs trahitur, & majorem habet Vim centrifugam* *. 588. * 165.

589. Si Fluida, quorum volumina æqualia inæqualiter ponderant, in ſpatio determinato includantur, ita ut graviora à Centro non poſſint recedere, niſi leviora ad hoc accedant, & diſpoſita ſint, ut, pondere ſuo, graviora Centrum petant, in Motu circa Centrum leviora hoc verſùs feruntur, & graviora Centrum fugiunt.

Si Solidum cum Fluido ſpatio determinato includatur, ad Centrum accedit, ſi Fluido levius fuerit; ſi gravius, ab eo recedit. Quæ omnia oriuntur ex majori Vi Centrifugâ in graviori Corpore.

EXPERIMENTUM 3.

590. TAB. XXI. Fig. 4. Remotâ Regulâ ferreâ, quâ in præcedenti Experimento uſi fuimus, in hujus loco Machinæ applicanda, & firmanda, eſt Regula lignea A B, quâcum cohærent aliæ duæ Regulæ D E, D E, obliquè poſitæ, & quæ excavatæ ſunt, ut unicuique applicetur Tubus vitreus, F, G, longitudinis circiter unius Pedis, cujus Diameter pollicem circiter valeat. Varii tales Tubi deſiderantur; hos, hermeticè clauſos, in Fig. repræſentavimus, ſed alios quoque adhibemus, ab unâ parte obturamento vitreo clauſos, quod veſicâ aut corio tegitur, ut retineatur: quatuor tales ſufficiunt; primus, ut F, continet Mercurium cum Aquâ; ſecundus Oleum Tartari per deliquium & Aquam; tertius, ut G, Aquam cum fruſto Suberis; in quarto, tandem, datur Aqua cum Globo plumbeo. Duo primi applicantur Regulis obliquis, & Machina circumrotatur, Mercurius in primo, & Oleum Tartari in ſecundo, extremitatem Tubi, maximè elevatam, ſtatim occupant.

Si adhibeamus Tubum tertium & quartum; in tertio Suber inferiori ſuperficiei Aquæ, agitatione Machinæ elevatæ,

vatæ, ſeſe applicat, dum in quarto Globus plumbeus per aquam tranſit, & ipſi Vitro ſeſe jungit.

In omnibus, ſi non repleti fuerint, pars inferior Tubi, in Experimento, vacua eſt.

Quæ hùc uſque habuimus generalia ſunt, ſed diſtinctiùs Vires Centrales examinandæ ſunt, & accuratè menſurandæ, ipſas conferendo inter ſe.

Vires hæ, non modò reſpectu quantitatis Materiæ differunt, ſed etiam diſtantia à Centro mutationem affert, ut & Celeritas, quâ circumvolvitur Corpus; præter hæc nihil in iſtis Viribus detegitur, ex quo differentia inter illas ipſas dari poſſit, & in comparandis hiſce, illa ſola conſideranda ſunt. 591.

Definitio 4.

Tempus Periodicum, eſt Tempus in quo Corpus, circà Centrum revolutum, integram Revolutionem peragit; id eſt, ſi Curvam deſcribat, quæ in ſe redit, Tempus lapſum inter receſſum à Puncto & acceſſum ad idem Punctum: ſi Curva in ſe non redeat, pro Puncto Linea, per Centrum tranſiens, ſumenda eſt. 592.

Tempus Periodicum pendet à Corporis Celeritate, & ideò, in comparandis Viribus Centralibus, Tempus hocce loco celeritatis conſiderari poteſt. 593.

Addenda,

Machinæ in N. 567. *expoſita, ut Vires Centrales conferantur inter ſe.*

Illa, quæ Machinæ indicatæ addenda ſunt, Laminis *ii*, *ii*, (Tab. xx.) imponuntur, & hæc ſeparatim hìc exhibemus; conveniunt autem inter ſe, quæ ſingulis Laminis applicantur. 594. Tab. XXIII. Fig. 2. & Tab. XXI. Fig. 1.

Unam repræſentamus in II, huic ſuperimponuntur

Columnæ cupreæ minores F, G; quarum extremitates inferiores per foramina *m*, *m*, penetrant, dum ipſæ baſes Laminæ applicantur, cui Cochleis *f*, *f*, firmiter conjunguntur.

Columnæ hæ cohærent inter ſe Laminâ QR, quam ſuſtinent, & quam trajiciunt Cylindri, aut Cochleæ, cum Columnis, in ſuperiori parte, cohærentes.

Huic Laminæ alia minor L ab inferiori parte jungitur; mobilis hæc eſt, & ex ſitu removeri poteſt, ut diſtinctiùs apparet in Fig. 3. Lamina QR in medio perforata eſt, & huic foramini aliud reſpondet in Laminâ L; ſed quando Filum utrumque foramen trajicit, Lamina L, manente Filo, mobilis eſt, propter inciſionem lateralem *a* (Fig. 3.).

595. Dictæ Laminæ QR jungitur Regula ferrea ST; cujus pars S*b* latior eſt, eſtque latitudo trium partium quartarum Pollicis, dum reliquæ partis *b*T, latitudo vix unicam quartam partem Pollicis ſuperat; craſſities autem Regulæ ubique eſt eadem, & dimidiato Pollici æqualis eſt.

TAB. XXIII. Fig. 2. 4.

Regulam hanc, in *c* & *e*; trajiciunt Columnarum G & F (Fig. 2.) extremitates ſuperiores, ſupra QR prominentes, & Cochleis *d*, *d* firmatur Regula.

Inter foramina *c*, *e*, major apertura datur, quæ Orbiculum continet M, circa axem mobilem, & ita poſitum, ut Filum, quod tranſit per foramina Laminarum QR & L, Orbiculum ita tangat, ut flectatur *e* versùs, dum Orbiculo circumponitur.

596. Filum hoc cohæret cum Cylindro H, cui in inferiori parte jungitur Lamella, aut Cochleâ exterior, *h*, quam Cylindrus ita trajicit, ut hujus extremitas *i* infra ipſam laminam *h* penetret.

Cy-

Cylindrus Laminæ II imponitur, Laminæ *h* ille inſiſtit, dum prominens extremum *i* in foramen *o* penetrat.

Cylindri ſuperior pars *l* latior eſt, & hujus diſtantia à Laminâ L non decimam Pollicis partem ſuperat, ut parùm tantùm elevari poſſit Cylindrus, ne ab Orbiculo M ſeparetur Filum, quod à ſuperiori parte quoque retinetur, ut nunc dicam. Columnæ F extremitas P, quæ per foramen *e* tranſit, ſupra applicatam Lamellam *d*, ferè ad altitudinem ſemi-Pollicis eminet; pars hæc inciſione aperta eſt ita, ut Filum, quod ab M extenditur T versùs, per hanc inciſionem liberè tranſeat, &, ne exire poſſit, inciſionem, in ſuperiori parte, tranſverſim trajicit Cochlea *p*. Nodus N extenſum retinet Filum, nam ipſi inciſioni in P applicatur, quando Lamina *h* Laminæ II impoſita eſt, & ita cohibet, ne Filum ab Orbiculo M ſeparetur; non autem exiguum, quem indicavimus, adſcenſum Cylindri H impedit.

Hujus Cylindri H pondus, additâ Lamellâ *h*, eſt exactè duarum unciarum; pondus autem hoc augeri poteſt, 597.
& utcunque variari, ope Ponderum, plumbeorum, Cylindricorum, unius, duarum, quatuor, octo, ſedecim unciarum (Fig. 5.). Perforata hæc ſunt in axe, & Cylindrus H uniuſcujuſque cavitatem exactè replet, quando huic immittitur.

Ubi Pondus Cylindro addendum eſt, ex ſitu removetur Lamina L, tunc elevari, & ex loco tolli poteſt Cylindrus H, ut huic, ſublatâ Laminâ *h*, Pondus quodcunque, etiam plura ſi hoc requiratur, addantur; jungitur tunc iterum *h*, & Cylindrus in priſtino ſitu ponitur, inſtauraturque ſitus Laminæ L.

Digitized by Google

His ita diſpoſitis, ſi Filum, ſæpiùs memoratum, trahatur T versùs, Cylindrus H, cum Pondere cohærente, elevatur, ſed parùm tantùm elevari poteſt. In Experimentis autem exactiſſimè determinare debemus momentum ipſius adſcensûs, quod ſequenti Methodo præſtatur.

598. Regulæ S T, inter extremitatem S & foramen *c*, applicatur, & Cochleis firmatur, Lamina cuprea *q r*, cui duo inſiſtunt Suſtentacula cuprea, quorum primum ſuſtinet Campanam minorem O, illis ſimilem quæ adhibentur in Horologiis portatilibus; ſecundum *r g* ſuſtinet Malleum *v*, quo Campana percutitur; Mallei cauda circa Clavum, ex tenui Filo æneo, in *g* rotatur. Pondere ſuo cadit Malleus, & Campanulam ferit, ne autem huic applicatus maneat elaſterio chalibeo *s* cavetur.

Cum Suſtentaculo *r g* Brachium cohæret *z t*; ſuſtinet hoc Vectem minorem cupreum b d, qui circa *t* mobilis eſt, & qui in b retinet Caudam Mallei, qui tunc elevatus eſt, ſed relaxatur minimâ actione in d applicatâ. Cavendum autem ne preſſione, in *v* agente, & deorsùm tendente, Malleus liberari poſſit; tunc ſitum ſervabit, datâ Machinæ circumvolutione etiam velociori. Filum æneum, tenue, elaſticum, & flexum, *x y* cum ſuſtentaculo *r g* cohæret, & in *y* leviter premit Vectem b d, quando hic Malleum retinet.

Filum tenue cum Filo cylindri H jungitur in Nodo N; tranſit illud, per foramen in extremitate d Vectis, ut & per foramen in capite Clavi, circa quem Vectis movetur in *t*, deduciturque ad Cuneolum cupreum a, cui circumvolvitur ita, ut Fili longitudo mutari poſſit; hæc autem, tentando, ita determinanda eſt, ut paululùm elevari poſſit

ſit Cylindrus H, antequam Malleus relaxetur; qui tamen liberari debet, ſi paulò major ſit elevatio, & quidem antequam Superficies *l* Cylindri ad Laminam L pertingat. vide Tab. xx.

Filum Cylindri H conjungitur cum Cylindro majori V, quem Regula ferrea * trajicit, juxta quam mobilis eſt inter *b* & f; hac de cauſâ Regulæ ſuperficies ſuperior, & laterales, admodum regulares & levigatæ deſiderantur, præcipuè ſuperior benè expolienda eſt. 599. * 595.

Cylindrus hic V cupreus eſt & cavus, Baſes ipſi cochleis junguntur, ut hoc demonſtramus in Fig. 6, in quâ poſterior Baſis ſeparatim exhibetur, ſervatâ verâ magnitudine.

Apertura per quam Regula tranſit eſt f, hujus altitudo talis eſt, ut Regula liberè tranſeat, quod ad aperturæ latitudinem etiam applicari debet, ita tamen ut in medio vix Regulæ latitudinem ſuperet.

Rotula g chalibea, circa axem liberrimè volubilis, quæ, cum ſimili in Baſi oppoſitâ, attritum impedit in motu cylindri juxta Regulam, ſuperiori parti aperturæ f reſpondet. Rotula in medio tenuior eſt, ut minùs Regulam tangat, quando huic applicatur.

Supra Rotulam datur in Baſi foramen n, per quod Filum Cylindri H tranſmittitur, ut ſtatim dicam. Hæc omnia eodem modo ſe habent in utrâque Baſi, quæ in hoc ſolo differunt; poſteriori Lamella tenuis Cuprea i jungitur, ſed unico Clavo m ita, ut Filum, per n penetrans, facilè inſeri poſſit inter ſuperficiem Baſis & ipſam hanc Lamellam, retineturque filum arctiori Lamellæ applicatione, auxilio Cochleæ h, quæ, per Lamellam i tranſiens, in ipſam Baſin penetrat. 600.

Cy-

Fig. 4. Cylindrus V, quàm facillimè & liberrimè, juxta regulam movetur, quia Rotulis ſuſtinetur; Baſis autem, quam poſteriorem vocavimus, reſpicit extremitatem T, cui Caput e cochleâ inſtructum jungitur, ne fortè Cylindrus cadat, aut relaxato filo, cum quo cohæret, abjiciatur motu ipſius Machinæ.

Filum hoc, illud ipſum eſt, ut antea vidimus, cui cohæret Cylindrus H, tranſmittitur autem per ambo foramina, ut n (Fig. 6.), Baſium, & Lamellâ i retinetur, ut dictum antea; quo cohibemus ne ultra certam diſtantiam à Centro revolutionis recedat Corpus.

601. Diſtantia hæc determinatur diviſionibus in Lineâ *b* p̄, quæ unum ex angulis inferioribus Regulæ efficit, notatis; diviſiones autem, quando cum facie anteriori Cylindri reſpondent, diſtantias indicant Puncti medii, ideſt Centri Gravitatis, Cylindri à Centro revolutionis Regulæ. In noſtrâ Machinâ diſtantia inter duas diviſiones eſt Semipollicis, & diſtantia maxima eſt quatuordecim Pollicum.

602. Pondus Cylindri V eſt trium partium quartarum Libræ; Pondus hoc ipſi communicatur duobus fruſtis Plumbi, quæ in inferiori parte, paululùm ad latera, interiori ſuperficiei Cylindri junguntur.

Pondus ipſius Cylindri augetur Annulis ut *z*, hi exactè continent Cylindrum, & ubi talis Cylindro circumponitur, tollitur Cochlea q, & ita convertitur Annulus, ut foramen r conveniat cum foramine Cochleæ, quâ tunc ipſe firmatur Annulus.

Annuli tales tres dantur, tenuior ponderat quartam Libræ partem, Pondus ſecundi duplum eſt, tertii triplum. Ipſi Cylindro V inſcribitur hicce numerus 3; primo Annulo

nulo inſcribitur 4; ſecundo 5; tertio 6; hi numeri Pondus exprimunt Cylindri, ſive ſolus, ſive cum conjuncto Annulo, adhibeatur.

Ut æquilibrium detur inter partes Machinæ, quando hæc agitatur; conjungitur, cum Regulæ extremitate S, auxilio Cochleæ cum Regulâ cohærente, Cauda cuprea X, quæ ipſa Cochleam efficit; hujus tale eſt Pondus, ut additâ Cochleâ exteriori Y, Regula in æquilibrio ſit circa Centrum Motûs. Quando Cylindrus V Regulæ applicatur, Orbes plumbei, (ut z, z, z, Tab. xx.) cum X junguntur, ut inſtauretur æquilibrium circa idem Centrum; tales in noſtrâ Machinâ hi ſunt, ut octo requirantur, quando Cylindrus ad maximam à Centro diſtantiam ponitur, & ipſi graviſſimus Annulus circumponitur, ita ut ipſius Actio ſit omnium maxima *. 603.

* 189.

Monendum tamen, ex defectu hujus æquilibrii ſenſibilem in multis Experimentis effectum non ſequi; cum tamen, ſi omninò deficiat in violentiori Machinæ motu, inde ſequatur Columnarum IL, MN (Tab. xx.), motus tremulus, non omninò negligendum illud eſſe conſtat; ſed ſatis eſt, in ſingulis caſibus, imperfectiori quadam computatione numerum determinare Orbium plumbeorum, cum Regulâ ferreâ conjungendorum; hanc autem adhibeo. Multiplico pondus Cylindri per hujus dimidiatam diſtantiam à Centro, & primus character producti exprimit numerum quæſitum, qui unitate augetur ſi ſequens character ſuperet quinque. Ex. gr. ſit pondus Cylindri 5. diſtantia 14, cujus dimidium 7, productum erit 35; tres Orbes adhibendi ſunt. Si Pondus eſſet 4, diſtantia 18, Productum eſſet 36, & numerus Orbium eſſet quatuor. 604.

Quando Tempora Periodica ſunt æqualia, & Diſtantiæ

æquales à Centro, Vires Centrales ſunt ut quantitates Ma-
* 587.132. *teriæ in Corporibus quæ revolvuntur* *. Temporibus enim æqualibus, eodem modo, Viribus Centralibus moventur Corpora.

EXPERIMENTUM 4.

606. Laminis ambabus *ii*, *ii*, illa jungimus, quæ in N°.
TAB. XX. 594. & ſeq. expoſuimus. Unicuique Regulæ *st*, applicetur quoque Cylindrus ſuus *v*, tranſmiſſo Filo, quod cohæret cum Cylindro *h*: hoc ita præſtatur; Acus deſideratur, cujus longitudo Cylindri *v* longitudinem ſuperat, & per illius foramen Filum, tenue, duplicatum, tranſmittitur; Acus Cylindro inſeritur per foramen in Baſi anteriori ita, ut cuſpis per foramen Baſis poſterioris exeat, tunc Fili, quod per Cylindrum tranſmittere deſideramus, extremitatem inſerimus Annulo, quem ab una parte efficit Filum quod Acu inhæret, & trahendo Acus cuſpidem, Fila inſequuntur, removeturque Acus cum ſuo Filo.

* 602. Uni ex Cylindris Annulus * circumponitur, ex. gr. qui notatur 4; tunc Cylindrorum Pondera erunt ut 3. & 4.: in eâdem ratione deſiderantur Pondera cum his cohærentia; quare uni Cylindro *h* quatuor Unciæ adduntur, al-
* 597. teri ſex *.

Cylindri *v*, *v*, ad æquales Diſtantias à Centro diſponendi ſunt; ſit hæc Diſtantia, quæ ad libitum determinatur 24: Regulæ *rt* jungitur Obſtaculum ligneum A (TAB. XXII. Fig. 5.), huic ipſi inſerendo Regulam; diſponitur Obſtaculum ita, ut ſuperficies *b*, quæ in Figurâ ſuperior eſt, à Centro Motûs averſa ſit, & exactè
* 601. congruat cum ipſâ diviſione 24 *; firmatur Obſtaculum Cochleâ cupreâ *c*, Lamellâ cupreâ, elaſticâ, & paululum

lum incurvatâ, *d*, impediente ne Cochlea Regulam ferream lædat.

Superficies anterior Cylindri *v* applicatur ipſi Obſtaculo, tunc illius Centri Gravitatis diſtantia eſt 24 *: * 601. tenditur Filum, quod per Cylindrum penetrat, quantùm poteſt, ſi modò non elevetur Pondus *b*, & firmatur *, tolliturque Obſtaculum. Cùm Pondus *b* determinet * 600. tenſionem hanc, ideo in anteceſſum Pondus hoc applicandum eſſe diximus.

Nunc Corpora, ad æquales diſtantias, à Centris Motûs poſita, & quorum quantitates Materiæ ſunt ut 3. ad 4., quantumvis parum à Centro recedere non poſſunt, niſi Pondera eleventur, quæ ſunt in eâdem ratione trium ad quatuor.

Corpora etiam hæc æqualibus Temporibus Revolutiones peragent, ſi Caput T, quantùm poteſt elevetur, poſitis tribus Annulis ſupra ſolidum S *; tunc enim Or- *574. 570. bes, ſuperiores in *d*, & *e*, qui æquales ſunt, cum Trochleis i & m reſpondent.

Machinæ motus communicatur Pondere r *, Corpus * 578. tunc unumquodque *v*, & *v*, circa Centrum movetur, & Vi Centrifugâ Filum tendit, retineturque Pondere *b*; ſed, deſcenſu Ponderis r, Motus acceleratur ita, ut Cylindri *v*, & *v*, Pondera connexa elevent, & quidem exactiſſimè eodem momento, ut patet, elevatis Campanularum Malleis *; nam hi eodem momento relaxantur ita, ut uni- * 598. cus tantùm ictus percipiatur; quod benè determinatam eſſe Virium rationem demonſtrat.

Converſione Cochleæ l o cavendum, ne nimium ſubitanea ſit acceleratio; niſi enim tenſus ſit Funis, qui motum Axibus *a b*, *a b*, communicat, accelerationes horum

rum non convenient; ita tamen temperanda eſt tenſio Funis, ut Mallei relaxentur, id eſt, Pondera *h*, *h*, eleventur, antequam Pondus *r* ad maximam, ad quam pertingere poteſt, pervenerit profunditatem.

607. *Quando quantitates Materiæ in Corporibus circumrotatis ſunt æquales, & Tempora Periodica æqualia, Vires Centrales ſunt ut Diſtantiæ à Centro* *.

* 587. 133.

EXPERIMENTUM 5.

608. TAB. XX. * 606. Experimentum hoc à præcedenti * paucis tantùm differt circumſtantiis. Cylindri ambo *v*, *v*, aut ſine Annulis, aut cum Annulis æqualibus, adhibentur. Ponuntur hi ad diſtantias inæquales, ex. gr. unus diviſioni decimæ ſextæ, alter vigeſimæ quartæ, admovetur. Pondera nunc elevari debent, quæ ſint in eâdem ratione 16. ad 24; primo ergo Cylindro *b* duæ junguntur Unciæ, alteri quatuor *, & Pondera ſunt ut quatuor ad ſex, id eſt, ut 16. ad 24.; reliqua manent, & Experimentum eodem modo, ut præcedens, tentatur, & procedit. Habemus autem Corpora æqualia, æqualibus Temporibus revoluta, quorum Vires, quæ æquales ſunt Ponderibus elevatis, ſunt inter ſe ut diſtantiæ à Centro.

* 597.

609. *Quando Tempora Periodica ſunt æqualia, ſed Diſtantiæ à Centro, & quantitates Materiæ in Corporibus revolutis, differunt, Vires Centrales ſunt in ratione compoſitâ, quantitatum Materiæ, & Diſtantiarum*; quod ex duabus ultimis Propoſitionibus ſequitur. Ut hanc rationem compoſitam determinemus, quantitas Materiæ in unoquoque Corpore per ſuam Diſtantiam à Centro multiplicanda eſt, & producta quæſitam inter ſe rationem habent *.

* 23. El. VI.

EXPERIMENTUM 6.

610. TAB. XX. * 608. Manentibus quæ in Experimento quinto * explicata ſunt,

ſunt, illi Cylindro *v*, cujus diſtantia à Centro eſt 24. addatur Annulus quo ipſius pondus fiat quinque; Tempora Periodica æqualia manent, & Vires Centrales erunt, juxta hanc propoſitionem ut 3 × 16; ad 5 × 24, id eſt, ut 2. ad 5.; relictis ergo quatuor Unciis, quæ elevari debent à Cylindro *v*, cujus Pondus eſt tria; ſex Unciis, quæ cum alio Corpore cohærent, quatuor addantur, ut decem ſint Unciæ; & motu Machinæ eodem momento ambo Pondera elevata erunt, ut Campanæ iterum docebunt.

Differentiæ Virium Centralium, ex differentiis Diſtantiarum à Centro, & quantitatum Materiæ, oriundæ, ſeſe mutuò poſſunt compenſare; & *poſitis quantitatibus Materiæ, in Corporibus circumactis, in ratione inversâ diſtantiarum à Centro, Vires Centrales erunt æquales*; quantùm Vis una alterâ major eſt reſpectu quantitatis Materiæ, tantùm hæc illam ſuperat propter majorem Diſtantiam. 611.

Experimentum 7.

Manentibus Corporibus circumactis, quibus in ſexto Experimento * uſi ſumus, quæ ſunt ut tria ad quinque; ponatur hoc ad diſtantiam quindecim, illud ad diſtantiam viginti quinque: Tempora Periodica manent æqualia, & Pondera in *h*, & *h*, non eodem momento adſcendent, niſi æqualia ſint. 612. Tab. XX. * 610.

Caſus hujus Propoſitionis exſtat, *quando duo Corpora, Filo juncta, circa commune Centrum Gravitatis revolvuntur.* Diſtantiæ enim ab hoc Centro ſunt in ratione inversâ ponderum Corporum *; & ergo Vires Centrales æquales *. Vi, quâ Corpus unum à Centro conatur recedere, alterum ad Centrum trahitur; & propter Virium æqualitatem *ſeſe mutuò retinent, & Motum continuant*; ſi circa aliud 613. *202.192. * 611.

Punctum revolvantur, motum continuare nequeunt, & Corpus, cujus Vis Centrifuga præpollet, à Centro recedit, Corpuſque aliud ſecum fert.

EXPERIMENTUM 8.

614. TAB. XX. Tollenda omnia ſunt, quæ Laminis *ii*, *ii*, ſunt impoſita; quod, pro unâquaque Laminâ, ſimul & ſemel fit, relaxatis tantùm Cochleis *f*, *f*, (TAB. XXIII. Fig. 2.). Machina poſtea in eo ſtatu diſponenda eſt, quem indi-
* 583. cavimus in Experimento ſecundo *, ante impoſitam Pyxidem ligneam.

TAB. XXII. Fig. 1. 6. Machinæ applicatam tunc habemus Regulam ferream AB; huic ſuperimponitur, & Columnis E, E, ſuſtinetur Regula alia ferrea HI, quæ Cochleis firmatur, ut
* 583. de Pyxide ligneâ dictum *.

Regula hæc ubique eſt ejuſdem craſſitiei, & latitudinis, ſuperficieſque regulares, & politæ, ſunt. Trajicit hæc duos Cylindros cupreos F, G, qui, quamvis Rotulis non inſiſtant, ſatis facilè juxta Regulam moventur, præcipuè ſi hæc leviter oleo illinita ſit; quod ipſum motui obſtaret, ſi, ut in aliis Cylindris, quibus in præcedentibus Ex-
*606. 608. perimentis uſi ſumus *, Rotulæ darentur. Filum per am-
610. 612. * 606. bos Cylindros tranſmittitur *, & firmatur ita, ut Nodus N, qui in Filo datur, exactiſſimè communi Centro Gravitatis Corporum F, G, reſpondeat. Filum diſtenditur, & Nodus ponitur, ut Centro Motûs, in Regula HI no-
* 577. tato, reſpondeat: agitatur Manubrio Machina *, & Corpora locum ſervant, quem in Regulâ HI occupant.

Si Nodus N alii puncto reſpondeat, Corpora ambo, Motu ſæpè violentiori, juxta Regulam moventur.

615. Ne autem, in hoc ultimo caſu, Machina lædatur, utimur Obſtaculis ligneis ut L (Fig. 7.): unum colloca-

locamus inter H & F, alterum inter I & G. Obſtacula hæc ponenda ſunt antequam Regula H I ſuo loco firmetur. Ubi autem Regulæ A B impoſitum eſt Obſtaculum, in loco quocunque hoc figimus Cuneo M, per foramen O, infra Regulam A B tranſeunti. Obſtaculum in ſuperiori parte, ubi datur Corporis impactio in hoc ipſum, craſſiori corio tegitur; anteriores quoque ſuperficies, (quæ nempe ſeſe mutuò reſpiciunt) Cylindrorum F, & G, eodem modo corio teguntur.

Quando quantitates Materiæ in Corporibus circumrotatis, & diſtantiæ à Centro, ſunt æquales, Vires Centrales ſunt in ratione inversâ quadratorum Temporum Periodicorum, id eſt, directè ut quadrata revolutionum, eodem Tempore peractarum. 616.

Experimentum 9.

Machina in eo ſtatu inſtauranda eſt, in quo fuit in Experimentis * in quibus Vires Centrales fuêre collatæ inter ſe, ſed Tempora Periodica variari debent. 617. Tab. XX. *606. 608. 610. 612.

Quando Funis circumit Orbiculos in *d*, & *e*, ſuperiores, Tempora hæc ſunt æqualia, ut vidimus *. *570. 606.

Si depreſſo capite T *, ſequentes Orbiculi adhibeantur, ſunt Tempora revolutionum, ut quatuor ad quinque; ſi iterum ſequentes, erunt ut duo ad tria, tandem ſi inferiores ut unum ad duo *. *574. *570.

Ponimus caput T eſſe poſitum ut in Figurâ exhibetur, id eſt, Tempora periodica eſſe inter ſe, ut duo ad tria; ad partem *e* Tempus minus eſt.

Ad eandem hanc partem cum Cylindro *h* conjungimus ſeptem Uncias, ut Pondus ſit novem Unciarum; ad aliam partem duas tantùm debemus cum *h* conjungere Uncias, ut integrum Pondus ſit quatuor Unciarum.

Si

Si nunc Corpora æqualia, ad diſtantias æquales, ita revoluta fuerint, ut in quarto * & aliis quibuſdam Experimentis, unicus Campanarum audietur ictus; unde conſtabit Vires eſſe, ut novem ad quatuor, id eſt, inversè ut quadrata Temporum Periodicorum, quæ ſunt ut duo ad tria.

* 606.

618. *Quomodocunque inter ſe Vires Centrales differant*, ex jam dictis inter ſe poſſunt conferri; nam *ſunt in ratione compoſitâ, ex ratione quantitatum Materiæ in Corporibus revolutis, & ratione Diſtantiarum à Centro, ut & ratione inversâ quadratorum Temporum Periodicorum.* Multiplicando quantitatem Materiæ in unoquoque Corpore per Diſtantiam à Centro, & dividendo productum per quadratum Temporis Periodici, quotientes diviſionum erunt in dictâ ratione compoſitâ, id eſt, ut Vires Centrales.

Experimentum 10.

619. Sint Corpora revoluta ut tria ad quinque, applicata primum diviſioni decimæ octavæ, ſecundum vigeſimæ ſeptimæ; ſint præterea Tempora Periodica ut quatuor ad quinque*; Pondera quinque & octo Unciarum eodem momento elevata erunt.

* 617.

Multiplico 3, per 18, productum 54. divido per 16, & habeo $3\frac{3}{8}$: Multiplico etiam 5. per 27, & productum 135. divido per 25, quotiens eſt $5\frac{2}{5}$. Vires ergo ſunt ut $3\frac{3}{8}$. ad $5\frac{2}{5}$, id eſt, ut 5. ad 8, ut in Experimento.

620. *Quando quantitates Materiæ ſunt æquales, Diſtantiæ ipſæ per quadrata Temporum Periodicorum dividuntur: ut determinetur ratio, quæ inter Vires Centrales obtinet.*

In

In hoc caſu, *ſi quadrata Temporum Periodicorum fuerint inter ſe ut cubi Diſtantiarum*, quotientes diviſionum *erunt in ratione inverſâ quadratorum Diſtantiarum*; & in hac ratione etiam *Vires Centrales*. 621.

EXPERIMENTUM II.

Sint Corpora revoluta æqualia; Diſtantiæ à Centro 622.
$14\frac{1}{2}$. & 19; Tempora Periodica ut 2. ad 3. TAB. XX.

Cubi Diſtantiarum ſunt $3048\frac{5}{8}$. & 6859; quadrata Temporum Periodicorum ſunt 4. & 9, quæ ſunt ut $3048\frac{4}{9}$. ad 6859, proximè ut cubi Diſtantiarum; exiguam tantùm, & inſenſibilem, negligimus differentiam.

Quadrata Diſtantiarum ſunt $210\frac{1}{4}$. & 361. id eſt, proximè ut 7. ad 12; inversè ut 12. ad 7; Pondera quoque duodecim & ſeptem Unciarum, eodem momento, adſcendunt. Hic etiam negligimus exiguam fractionem.

Mathematicè Vires determinando *, ſunt ut 261. *618.
ad 152; Quadrata Diſtantiarum ſunt inversè ut 261. ad $152\frac{13}{1444}$. Exigua hæc differentia procedit ex exiguâ differentiâ, quam vidimus dari inter rationes cuborum Diſtantiarum, & quadratorum Temporum Periodicorum.

Si Corpora ſint inæqualia, ſed in hæc agant Vires Centrales, ejuſdem naturæ cum Gravitate, non intereſt quæcunque ſint Maſſæ Corporum, aut quomodocunque moveantur, deflectuntur Centrum versùs, in momentis æqualibus, per ſpatia, quæ ſunt ut ipſæ Vires *, *& Propoſitio ultima etiam in Corporibus inæqualibus obtinet.* 623. *153.155. 587.

Varias poteſt Corpus, Vi Centrali Curvas deſcribere. 624.

Ellipſin vocant Geometræ Lineam ovalem, cujus hæc 625.
eſt deſcriptio. Sit A *a* Recta; C Punctum hujus medium; TAB. XXIV. Fig. 1.
F, *f*, Puncta à C æqualiter diſtantia; F G *f* Filum, cu-

Z jus

jus extremitates in F & *f* fixæ ſunt, quod æquale eſt Lineæ A *a*. Tenſo Filo Clavo G, hujus Motu, in Plano, in quo datur A *a*, Ellipſis deſcribitur. Puncta F, *f*, vocantur Foci; C Centrum; A *a* Axis major; minor Axis per Centrum tranſit, cum majori angulos efficiens rectos, & ab utràque parte Curvâ terminatur, ut B *b*.

626. *Ponamus*, ut in ultimâ Propoſitione, *Vim, qua in Corpora mota agit ut in quieſcentia, qua ad Diſtantias æquales à Centro æqualis ſit, ad inæquales decreſcat in ratione inverſâ Quadratorum Diſtantiarum ab hoc Puncto, deſcribet Corpus Ellipſin, cujus Focorum alter cum Centro Virium coincidit*, ita, ut in unaquàque revolutione ſemel ad hoc accedat Corpus, & iterum ab hoc recedat. In receſſu
* 582. minuitur Corporis celeritas*, & quidem ita, ut Vis Centralis, quamvis ipſa minuatur, viam Corporis ſatis flectat, ut hoc ad Centrum magis accedat: acceſſu autem Corporis augetur velocitas, inflexio Viæ minuitur & à Centro iterum recedit.

Circulus ad hoc genus Curvarum pertinet; coinciden-
627. tibus Focis cum Centro. Et *poſito Corpore quod*, ut diximus, *Ellipſin deſcribit, aliud, eâdem Vi, circa idem Centrum, in Circulo* retinebitur, ſi hoc juſtâ Velocitate perpendiculariter ad Lineam, quæ per Centrum tranſit, projiciatur. *Si* Circuli *diameter æqualis ſit Axi majori Ellipſeos, eâ agitandum* Corpus *velocitate, quâ gaudet Corpus in Ellipſi, eo momento, quo per extremitatem, unam aut alteram, Axeos minoris tranſit; &, æqualibus Temporibus, Corpora hæc ambo Revolutiones peragent.*

628. Corpus poteſt tali celeritate projici, ut, in receſſu à Centro, Vis, quæ auctâ diſtantiâ minuitur, viam non ſatis flectere poſſit, ut Corpus redeat; percurrit in hoc

hoc caſu Corpus Curvam aliam ex Sectionibus Conicis, Parabolam, aut Hyperbolam.

Si Vis Centralis juxta aliam proportionem quamcunque in 629.
receſſu à Centro decreſcat, non poterit Corpus Lineam, in ſe redeuntem, & à Circulo parum aberrantem, deſcribere.

Sed *ſi Vis decreſcat juxta proportionem parum ab hac ab-* 630.
errantem, aut Curva à Circulo non multum differat, poterit Curva, à Corpore deſcripta, referri ad Ellipſin mobilem; cujus nempe Axis in Plano, in quo Corpus revolvitur, movetur motu angulari, manente Foco in Centro Virium.
Motus autem *Axeos in eandem partem dirigitur cum motu* 631.
Corporis, ſi Vis celeriùs decreſcat, auctâ Diſtantiâ, quam pro ratione inverſâ Quadrati Diſtantiæ: *Si* verò *Vis tardiùs,* 632.
id eſt minus, *decreſcat in receſſu à Centro, motus Ellipſeos in contrariam partem dirigitur.*

Corpus etiam Ellipſin deſcribit, ſi Vis Centralis, in receſſu 633.
à Centro, creſcat, & ſit ubique in ratione Diſtantiæ à Centro, quod in hoc caſu cum Centro Ellipſeos coincidit.

EXPERIMENTUM 12.

Longiori Filo ſuſpendatur Globus plumbeus; ſi à Pun- 634.
cto in quo quieſcit retrahatur, Gravitate ſuâ ſemper hoc verſùs fertur; & ab omni parte, ſi diſtantia fuerit æqualis, æquali cum Vi. In motu ſuo à Puncto memorato Globus Circulum deſcribit, partem quamcunque verſùs retrahatur: ſi portiones Circuli non fuerint admodùm magnæ, cum Cycloïde coïncidunt *, & Vis cum quâ * 416.
Globus, in quocumque Puncto verſetur, Punctum infimum verſùs tendit, eſt ut illius diſtantia ab hocce Puncto *; * 414.
Vis ergo illa creſcit in ratione Diſtantiæ.

Retrahatur Globus à Puncto infimo, & obliquè projiciatur, Figuram ovalem circa hocce Punctum deſcri-

 bet,

bet, quæ, quando Globus per ſpatium magnum non excurrit, ab Ellipſi ferè nihil differt, propter Virium proportionem, & quia in hoc caſu ad ſenſum in Plano movetur Globus.

Centrum Ellipſis eſt Punctum in quo Globus, quando non projicitur, quieſcit; in unaquâque Revolutione bis ad illud Globus accedit, & bis ab illo recedit. Si ſupra Menſam Globus ſuſpendatur ita, ut ferè Menſam, quando quieſcit, tangat, & Punctum, cui tunc reſpondet, in Menſâ notetur, Experimentum multò fit magis ſenſibile; inſequendo Globum hujus Via cum cretâ in Menſâ notari poteſt.

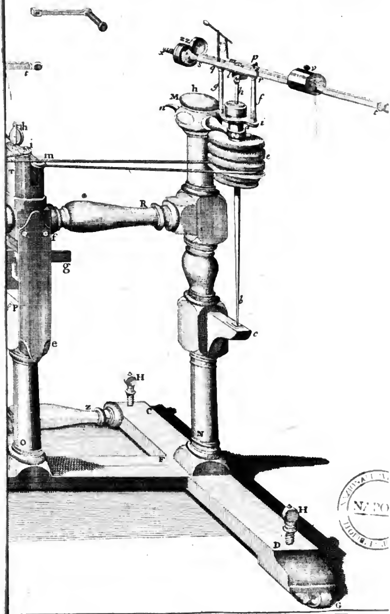
635. *Si Vis juxta aliam rationem creſcat, Curva in ſe non redit*; Sed poteſt ſæpè ad Ellipſin in Plano mobilem referri.

EXPERIMENTUM 13.

636. Iiſdem poſitis, quæ in Experimento præcedenti, projiciatur ita Globus, ut ad diſtantiam majorem excurrat; Curvam deſcribet quæ ad Ovalem mobilem referri poterit; bis in unaquâque Revolutione quidem accedet ad Centrum, & bis ab eo recedet: ſed ſitus Punctorum, in quibus minimè, aut maximè, diſtat, in ſingulis Revolutionibus mutabitur, & ſemper eandem partem verſùs hæc Puncta ferentur, horumque motus cum Globi motu conſpirabit.

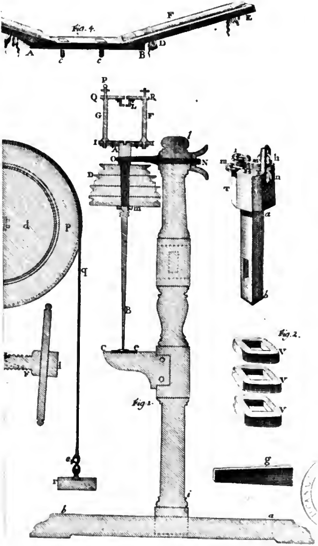
Ex hac ultimâ Propoſitione, ſi ad N°. 629. attendamus,
637. ſequitur, *nullâ Vi Centrali, ad æquales Diſtantias æqualiter agenti, Curvam poſſe deſcribi in ſe redeuntem, à Circulo parum aberrantem, & excentricam*, id eſt, cujus Centrum cum Centro Virium non coïncidit, *præter Ellipſin, in cujus Focorum altero Centrum Virium datur; Vimque Centralem, in hoc caſu, ſequi rationem inverſam Quadrati Diſtantiæ.*

Cir-



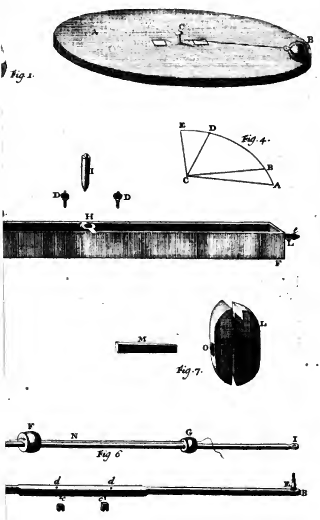
Digitized by Google

TAB·XXI·



Digitized by Google

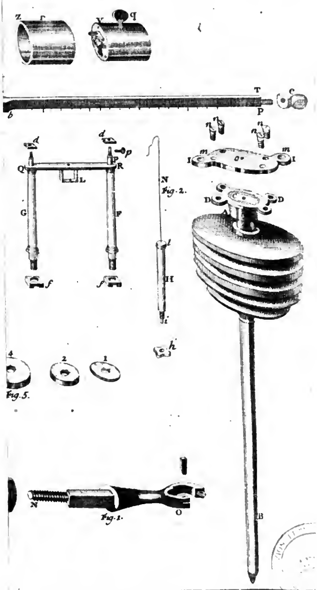
TAB · XXII ·



NAPOLI

Digitized by Google

TAB·XXIII·



Digitized by Google

Digitized by Google

Circulum autem, *cujus Centrum cum Centro Virium* 638.
coincidit, poſſe deſcribi Vi, juxta rationem quamcunque,
creſcente, aut decreſcente; ſi modo ad Diſtantias æquales
æqualiter agat, facilè patet.

SCHOLIUM I.

Generalia de Viribus Centralibus.

CONcipiamus dari Vim, quâ Corpus, ubicunque hoc detur, pellatur Cen- 639.
trum C versùs; non intereſt quomodocunque in Punctis diverſis varie- TAB.
tur Vis hæc: concipiamus Vim hanc ipſam non eſſe continuam, ſed illam XXIV.
Ictibus in Corpus agere, & momenta Temporis inter Ictus eſſe æqualia. Po- Fig. 2.
namus etiam Corpus, projectum per AB, hanc percurrere Lineam in mo-
mento tali; motum per BL, æqualem AB, in momento ſequenti continua-
ret, niſi in B, Ictu in Corpus, pelleretur hoc ad C; ponamus celeritatem,
ex hoc Ictu oriundam in Corpore jam agitato, talem eſſe, ut hac Corpus
poſſit, in intervallo Temporis inter duos Ictus, percurrere Lineam LD; ſi
LD ſit parallela BC, Corpus duobus motibus agitatum percurrit BD*, * 360.
daturque in D, in momento in quo Ictu ſequenti iterum ad Centrum pel-
litur. Si Ictus hic non daretur, in momento ſequenti percurreret DE, po-
ſitis DE & BD æqualibus; ſed eodem Tempore Centrum versùs fertur, id-
eſt per DC pellitur; ſi juxta hanc directionem percurrat Lineam æqualem
Lineæ EF, in Tempore in quo percurreret DE, motu compoſito Corpus
movetur per DF, poſitis EF & DC parallelis. Eodem modo demonſtra-
mus, in momento ſequenti Corpus percurrere FH, ſi GH ſit æqualis ſpa-
tio, in hoc momento, ex Ictu C versùs, percurrendo, poſitiſque FG &
DF æqualibus, ut & GH & FC parallelis.

Triangula ABC, BLC, habent Baſes æquales AB, BL in eâdem Lineâ,
& verticem communem C; ſunt ergo æqualia *. Triangula BLC, BDC * 38. El. I.
Baſin habent communem BC, & conſtituuntur inter parallelas BC, LD,
ſunt ergo æqualia *. Idcirco etiam æqualia ſunt Triangula ABC, BDC. * 37. El. I.
Eodem modo demonſtramus æqualia Triangula BDC, DFC, & in genere
æqualia eſſe inter ſe Triangula quæcunque, ut ABC, BDC, DFC, FHC,
quorum Baſes, momentis æqualibus, à Corpore projecto percurruntur. Hæ
in acceſſu ad Centrum majores fiunt, & Corpus velociùs movetur, ut in
N°. 582. diximus.

Etiam patet, *Corpus projectum & Vi, Centrum versùs tendenti, agitatum,* 640.
moveri in Plano, quod tranſit per Lineam juxta quam Corpus projicitur & per
Centrum Virium, ut monuimus in N°. 581.

Concipiamus nunc momenta inter duos Ictus minui, ut & ipſos Ictus, 641.
manentibus nihilominus illis æqualibus inter ſe, poſitis hiſce utcunque inæ-
qualibus, Demonſtratio eadem locum habebit. Si diminutio ſit in infini-

TAB. XXII. Fig. 4. tum, mutantur Ictus in Preſſionem continuam, & Corpus in ſingulis punctis à viâ rectâ deflectitur; ſubjicitur tamen legi in Demonſtratione præcedenti determinatæ. Si ergo Corpus moveatur in Curvâ ABDE, & Tempus concipiatur diviſum in momenta infinitè exigua, & æqualia inter ſe, Area Trianguli mixti ACB continebit tot Triangula exigua, æqualia inter ſe; quot dantur momenta in Tempore, in quo percurritur AB; & Area Trianguli mixti DCE eodem modo continebit tot Triangula, æqualia inter ſe; & prioribus, quot dantur momenta in Tempore in quo percurritur DE; ideoque Tempora, in quibus Corpus AB, & DE, percurrit, ſunt inter ſe ut numeri Triangulorum æqualium, Areis ACB, DCE, contentorum, id eſt, ſunt ut ipſæ Areæ. Unde generalem deducimus Propoſitionem in N°. 585. memoratam.

642. Cujus Propoſitionis inverſa, quæ continetur in N°. 586. etiam demonſtratur. TAB. XXIV. Fig. 2. Si Corpus, motum per AB, in momento ſequenti, & æquali, percurrat BD, quia motu primo, in momento hoc, per BL, æqualem AB, motum continuaſſet, neceſſariò juxta directionem LD à viâ ſuâ remotum fuit *; * 360. ſi autem Triangula ABC, BDC ſint æqualia, etiam æqualia erunt BDC, * 39. El. I. BLC; ideòque Linea LD parallela BC *; id eſt directio Vis, quæ Corpus à Lineâ rectâ detorquet, Centrum C versùs dirigitur.

Si nunc concipiamus Curvam quamcunque dividi, Lineis ad Centrum Virium ductis, in Triangula minima æqualia, horum Baſes, Temporibus æqua-
643. libus à Corpore, *quod in Curvâ Vi Centrali retinetur*, percurruntur *; ſunt
* 639. * 119. ideo *Corporis Velocitates, in variis Curvæ Punctis*, ut Baſes hæ *, quæ *ſunt*
* 15. El. VI. *inversè ut perpendiculares, à Centro Virium ductæ* in Baſes continuatas *, id
38. El. I. eſt, *in Tangentes ad Curvam in Punctis de quibus agitur*.

644. Maximè generalia ſunt huc uſque in Scholio hoc demonſtrata, quæ nunc addam tantùm obtinent, ſi Vis in hoc cum Gravitate congruat, ut agat in Corpora mota ut in quieſcentia; Corpora autem ponimus æqualia: ſi verò Vis & in hoc cum Gravitate congruat, ut eodem modo agat in ſingulas Materiæ particulas, non intererit utrum Corpora ſint æqualia nec ne.

645. *Lineæ infinitè exigua, Viribus æqualibus, accedendo ad Centrum percurſæ, ſunt ut quadrata Temporum, quibus percurruntur.* Vis enim pro uniformi in ſpatio infinitè exiguo haberi poteſt, & quæ de Corporibus cadentibus de-
* 374. monſtrata ſunt *, hic referri poſſunt.

646. *Si Vires differant, ſed Tempora fuerint æqualia, Spatia percurſa ſunt ut Vires* *.
* 587. 133. Ergo *Spatia infinitè exigua, Viribus Centralibus percurſa, ſunt ut Vires ipſæ,*
647. *& ut Quadrata Temporum*; in ratione nempe compoſitâ ex hiſce ambabus rationibus.

648. Ex hiſce deducimus, *Corpus, quod Vi Centrali in Curvâ retinetur, in ſingu-*
* 541. 542. 545. *lis momentis, infinitè exiguis, moveri juxta Leges explicatas * de Corporibus projectis.* Nam, licet Corpus tendat ad Centrum, ſi Spatium percurſum ſit infinitè exiguum reſpectu diſtantiæ à Centro, Lineæ ad Centrum ductæ pro parallelis haberi poſſunt.

TAB. XXIV. Fig. 3. Sit Curva AFGE in quâ Corpus movetur; C Centrum Virium; AD tangens ad Curvam in Puncto A; ponamus AD infinitè exiguam, Lineaſque BF & DG ad AC dari parallelas, erunt hæ ut Quadrata Linearum AB, AD *,
* 542. 545. quæ ſunt ut Tempora, quibus AF, AG, percurruntur.

SCHO-

SCHOLIUM II.

De Motu in Circulo.

Vis quacunque, quâ Corpus in Circulo retinetur, ſi ad Circuli Centrum dirigatur, agit ſemper perpendiculariter ad motûs directionem; tangens enim ad radium perpendicularis eſt *. Idcirco Actio hujus Vis nunquam cum motu Corporis conſpirat, aut contrariè agit, & ſemper *agit eodem modo ac in Corpus quieſcens ageret*; hac de cauſâ non intereſt, utrum talis Vis, quæ Corpus in Circulo retinet, ſit ejuſdem naturæ cum Gravitate, & in omni caſu, agat in Corpus motum ut in quieſcens, an non, eodem modo Corpus retinet. 649. * 18. El. III.

Moveatur Corpus in Circulo, cujus Diameter eſt GL; C Centrum Circuli & Virium. Detur Corpus æquale per AD projectum, Velocitate quâ Corpus in Circulo movetur. 650. TAB. XXIV.

Corpora hæc, æqualibus Temporibus, percurrunt Lineas æquales, infinitè exiguas, AB, GH; æqualibus etiam Temporibus percurrunt Lineolas BE, HI; primum pondere ſuo, ſecundum Vi Centrali; poſitâ BE verticali, & HI ad GC parallelâ; quæ Lineolæ ſunt inter ſe, ut Corporis Pondus ad Vim Centralem, quæ Corpus in Circulo retinet *. Fig. 4. * 587. 133.

Sit DF altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ projectio fit, Corpus ſpatium hoc cadendo percurrit, dum motu uniformi projectitio, Lineam duplam percurrit *; ſi ergo DF ſit verticalis & AD dupla ipſius DF, Corpus projectum per F tranſibit *: Idcirco AB^q, aut GH^q, ad AD^q, aut $4 \times DF^q$, ut BE ad DF *. * 376. * 541. * 120. 374.

In Circulo ductâ I*i* parallelâ GH, id eſt perpendiculari ad diametrum *, erunt G*i* aut HI, GI aut GH, & GL, in continuâ proportione *, quare $GH^q = HI \times GL$. * 18. El. III. * 31. El. III. 8. 4. El. VI.

Memorata proportio mutatur ergo in hanc

$HI \times GL,\ 4 \times DF^q :: BE,\ DF :: BE \times GL,\ DF \times GL.$ Alternando

$HI \times GL,\ BE \times GL :: 4 \times DF^q,\ DF \times GL.$ Unde deducimus

$HI,\ BE :: DF,\ \frac{1}{4} GL.$

Id eſt *Vis, quâ Corpus in Circulo retinetur, eſt ad Corporis Pondus, ut Altitudo, à quâ Corpus cadendo acquirit Velocitatem, cum quâ in circulo movetur, ad quartam partem diametri.* 651.

Si idem Corpus, in eodem Circulo, aliâ Velocitate *feratur*, conſequentia proportionis manent; mutantur ideò antecedentia in eâdem ratione, id eſt *Vis Centralis* variat, ut Altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ movetur, quæ altitudo *ſequitur proportionem Quadrati Velocitatis* *. 652. * 374.

Quamdiu autem de eodem Circulo agitur, Tempus Periodicum eò minus eſt, quò Velocitas eſt major, & vice verſâ, eſtque Tempus hoc inversè ut Velocitas, unde patet Demonſtratio N. 616. Vires, cæteris paribus, eſſe inversè ut Quadrata Temporum Periodicorum. 653. 654.

In N°. 607. diximus, Vires Centrales, poſitis Corporibus, ut & Temporibus Periodicis æqualibus, eſſe ut Diſtantias à Centro; quod ut demonſtremus poni- TAB. XXIV. Fig. 5.

ponimus duo Corpora æqualia, Circulos concentricos BIL, AFM, æqualibus Temporibus, deſcribere; momentis minimis æqualibus Arcus ſimiles BI, AF, percurrunt. Corpora autem, momentis iiſdem, per tangentes BH, AD Arcubus æquales, moverentur, ſi nulla daretur Vis Centralis. Corpora ergo, æqualibus momentis, Viribus Centralibus, transferuntur ab H ad I, & à D ad F, & quidem, propter Arcus infinitè exiguos, per Lineas rectas HI, DF, in quarum ratione ſunt Vires Centrales; has autem Lineas eſſe ut Diſtantias à Centro, BC, AC, facilè patet.

655. Supereſt circa Motum in Circulo ut demonſtremus Propoſitionem N. 621. Sint diſtantiæ à Centro D & *d*; Tempora Periodica T, *t*; Vires Centrales V, *v*: ponamus $T^q, t^q :: D^c, d^c$; ergo $\frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q} :: \frac{D}{D^c}, \frac{d}{d^c} :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$.

* 620. Sed $V, v :: \frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q}$*; ergo $V, v :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$. Q. D. E.

S C H O L I U M III.

De Motu in Ellipſi.

IN hoc, & ſequentibus Scholiis, ponimus agi de Vi, quæ in Corpora mota, ut in quieſcentia, agit.

656. Sit Ellipſis DAE; Centrum C; moveatur Corpus in Ellipſi, in quâ reti-
TAB. netur Vi, quæ ad hujus Centrum dirigitur; Vis hæc determinanda eſt.
XXIV. Detur Corpus in A, & ſit AI Tangens ad Ellipſin: AB diameter; ED
Fig. 6. diameter ipſi conjugata, tangenti parallela *; AL Arcus momento exiguo
* La Hire ſect. con. lib. 2. prop. 10. conſtanti deſcriptus; IL, parallela AC, Spatium, eodem momento, Vi Centrali percurſum, quod Spatium ipſius Vis Centralis rationem ſequitur *.
* 645. Ducantur LG parallela IA, & LH ad AC perpendicularis; ut & AF ad ED normalis; ducatur quoque CL.

Triangula Rectangula LHG, AFC, ſunt ſimilia propter Angulos
* 29. El. I. æquales LGH, ACF *. Ergo LH, LG :: AF, AC; & LH ⋈ AC = LG ⋈ AF.

Conſtans autem eſt quantitas LH ⋈ AC; eſt enim duplum Areæ Trian-
* 41. El. I. guli ALC *, quæ momento conſtanti, quo AL deſcribitur, proportio-
* 585. 641. nalis eſt *.

* La Hire ſect. con. lib. 5. prop. 21. In Ellipſi etiam eſt conſtans quantitas ED ⋈ AF *; Ergo ED ⋈ AF, eſt ad LH ⋈ AC, aut LG ⋈ AF, id eſt, ED ad LG, ſemper in eâdem ratione, ubicunque Punctum ut A in Ellipſi ſumatur; conſtans idcirco etiam eſt ratio inter ED^q & LG^q. In Ellipſi autem ED^q, $LG^q :: AB^q$, AG
* ibid. lib. 3. prop. 3. ⋈ GB *, aut LI ⋈ AB, propter æquales AG & LI, & differentiam infinitè exiguam inter GB & AB; conſtans idcirco etiam eſt ratio inter AB^q & LI ⋈ AB, id eſt, inter AB & LI: augetur ideò & minuitur LI, id eſt Vis Centralis, in eâdem ratione in quâ augetur & minuitur AB, aut ipſius dimidium AC, quod æquale eſt Diſtantiæ Corporis à Centro; ut notavimus in N°. 633.

657. Si verò, dum Corpus in Ellipſi movetur, Vis ad Focum dirigatur, hæc recedendo

Digitized by Google

dendo à Centro Virium decreſcit in ratione inverſâ quadrati diſtantiæ, ut habetur in N°. 626. cujus Propoſitionis hîc dabimus Demonſtrationem.

Sit DAB ſemi Ellipſis; BD Axis; C Centrum; F Focus, ad quem Vis dirigitur; AI Tangens ad Ellipſin in Puncto quocunque A; AL arcus infinitè exiguus. TAB. XXIV. Fig. 7.

Ductis AC, AF; ſint LG & CE parallelæ Tangenti AI; LI parallela AC; & *Li* æquidiſtans AF; erunt æquales LI & AG, ut & *Li* & *Ag**. AE autem erit æqualis CD ſemi-axi majori; ductis enim *Af* ad Focum alium & *f*M etiam ad AI parallelâ, erunt anguli AM*f*, A*f*M æquales *, & latera AM, A*f*, æqualia *, ſunt etiam æqualia EM, EF * propter æquales CF, C*f**: Ergo EM+MA id eſt EA valet FE+A*f*, & eſt EA dimidium ſummæ Linearum FA, A*f*, quæ ſimul ſumtæ æquales ſunt axi BD *. * 34. El. I. * La Hire ſect. con. lib. 8. prop. 8. * 5. El. I. * 2. El. VI. * 625. * 625.

Ducantur ulterius LH ad AC normalis, & L*b* cum AF angulos efficiens rectos; junganturque Puncta H, *b*.

Propter angulos rectos A*b*L, LHA, puncta H, *b*, ſunt in circumferentiâ Semi-circuli cujus diameter eſt AL*; idcircò anguli *b*LH, *b*AH, ſunt in eodem ſegmento, & ideò æquales *: ſunt etiam in eodem ſegmento, & æquales, anguli LH*b* & LA*b*; hic autem quia AL eſt infinitè exigua cum angulo IA*b* coincidit, & angulo AEC æqualis eſt *; quare ſimilia ſunt Triangula L*b*H, AEC; & L*b*, LH : : AC, AE aut CD. *31. El. III. *21. El. III. * 29. El. I.

Etiam, propter Triangula ſimilia A*g*G, AEC, AG eſt ad A*g*, aut LI ad L*i*, ut AC ad AE, aut CD.

Hiſce poſitis concipiamus duo Corpora Ellipſin hanc percurrentia, eodem tempore, quorum unum retineatur Vi, quæ ad Centrum Ellipſeos C dirigitur, alterum Vi ad Focorum alterum F tendente.

Dum Corpora ambo Arcum exiguum percurrunt AL, primum Vi Centrali movetur per IL, ſecundum Vi Centrali percurrit *i*L, tempora autem, quibus Corpora has lineolas percurrunt, ſunt inter ſe ut areæ LAC, LAF *, ponimus enim integram Ellipſin æqualibus temporibus à ſingulis Corporibus percurri; ideoque, in utroque caſu, idem Tempus Periodicum per integram Aream repræſentari. Areæ verò illæ ſunt inter ſe ut harum dupla AC × LH, AF × L*b*; hæc autem producta, quia LH, L*b* : : CD, AC, ſunt ut AC × CD ad AF × AC, id eſt, ut CD, ad AF. * 585. 641.

Spatia IL, *i*L, Viribus Centralibus percurſa, quæ ut vidimus ſunt ut AC ad CD, ſunt etiam in ratione compoſitâ Virium, & quadratorum Temporum *, aut linearum CD, AF. * 647.

Vis per AC huic Lineæ proportionalis eſt, ut demonſtravimus *, & hac ipſâ Lineâ deſignari poteſt; Vim per AF dicimus V: ergo AC, CD : : AC × CDq, V × AFq. Unde deducimus $V = \frac{CDc}{AFq}$; patet igitur propter conſtantem CDc, mutato Puncto A, Vim V mutari in ratione inverſâ quadrati Diſtantiæ AF. Q. D. E. * 656.

Circa Motum in Ellipſi ulterius in N°. 627. duo notavimus, quæ nunc demonſtrabimus.

Digitized by Google

658. Sit ſemi-Ellipſis BAD; Axis major BD; ſemi-Axis minor CA; F Focus, TAB. XXIV. Fig. 8. Centrum Virium. Centro F, & radio FA circulus deſcribatur AP; demonſtrandum Tempus Periodicum in Circulo æquale eſſe Tempori Periodico in Ellipſi; Radius enim FA æqualis eſt ſemi-Axi majori Ellipſeos, ut ex hujus deſcriptione ſequitur *. (* 615.)

Dentur duo Corpora in A, quorum unum in Circulo, alterum in Ellipſi moveatur, ſintque AL, AM Arcus minimi, eodem tempore, deſcripti; Spatia Vi Centrali percurſa erunt æqualia; quia ambo Corpora ad eandem diſtantiam AF à Centro dantur: Spatia autem hæc ſunt *i*L, NM, poſitis A*i* ad Ellipſin, & AN ad Circulum, tangentibus; ut & NM, & *i*L, ad AF parallelis. Sint etiam IL ad AC, OM ad NA, GL ad AI parallelæ, & ducantur LC, LF, MF.

(* 31. El. III. 8. 4. El. VI.) In circulo OM^q æquale eſt $2MN \times AF$ *; nam AF & OF pro æqualibus habentur, & AO, MN, ſunt æquales.

(* *La Hire ſect. con.* lib. 3. prop. 3.) In Ellipſi AC^q, BC^q aut $AF^q :: 2IL \times AC$, GL^q * $= \frac{2IL \times AF^q}{AC}$ ſunt enim æquales AG, IL, & AC, GC tantùm quantitate infinitè exiguâ differunt.

Triangula I*i*L, ACF, ſunt ſimilia, quia latera ſunt reſpectivè parallela; ideò FA, AC :: *i*L, aut MN, $IL = \frac{MN \times AC}{FA}$.

Subſtituendo pro IL valorem in hac æquatione $GL^q = \frac{2IL \times AF^q}{AC}$, habemus $GL^q = 2MN \times AF$; cui quantitati etiam æquale eſt OM^q: ſunt ergo æquales GL & OM, unde patet in Ellipſi Corpus in extremitate Axeos minoris eâdem Velocitate moveri, quâ aliud fertur in Circulo cujus diameter æqualis eſt Axi Ellipſeos majori, ſi eâdem Vi Centrali, quæ ad focum Ellipſeos dirigitur, ambo in Curvis retineantur, & hæc eſt prima pars N^i. 627.

659. Quia Curva in A parallela eſt ipſi Axi BD, ſunt æqualia Triangula CAL, FAL *; Triangula rectangula CAL, FAM, quorum baſes ſunt æquales, ſunt inter ſe ut altitudines AC, AF aut CD; In hac eâdem ratione ſunt inter ſe Areæ Ellipſeos, & Circuli. Idcircò alternando Area Trianguli CAL, aut FAL, ad Aream Ellipſeos, ut Area Trianguli FAM ad Aream Circuli: ergo Tempus in quo Corpus movetur per AL ad Tempus Periodicum in Ellipſi, ut Tempus in quo percurritur AM ad Tempus Periodicum in Circulo *; antecedentia ſunt æqualia, ideò & conſequentia. Quod ultimùm demonſtrandum erat. (* 37. El. I.) (* 585. 641.)

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLIUM IV.

De Motu in Orbitâ agitatâ.

DEtur Curva quæcunque à Corpore Vi Centrali deſcripta, AF; Cen- 660.
trum Virium C. Dividatur Curva hæc ductis Radiis ex Centro C, TAB.
CA, CB, CD &c. Angulos æquales infinitè exiguos inter ſe continen- XXIV.
tibus. Fig. 9.

Concipiamus ſingulos Angulos ſervatâ Radiorum longitudine æqualiter
augeri aut minui, novamque Curvam dari *af* per Radiorum extrema tranſ-
euntem.

Triangula ACB, *acb* propter Baſes æquales CA, *ca*, ſunt inter ſe ut
altitudines *, quæ ſunt ut Anguli ACB, *acb*; ſinguli autem Anguli in * 1. El. VI.
unâ Curvâ ſunt ad reſpondentes in aliâ, in eâdem ratione; in ſingulis
enim Curvis ſunt omnes æquales inter ſe; ideò Triangula quæcunque reſ-
pondentia ut ACB, *acb*; BCD, *bcd*; ſunt in eâdem ratione, & ſummæ
quæcunque Triangulorum reſpondentium etiam in eâdem ratione *; idcircò * 12. El. V.
Triangula hæc mixta ſunt proportionalia ACE, *ace*:: ECF, *ecf*; &
alternando ACE, ECF:: *ace*, *ecf*.

Ponamus nunc Corpus in Curvâ *af* moveri, dum Corpus quod Vi Cen-
trali ad C tendenti Curvam AF percurrit; concipiamus ulterius, dum Cor-
pus unum percurrit AB, alterum per *ab* transferri, dum primum ad D
pertingit, alterum dari in *d*, & ſic ulterius; eodem Tempore ergo per-
curruntur AE, *ae*, & Tempore etiam eodem percurruntur EF & *ef*;
idcircò Tempora quibus AE, EF percurruntur, ſunt ut illa quibus per *ae*,
ef, Corpus movetur. Tempora autem illa ſunt ut Areæ ACE, ECF *; * 585. 641.
quæ ſunt ut Areæ *ace*, *ecf*; in quâ ergo ratione ſunt Tempora quibus
per *ae*, & *ef*, Corpus transfertur; quæ cadem Demonſtratio cùm locum
habeat, ſumtis Arcubus quibuſcunque; ſequitur, Corpus, in Curvâ *af* tranſ-
latum, deſcribere Areas, lineis ad Centrum *c* ductis, Temporibus propor-
tionales, & retineri in Curvâ Vi Centrali ad *c* tendenti *. * 586. 641.

Concipiamus nunc Curvam AC circa Centrum C moveri ita, ut motus TAB.
angularis Curvæ ſequatur proportionem motûs angularis Corporis, in hac XXIV.
Curvâ agitati: dum Corpus in Curvâ ab A ad F movetur, ipſius motus Fig. 10.
angularis eſt ACF; ponamus Curvam interea transferri motu angulari,
Lineamque *a*C ad ſitum AC perveniſſe, Anguloſque ACF, AC*a* dum
augentur eandem ſemper inter ſe rationem habere; quare erunt etiam in
ratione conſtanti Anguli *a*CF, ACF*. * 12. El. V.

Si nunc hæc ratio illa ſit, quæ in Figurâ præcedenti (9.) datur inter
Angulos *acf*, ACF; & moveatur Corpus, retineaturque Vi Centrali in
Curvâ quieſcente AEF, aliudque Corpus eodem modo percurrat Curvam
ſimilem, & æqualem, ut dictum agitatam, hoc ultimum, ut facilè patet,
reverà movebitur in Curvâ *aef* quieſcente.

Hinc deducimus, *Corpus omne, quod Vi Centrali Curvam quamcunque de-* 661.
*ſcribit, eandem Curvam, circa Centrum Virium mobilem, Vi aliâ Centrali de-
ſcribere poſſe.*

Digitized by Google

De differentiâ inter Vires has Centrales nunc agendum.

662. Sint A, B, D, tria, parum admodum à ſe invicem diſtantia, Puncta Curvæ cujuſcunque, à Corpore, Vi Centrali ad C tendenti, percurſæ; detur G B H tangens ad Curvam in Puncto B; ſintque GD, HA, ad BC parallelæ: ponimus GB, BH æquales inter ſe, ideòque AB, BD æqualibus Temporibus percurri.

TAB. XXIV. Fig. 11.

Propter diſtantiam inter Puncta A, B, D, infinitè exiguam, Vis Centralis, in Motu per hæc Puncta, non mutatur; ideò Temporibus æqualibus, quibus AB, BD percurruntur, æqualiter Vi Centrali à rectâ deflectitur Corpus, id eſt, hujus via æqualiter incurvatur, ex quâ æquali deflectione ſequitur æquales eſſe inter ſe H A, G D.

Angulus quem Curva quæcunque cum tangenti efficit eſt infinitè exiguus; ideòque H A & D G ſunt infinitè exiguæ reſpectu HB, BG; quare cum hæ ſint æquales, & infinitè exiguæ, ſunt æquales Anguli B C A, B C D.

Sint ulterius Anguli A C *a*, D C *d*, æquales inter ſe; & Centro C deſcripti Arcus Circulorum A *a*, D *d*. Evidentiſſimè patet Puncta *a*, B, *d*, eſſe Puncta Curvæ in quâ Corpus movetur, ſi in Curvâ ABD mobili feratur, poſito Motu angulari Curvæ ad Motum angularem Corporis, ut Angulus *a* C A ad Angulum ACB *; & in hoc Motu Corpus ab *a* ad B fertur eodem Tempore, in quo in Curvâ quieſcente ab A ad B pergit. * 660.

Ponamus F B I, in Puncto B, tangere Curvam *a* B *d*, & ad B C parallelas dari I *a*, F *d*; quia æqualibus Temporibus percurruntur *a* B, B *d*, ſunt æquales IB, BF, quæ iiſdem Temporibus ſublatâ Vi Centrali poſſent percurri; ſuntque etiam æquales F *d*, I *a*; quod eâdem Demonſtratione evincitur quâ probavimus æquales H A, G D.

Jungantur F, G ut & H, I; & ducantur D E parallela F G, & A L parallela H I; producatur E D ad O ſecans B C in N.

Propter æquales B H, B G, & BI, BF, ut & æquales angulos H B I,
* 4. El. I. F B G, ſunt æquiangula & congrua Triangula F B G, B H I *, quare ſunt
* 27. El. I. æquales F G, H I quæ etiam parallelæ ſunt *: quare etiam æquales & pa-
* 30. 34. El. I. rallelæ A L, E D, ut & F E, G D, H A, I L *; Sunt quoque æquales L *a*, E *d*, cum ſint quantitatum reſpectivè æqualium differentiæ: A *a* & D *d*, Angulorum æqualium menſuræ, in Circulis, quorum radii infinitè parum diffe-
* 8. El. I. runt, ſunt etiam æquales; ideò æquiangula ſunt Triangula A L *a*, D E *d* *, & æquales Anguli A L *a*, D E *d*; hic autem æqualis eſt Angulo O N C, &
* 29. El. I. ille Angulo D N C *; propter crura parallela; quare ſunt æquales & recti Anguli O N C, D N C.

663. Eo Tempore quo, Vi Centrali, in Curvâ mobili percurritur F *d*, in Curvâ quieſcente, Vi Centrali, percurritur G D, quæ æqualis eſt F E; ideò Spatium differentiâ Virium, eodem Tempore percurſum, eſt E *d*. Punctum autem E in hac Figurâ determinatur ductâ per D perpendiculari ad B C.

664. Hiſce poſitis, ſit Centrum Virium C, & moveatur Corpus in Curvâ A E G, ita circa Centrum C agitatâ, ut motus angularis Curvæ ſe habeat ad motum angularem Corporis in Curvâ, circa idem Centrum C, ut Angulus *a* C A ad Angulum A C E. Sit E G continuatio Curvæ A E; Centro C radio C G

TAB. XXIV. Fig. 12.

deſcri-

deſcribatur Arcus FGg; ductiſque EC, GC, fiat Angulus GCF ad ECG, ut angulus aCA ad ACE. Dum Corpus percurrit EG in Curvâ AE, motu Curvæ, Punctum G ad F transfertur, & Corpus percurrit EF, tempore quo potuiſſet percurrere EG, in Curvâ quieſcente. Per G ad EC ducatur perpendicularis GH, quæ utrimque continuata ſecat EC in H, & CF, continuatam, in *f*; & erit *f*F ſpatium differentiâ Virium percurſum, poſitis Angulis ECG & GCE infinite exiguis *. * 663.

Si, ſumpto Puncto E alio quocunque, EG & EF ita determinentur, ut æquali tempore deſcribantur, ubicunque detur Punctum E; id eſt, ſi areæ EGC, EFC, determinatam habeant magnitudinem *, lineola *f*F differentiæ Virium proportionalis erit *. * 585. 641. * 646.

Area EGC dicatur N; & M area EFC; poſitis N & M quantitatibus determinatis. Habemus $EC \times GH = 2N$ & $EC \times fH = 2M$; unde deducimus $GH = \frac{2N}{EC}$ & $fH = \frac{2M}{EC}$; ut & $fH + GH$, id eſt $fg = \frac{2M+2N}{EC}$, & $fH - GH$, id eſt $fG, = \frac{2M-2N}{EC}$. Ex proprietate Circuli eſt $fG \times fg = fF \times fI$ ſumtis FC & CI æqualibus *. * 36. El. III.

Æquatio hæc, ſubſtituendo pro fG & fg valores, mutatur in hanc $\frac{4M^q - 4N^q}{EC^q} = fF \times fI$; ſed, propter *f*F infinitè exiguam, *f*I valet 2FC, & quia infinitè parum differunt CF, EC, una pro aliâ uſurpari poteſt: ergo iterum mutatur æquatio in hanc $\frac{4M^q - 4N^q}{CF^q} = 2fF \times CF$: idcircò $fF = \frac{2M^q - 2N^q}{CF^c}$. Numerator hujus fractionis eſt conſtans quantitas; ſequitur ergo *f*F, quæ exprimit differentiam Virium, rationem inverſam denominatoris, nempe, cubi Diſtantiæ à Centro.

Vis hæc eſt exceſſus quâ Vis Centralis in Curvâ mobili ſuperat Vim in Curvâ quieſcente, & motus Curvæ cum motu Corporis conſpirat.

Quando Punctum *f* cadit inter G & H, eadem Demonſtratio locum habet, ſed Vis Centralis in Curvâ quieſcente excedit aliam, & Curvæ Motus in contrariam partem dirigitur. Si autem Punctum *f* inter H & *g*, aut ultra *g* cadat, agitur de Motu Corporis in contrariam partem ex E ad A.

Ex hiſce omnibus deducimus. *Si Corpus, Vi Centrali quâcunque, Curvam deſcribat, hoc, ſuperadditâ, aut detractâ, Vi, quæ ſequatur rationem inverſam cubi Diſtantiæ, eandem Curvam, circa Centrum Virium mobilem, deſcribere.* 665.

Si Vis ſuperaddatur, Motus Curvæ cum Motu Corporis ad eandem partem tendunt. 666.

In contrarias partes diriguntur, ſi Vis detrahatur. 667.

SCHOLIUM V.

De Motu in Ellipſi agitatâ.

668. Corpus in Ellipſi retinetur Vi Centrali, ad Focum tendente, & juxta
* 626. 657. rationem inverſam quadrati Diſtantiæ decreſcente *; ſi ſuperaddatur Vis, quæ decreſcat in ratione inverſâ Cubi Diſtantiæ, eandem Corpus deſcribet Ellipſim, ſed ita tranſlatam, ut eandem partem versus motus hu-
* 665. 666. jus cum motu Corporis dirigatur *. Vis ultima magis decreſcit, auctâ Diſtantiâ, quàm prima; idcircò ſumma Virium, celerius decreſcit quàm juxta rationem inverſam quadrati Diſtantiæ, unde conſtat Propoſitio N. 631.

669. Simili Demonſtratione conſtat N. 632.; nam ſi ex Vi, quæ ſequitur rationem inverſam quadrati Diſtantiæ, tollatur Vis, quæ ſequatur rationem inverſam Cubi Diſtantiæ, id eſt, primâ celerius decreſcens, quæ ſupereſt lentius quàm juxta rationem inverſam quadrati Diſtantiæ, auctâ hac, minuitur.

670. In N. 630, 631, 632, egimus de Viribus, juxta rationem, à ratione duplicatâ inverſâ Diſtantiæ parum aberrantem, decreſcentibus, aut de Curvis Circulis finitimis; quia in hiſce caſibus in Propoſitionibus error ſenſibilis non datur, quamvis Vires ſequantur rationem aliùs poteſtatis Diſtantiæ; in quo caſu, Mathematicè loquendo, Curva non eſt Ellipſis, mota juxta Leges explicatas; ad quod requiritur Vis, quæ eſt ſumma, aut diffe-
* 626. 657. rentia, Virium, quarum una ſequitur rationem inverſam duplicatam *, alia
* 665. inverſam triplicatam, Diſtantiæ *.

671. Ut autem ex dato motu angulari Ellipſeos Vim addendam, aut detra-
TAB. hendam, & vice verſâ, ex datâ hac, motum Curvæ determinemus, ſit A
XXIV. extremitas Axeos majoris; F Focus, Centrum Virium; *a*A portio Circuli
Fig. 13. Centro F, radio FA, deſcripti; AL Ellipſeos portio.

Ponamus dum Corpus in Ellipſi fertur per AL, ipſam Curvam Motu angulari *a*FA transferri; Anguloſque *a*FL, AFL eſſe inter ſe ut M ad N. Ponimus etiam Angulos hos eſſe infinitè exiguos.

In *a* & A, ad Circulum *a*A, ducantur Tangentes *ai*, EAI, ſibi mutuò occurrentes in E, & quarum ultima etiam Ellipſin tangit in A; ducantur etiam AB, LI, ad *a*F parallelæ, ultima propter infinitè exiguos Arcus *a*A, AL, pro parallelâ haberi poteſt ipſi AF; tandem ſint AC ad *a*B, & LG ad AI, parallelæ.

* 36. El. III. Sunt æquales E*a*, EA *, ideòque *a*E & EB, quæ EA æqualis eſt. Propter Triangula ſimilia EBA, E*i*I, eſt EB aut $\frac{1}{2}$ *a*B, E*i* aut *ai* $- \frac{1}{2}$ *a*B :: BA, *i*I; *a*B autem ſe habet ad *ai*, ut Angulus *a*FA ad *a*FL, id eſt, ut M$-$N ad M: ergo BA, *i*I :: $\frac{1}{2}$M $- \frac{1}{2}$N, $\frac{1}{2}$M $+ \frac{1}{2}$N :: M$-$N, M$+$N.

* 31. El. III. Ex Circuli proprietate *a*C aut BA, *a*A aut *a*B, & Diameter, ſunt in
8. 4. El. VI.
* La Hire continuâ proportione *; ergo BA $= \frac{aBq}{2AF}$. Ellipſis, in extremitate Axeos
ſect. con. lib.
7. cor. prop. majoris, coincidit cum Circulo, cujus diameter eſt Axeos parameter *; ideò,
6.

ſi

ſi hæc dicatur 2R, erit $IL = \frac{AI^q}{2R} = \frac{Bi^q}{2R}$: ſed $\frac{aB^q}{2AF}$ ſe habet ad $\frac{Bi^q}{2R}$, ut $\frac{\overline{M-N}^q}{AF}$ ad $\frac{N^q}{R}$; idcircò $IL, AB :: \frac{N^q}{R}, \frac{\overline{M-N}^q}{AF}$.

Sed ut vidimus $AB, Ii :: M-N, M+N$; ergo ex compoſitione rationis $IL, Ii :: \frac{N^q \times \overline{M-N}}{R}, \frac{\overline{M-N}^q \times \overline{M+N}}{AF} = \frac{\overline{M^q-N^q} \times \overline{M-N}}{AF} :: \frac{N^q}{R}, \frac{M^q-N^q}{AF}$

Eodem Tempore percurruntur IL & iI; prima, Vi quâ Corpus retinetur in Ellipſi quieſcente; ſecunda, differentiâ Vis hujus cum Vi quâ Corpus in Ellipſi mobili retinetur: ergo Vis in Ellipſi ad differentiam hanc, ut $\frac{N^q}{R}$ ad $\frac{M^q-N^q}{AF}$ *. * 646.

Dicatur $\frac{N^q}{AF^q}$ Vis, quâ Corpus in Ellipſi retinetur in Puncto A, & fiat $\frac{N^q}{R}, \frac{M^q-N^q}{AF} :: \frac{N^q}{AF^q}$, ad differentiam Virium $\frac{RMM-RNN}{AF^c}$, in extremitate Axeos Majoris.

Si agatur de Diſtantiâ aliâ quâcunque, quæ dicatur D, Vis, quâ Corpus retinetur in Ellipſi, hac analogiâ detegitur *, $\frac{1}{AF^q}, \frac{1}{D^q} :: \frac{N^q}{AF^q}$ ad * 616. 657.
Vim quæſitam $\frac{NN}{DD}$.

Differentia Virium detegitur hac Regulâ *, $\frac{1}{AF^c}, \frac{1}{D^c} :: \frac{RMM-RNN}{AF^c}$ * 665.
ad differentiam quæſitam $\frac{RMM-RNN}{D^c}$.

Idcircò Vis integra quâ Corpus in Ellipſi mobili retinetur ſequitur pro- 672.
portionem $\frac{NN}{D^q} + \frac{RMM-RNN}{D^c}$, quando Corpus & Ellipſis ad eandem partem tendunt.

Si Motus hi fuerint contrarii, Vis proportionalis eſt $\frac{NN}{D^q} - \frac{RMM+RNN}{D^c}$. 673.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLIUM VI.

De Computatione Motuum Apſidum in Curvis parum cum Circulo differentibus.

674. Apſides dicuntur extremitates Axeos majoris Ellipſeos, in quâ movetur Corpus, quod Vi ad Focum tendente retinetur. Agitur hic de motûs Apſidum determinatione, id eſt de motu angulari Ellipſeos, poſitâ Vi, quâcumque diverſâ ab eâ, de quâ in præcedenti Scholio egimus; in quo caſu motus ad Ellipſin mobilem referri non poterit, niſi agatur de Curvâ
* 670. à Circulo parum differente *.

675. Lemma autem præmittendum eſt. Quadratum hujus quantitatis $a-b$ eſt $aa-2ab+bb$; ut Cubus formetur ſingulæ quantitates hujus quadrati per $a-b$ multiplicari debent, productum duarum primarum per has eſt $a^3-3aab+2abb$ & in reliquâ parte producti adſcendit b ad majorem quàm ad primam Poteſtatem.

Ut ex Cubo formetur quarta Poteſtas, ſingulæ Cubi quantitates per $a-b$ multiplicari debent; multiplicatis duabus primis, habemus $a^4-4a^3b+3aabb$, & in reliquis omnibus quantitatibus Poteſtatis elevatur b ultra primam Poteſtatem.

676. Sic continuando clarè patet: *Si agatur de Poteſtate quantitatis* $a-b$, *cujus index ſit* n, *primos terminos eſſe* $a^n-na^{n-1}b$, *& in reliquis omnibus elevari* b *ad Poteſtatem majorem.*

677. Poſitis nunc quæ in Scholio præcedenti ſunt demonſtrata; dicatur H diſtantia omnium maxima AF; & X differentiâ indeterminatâ inter H & D. Reducendo duas fractiones $\frac{NN}{D^q}+\frac{RMM-RNN}{D^c}$ ad unicam habemus $\frac{DNN+RMM-RNN}{D^c}$; ſubſtituendo in Numeratore pro D valorem H−X, Vis in Ellipſi mobili proportionalis eſt $\frac{RMM-RNN+HNN-NNX}{D^c}$.

Detur nunc Vis quæcumque, quam, ut ſolutio magis univerſalis ſit, concipimus formari ex duabus Viribus junctis (ſi plures eſſent, eodem modo procedendum foret), quæ habeant inter ſe rationem quamcumque, quæ datur inter a & b; & quæ ſeparatim ſequantur rationem cujuſcumque Poteſtatis diſtantiæ. Sit prima ut Poteſtas m−3. ſecunda ut Poteſtas n−3:

Vis ergo propoſita eſt ut $\frac{aD^m+bD^n}{D^c}=\frac{a\times\overline{H-X}^m+b\times\overline{H-X}^n}{D^c}$.

* 676. Pro $\overline{H-X}^m$ ponimus $H^m-mH^{m-1}X+$ &c. * in reliquis terminis ultra primam Poteſtatem adſcendit X; ideò hi omnes exigui ſunt reſpectu illorum qui hic ponuntur, quia X exigua eſt reſpectu H: ponimus enim Curvam cum Circulo parum differre.

Eodem

Eodem modo $\overline{H-X}^n = H^n - nH^{n-1}X$ & Vis integra eſt ut $\frac{aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X}{D^c}$.

Si nunc Motus Corporis, quod hac Vi in Curvâ retinetur, referri debeat ad Motum in Ellipſi mobili, Vis hæc analoga ponenda eſt cum Vi quâ Corpus in tali Ellipſi revera retinetur; Analogis enim Viribus, id eſt quæ conſtant ex partibus reſpondentibus & proportionalibus, Curvæ ſimiles deſcribuntur. Sunt ergò analogæ quantitates hæ $\frac{RMM-RNN+HNN-NNX}{D^c}$ & $\frac{aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X}{D^c}$ id eſt propter communem Denominatorem, ſunt analogi Numeratores. 678.

In Ellipſi à Circulo parum differenti, H cum ſemi-parametro R vix differt, ut ex generatione Ellipſeos * & parametri definitione ſequitur *; ergò $-RNN+HNN$ ſeſe mutuò deſtruunt & RMM fit HMM; Quantitateſque analogæ ſunt $HMM-NNX$ & $aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X$, id eſt partes conſtantes ſunt inter ſe ut indeterminatæ, quæ per X multiplicantur; ergò $HMM, NNX :: aH^m + bH^n, amH^{m-1}X + bnH^{n-1}X$. Cum autem Arithmeticè computationes ineundæ ſint, ponimus diſtantiam maximam per unitatem exprimi, id eſt $H=1$; etiam conſequentia dividimus per X, quo proportio non turbatur: & habemus $MM, NN :: a+b, am+bn$. 679.

* 625.

* *La Hire ſect. con.* def. poſt. pro. 3. lib. 3.

Ergo $N, M :: 1, \sqrt{\frac{a+b}{am+bn}}$. 680.

Hæc univerſalis eſt Regula, quæ facilè caſibus peculiaribus applicatur.

Sit Vis, quæ ſequatur rationem cujuſcumque Poteſtatis Diſtantiæ, & ſit Index 681.
$n-3$; Vis ergò eſt ut $\frac{D^n}{D^c}$, hanc expreſſionem ponimus æqualem generali expreſſioni $\frac{aD^m+bD^n}{D^c}$, & patet a, & m, non dari, ergò $=0$; b valet unum, & n numerum quemcumque exprimit: mutatur ergò proportio hæc $N, M :: 1, \sqrt{\frac{a+b}{am+bn}}$ *, in hanc $N, M :: 1, \sqrt{\frac{1}{n}}$, aut $M, N :: 1, \sqrt{n}$. * 680.

Id eſt, *Motus Angularis Corporis, in Ellipſi tranſlatâ, ſe habet ad ipſius Motum Angularem, in eâdem Ellipſi quieſcente, ut unitas ad radicem quadratam numeri, qui tribus excedit indicem Poteſtatis, cujus rationem Vis ſequitur.* 682.

Ex dato igitur Motu Angulari Curvæ, Poteſtas quam ſequitur Vis detegitur; & vice verſâ, ex datâ Poteſtate detegitur Motus Curvæ Angularis.

Exemplum unicum dabo, quod uſum ſuum habet in Aſtronomicis. Detur Corpus quod movetur in Ellipſi, quæ ſingulis revolutionibus tribus gradibus progrediatur, id eſt, Motus Corporis in Curvâ tranſlatâ eſt 363. grad. dum in Orbe quieſcente foret 360. grad.; M ergò ad N, ut 363. ad 360; aut ut 683.

121. ad 120; & MM ad NN, ut 14641. ad 14400: ergò $n = \frac{14400}{14641}$, & Poteſtas Diſtantiæ cujus proportionem ſequitur Vis eſt $\frac{14400}{14641} - 3 = -\frac{29521}{14641}$ quare vis eſt reciprocè ut $D^{\frac{29521}{14641}} = D^{2\frac{241}{14641}} = D^{2\frac{4}{243}}$ proximè.

684. Si progreſſus Apſidum, ſingulis revolutionibus, eſſet $3^{gr}. 2', 38''$. Vis eſſet reciprocè ut $D^{2\frac{7}{416}}$, proximè.

685. Et alium caſum quoque proponam, qui etiam uſum ſuum habebit in ſequentibus. Detur Vis, quâ Corpus in Ellipſi quieſcente retineatur, & quæ ad Focum tendat, id eſt, quæ ſequatur rationem inverſam quadrati Diſtan-
* 626. 657. tiæ *, & ſubducta ſit Vis, quæ ſequatur rationem directam diſtantiæ; ex datis Viribus quæritur Motus Apſidum, & vice verſâ.

* 677. Vis eſt ut $\frac{1}{DD} - bD = \frac{D - bD^4}{D^c} = \frac{aD^m + bD^n}{D^c}$ *; ergò $a = 1$; $b = -b$, $m = 1$;

* 680. $n = 4$. Et $N, M :: 1, \sqrt{\frac{1-b}{1-4b}}$ *; unde $b = \frac{MM - NN}{4MM - NN} = \frac{\overline{M+N} \times \overline{M-N}}{\overline{2M+N} \times \overline{2M-N}}$.

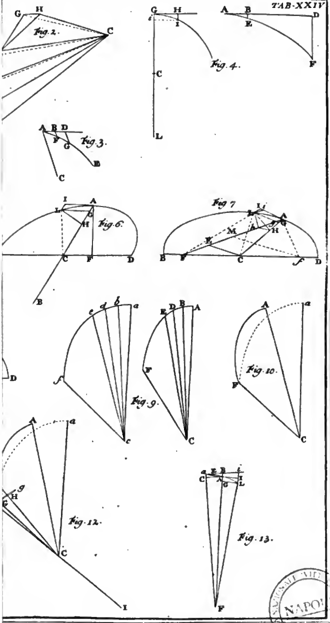
* 631. 668. Motus Apſidum ad eandem partem, cum Motu Corporis, dirigitur *; quia, auctâ diſtantiâ, creſcit Vis quæ tollitur, quo diminutio in receſſu à Centro, major eſt quàm pro ratione inverſâ quadrati Diſtantiæ.

686. In Exemplo præcedenti, in quo $M, N :: 121, 120$, $b = \frac{241 \times 1}{362 \times 122} = \frac{1}{183{,}24}$.

687. Si Progreſſus angularis Curvæ, ſingulis revolutionibus Corporis in Curvâ, eſſet $3^{gr}. 2'. 38''$. b æqualis eſſet $\frac{1}{180{,}66}$ id eſt, Vis ſubducta talem partem valeret alius Vis, quæ Corpus in Ellipſi quieſcente retineret.

FINIS LIBRI PRIMI.

TAB. XXIV.



NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

PHYSICES
ELEMENTA MATHEMATICA, EXPERIMENTIS CONFIRMATA.

LIBER II.

Pars I. de Viribus inſitis.

CAPUT I.

De Naturâ, Geneſi, & Deſtructione, Virium in genere, harumque differentiis cum Preſſionibus.

Corpus quieſcens Motui reſiſtit, non quamdiu quieſcit, ſed dum Motum acquirit *: Corpus, * 19.
quod movetur, Accelerationi & Retardationi reſiſtit; non quamdiu Velocitatem ſervat, ſed quandò hæc mutatur, ſive aucta, ſive
imminuta, fuerit *. * 364.
Univerſaliter ergo, *Corpus, quod Velocitatem acquirit,* 688.
aut amittit, reſiſtit; quæ Reſiſtentia, in ultimo caſu Actio vocatur.

Corpus enim quod Motum acquirit Inertiâ reſiſtere, ſi Motum amittat, Vi inſitâ agere, dicitur: ſed hæc re-

689. lativè tantùm differunt. *Acquirere Velocitatem, & Velocitatem amittere, ſæpe eandem mutationem in Motu exprimunt.*

690. Corpus quod habet decem gradus Velocitatis, & quatuor amittit, eandem Velocitatem acquirit in Nave, Velocitate decem, aut majori, motâ ad eandem partem ad quam tendit Corpus; & illud, quod in Nave habetur pro Actione, qua Motus communicatur, ſi ad Navem non attendamus vocatur Effectus, quo idem ille Motus conſumitur: id eſt Corporis, de quo agimus, Reſiſtentia, dum Motus mutatur *, habetur pro Effectu Inertiæ: * 689. ab eo, qui in Nave eſt, & ad hanc ipſam Motum refert, pro illo autem qui, non attendendo ad Navem, Motum conſiderat, Corpus Vi ſuâ inſitâ agit.

691. *Relativè* ergò *tantùm differunt Inertia & Vis; & eadem Reſiſtentia, ex mutato Motu oriunda*, ad Inertiam, aut* * 689. *Vim, refertur, pro ut mutatio hæc pro augmento, aut diminutione, Motus habetur.*

Poſita hac relativa diſtinctione inter Inertiam & Vim, videmus *Corpus quieſcens non habere Vim*; nam Motum
692. amittere non poteſt, neque Vi ſua agere; *Inertiâ* autem
693. *reſiſtere poteſt Corpus, ſive quieſcat, ſive moveatur.*

694. *Vis* ergò *illud eſt*, quo Corpus motum à quieſcente diſtinguitur, & *quo Corpus Facultatem acquirit agendi in*

695. *Obſtaculum* Sed verba hæc relationes exprimunt, *moveri & quieſcere, agere & reſiſtere, relativè tantùm differunt.*

Ex quibus ſequitur, illa, quæ ad hanc materiam pertinent, duobus modis conſiderari poſſe, ad Virium Geneſin, aut ad ipſarum Deſtructionem attendendo.

696. *Preſſione Vim generari*, ex ante dictis facilè deducimus;
697. vidimus enim, hâc Corpus ex loco moveri, *ſi non contraria Actione retineatur* *. Quacunque Celeritate *Corpus* * 363.
cedit,

cedit, hanc in perpetuum ſervabit, quamdiu causâ extraneâ non deſtruitur *. Si continuetur Preſſio in Corpus, *augetur Celeritas* jam acquiſita, illudque *quamdiu Corpus premitur*. * 355.

Nulla unquam datur Preſſio ſine Reactione ipſi Preſſioni æquali *; ubi non contrariâ Preſſione deſtruitur, ſed Obſtaculum movet, Preſſio, Vimque generat, Obſtaculi Inertiæ, ut vidimus, Reſiſtentia, aut Reactio, tribuenda eſt *. * 361. * 364.

698. *Pro parte ſæpe contrariâ Preſſione deſtruitur Preſſio, quod ſupereſt in hoc caſu movet Obſtaculum, & vim generat*; ſic Navis quæ fune trahitur, ab aquâ patitur Reſiſtentiam: quamdiu hæc minor eſt Preſſione illâ, quâ funis trahitur, augetur Navis Celeritas, & Reactio, quæ Actioni æqualis eſt, cum utramque partem versùs funis æqualiter diſtendatur, pro parte Inertiæ Navis tribuenda eſt. Ubi, auctâ Celeritate, eò uſque Reſiſtentia aquæ crevit, ut ſola Actionem deſtruat, quâ Navis protrahitur, Motu æquabili, Vi inſitâ, progreditur hæc; duabus Preſſionibus, in hanc agentibus, ſeſe mutuò deſtruentibus; ut de Curru antea obſervavimus *. * 364.

699. *In omni caſu in quo Preſſione Obſtaculum movetur, aut hujus Motus augetur*, non contrariâ Preſſione in totum deſtruitur Preſſio, quare *Vis generatur*.

Preſſio, in inſtanti infinitè exiguo, Velocitatem, ideòque Vim, infinitè exiguam Corpori tantùm communicare poteſt; *Vis* ergò eſt Effectus Preſſionis, quæ per tempus finitum in Corpus egit, & *valet Actionem Preſſionis, quæ ipſam communicavit*; Effectus enim integræ Cauſæ reſpondet: idcircò Vis æqualis eſt Actioni integræ, quam exerit Preſſio, dum per tempus finitum agit. Preſ- 700.

ſio verò ipſa ſingulis momentis, infinitè exiguis, deſtruitur; & quando de ejus magnitudine agitur, Actio, quam in tali inſtanti præſtat, conſiderari tantùm debet; hæc enim diſtincta eſt ab Actione Preſſionis, quæ momento præcedenti egit, aut in ſequenti aget. Unde ſequitur

701. *Vim Preſſionem ſuperare, quantùm tempus finitum momentum infinitè exiguum excedit.*

702. Ergò *Preſſio omnis reſpectu Vis inſita eſt infinitè exigua.*

703. Idcircò *Vis minima maximam poteſt ſuperare Preſſionem.*

704. Qui conati ſunt Experimentis Preſſionem cum Vi inſitâ conferre, effectum Preſſionis conſiderarunt, in quo Corpus fuit confractum, aut Partes intropreſſæ, quod
* 699. ſine Motu locali, ideòque Geneſi Vis inſitæ *; fieri non potuit; cujus Vis inſitæ Effectus, cum Effectu alius Vis fuit collatus.

Cum quotidianis quoque Obſervationibus congruit, Ictum minimum majorem eſſe Preſſione quacunque. Detur enim Preſſio, quantumvis magna, ſi ipſi opponatur Obſtaculum, quod, per tempus minimum, ab ipsâ ſuperari non poteſt, in perpetuum non poterit. Ictus tamen quantumvis exiguus, ſæpius repetitus, obſtaculum omne deſtruere poteſt.

In his omnibus non agitur de Preſſione infinitè magnâ, quæ tempore finito Vim generat infinitè magnam.

Quando Preſſio Vim generat non in Acceleratione æquales gradus Velocitatis æquali Actione communi-
705. cantur, *ut* enim *æquales gradus Velocitatis Corporibus æqualibus*, quorum unum quieſcit, alterum movetur, *æqualibus Actionibus, communicentur; requiritur ut illud, quod in Corpora agit, reſpectu utriuſque eandem habeat relationem*; id eſt, deſideratur ut Cauſa movens, eâdem Velocita-

te cum Corpore moto feratur, in quod tunc poterit agere ut in Corpus quieſcens: *Actio* autem, *quâ Cauſa* 706. *movens transfertur, ſuperaddenda eſt Actioni hujus ipſius, ut habeamus Actionem integram quâ Corpus movetur.* Utraque enim Actio ad Corpus movendum impenditur. 707. Hinc deducimus *difficiliùs Corpus accelerari quàm moveri, & eò majori difficultate, quò majorem jam habet Velocitatem.*

Ut Preſſio auget Velocitatem, ideòque *Vim*, ſic etiam 708. hanc *Preſſione minui poſſe*, ſatis manifeſtum eſt; Vimque deſtruere Actionem contrariam, dum conſumitur: quæ Reſiſtentiæ deſtructio vocatur Effectus ipſius Vis, ut jam diximus *. *690.

Corpus autem ipſum dum agit, nullam patitur Actionem, exceptâ Reactione ex Obſtaculi Reſiſtentiâ, quæ Reactio, cùm Actioni æqualis ſit *, ſequitur *Corpus pati* 709. *quantùm agit; & Actionis Effectum in Obſtaculum ſequi* *361. *rationem ipſius Vis amiſſæ*, diminutio enim ipſius Vis eſt Effectus Reactionis; unde deducimus, Vires integras proportionales eſſe Effectibus quibus conſumuntur, quod etiam alia conſideratione evidens eſt.

Nunquam Corpus, in inſtanti indiviſibili, Motum ac- 710. quirit, aut amittit; ſit hoc ſemper ſucceſſivè: & ut Actio integra, quâ Motus communicatur, valet ſummam omnium Actionum minimarum, quibus ſucceſſivè agentibus Motus fuit communicatus *; ſic Actio integra ipſius *697.700. Corporis valet ſummam Actionum minimarum, ſucceſſivarum, quibus Motum conſumſit Corpus.

Quò major eſt Reſiſtentia, quam certo momento pa- 711. titur Corpus, eò ipſius Actio in hoc ipſo inſtanti major eſt. Ideo, ſi continuetur Reſiſtentia, quò major hæc erit, eò citiùs integram Corpus amittet Vim; Effectus tamen diver-

diverſus non erit; nam Vis quæ Reſiſtentiâ deſtruitur, proportionem ſequitur ipſius Reſiſtentiæ, & Temporis per quod egit; id eſt Vis amiſſa ſequitur rationem compoſitam Reſiſtentiæ & Temporis; quam eandem rationem ſequitur Actio Corporis, & Effectus quem edit.

712. Ita ut iterum pateat *Vim amiſſam Effectui, quem edit dum deſtruitur, proportionalem eſſe, ſive breviori ſive longiori Tempore deſtruatur.* Quod cum Experimentis convenire poſtea videbimus. Demonſtravimus ſuperiùs æqualem eſſe Actioni quâ communicatur *; ex his autem patet etiam æqualem eſſe Vim Actioni quâ conſumitur; Unde

* 700.

713. deducimus, *eâdem Actione gradum quemcunque Velocitatis tolli, quâ communicari poteſt.* Æquali Actione quâ Corpori, quod novem habet gradus Velocitatis, decimus ſuperadditur, ſi decem haberet, ad novem reduceretur.

714. Ex quibus ſequitur *Corpus difficiliùs accelerari quàm retardari.* Si Corpus decem habeat gradus Velocitatis, faciliùs tollitur decimus quàm communicatur undecimus*.

* 707. 713.

Ex his generalioribus de Viribus inſitis harum Menſura deducenda erit; non autem quæ de Menſurâ Preſſionum demonſtrata ſunt ad Vires immediatè referre debemus; toto Cœlo enim differunt hæc duo Preſſio & Vis.

715. 1°. *Preſſio in loco agere poteſt; Actio* autem *Vis inſita eſt de loco in locum*: niſi enim Corpus ſit in Motu, Vi inſitâ agere non poteſt; etiam ut Inertiâ reſiſtat, ex loco moveri debet.

716. 2°. *Intenſitas Preſſionis* in punctum, cui immediatè applicatur, determinata eſt in ſingulis momentis, *pendet* hæc *ab ipsâ Preſſione. Intenſitas Actionis Vis* cujuſcunque *inſita*, non ab hujus magnitudine; ſed *ab Obſta-*

culo

culo pendet, quod in infinitum, manente Vi, variari poteſt *. *711.

3°. *Actio Preſſionis* eſt indeterminata, *mutatur pro circumſtantiis *, & , cæteris paribus, ſequitur rationem Temporis per quod egit. Vis autem Corpori inſita, datis ipſius Maſſâ & Velocitate, determinata eſt, & determinatum tantùm edere poteſt Effectum*, qui breviori, aut longiori, præſtatur tempore, pro majori, aut minori, quam patitur Reſiſtentiâ *. 717. * 141. *711.

4°. *Preſſio* nulla datur ſine Reſiſtentiâ *; *ſi non agat, non eſt Preſſio. Inſita* autem *Vis Corpori inhæret*, & *quamdiu* Corpus, eâdem Velocitate, ſervatâ ſuâ Directione, in Motu perſeverat, *non agit* Vi ſuâ, hancque integram ſervat. 718. * 361.

5°. *Preſſio & Vis ſunt inter ſe incommenſurabiles*; hæc infinitè magna eſt reſpectu illius *. 719. * 702.

6°. Tandem *Preſſio oppoſitam Preſſionem immediatè deſtruit*; demonſtrabimus verò in ſequentibus, *Vim nunquam contrariam Vim immediatè deſtruere poſſe.* 720.

CAPUT II.

De Menſurâ Virium ex harum Geneſi.

PReſſione Vim generari vidimus, hancque eſſe æqualem integræ Actioni, quâ communicata fuit *; quare de integrâ hac Actione determinandâ nunc nobis agendum eſt. 721. * 700.

Actionem Preſſionis, cæteris paribus, ſequi rationem Intenſitatis ſuæ manifeſtum eſt *. 722. * 140.

723. *Actionem, datâ Preſſionis Intenſitate, ſequi rationem* Spatii percurſi, certo Tempore, à Puncto cui applicatur,
* 141. 361. quoque vidimus *. Hoc fundamento nituntur omnia quæ de Æquilibrio demonſtrata ſunt; unius Unciæ Pondus ſuſtinet integræ Libræ conatum; quando, datâ Punctorum quibus applicantur agitatione, illius Spatium percurſum decies & ſexies ſuperat Spatium quod integra Libra eodem Tempore percurrit. Spatium autem, certo Tempore percurſum, ſequitur rationem *Velocitatis puncti*
* 119. *tranſlati* *.

724. Tandem Actionem Preſſionis, quæ per Tempus agit, hujus Temporis rationem ſequi quoque clarum eſt.

725. Ergò *Actio integra Preſſionis eſt, ut hujus Intenſitas* *;
* 722. * 723. *ut Velocitas Puncti cui applicatur*, *, *& ut Tempus per*
* 724. *quod egit* *, id eſt, ſequitur rationem compoſitam ex hiſce tribus rationibus; eſtque ut productum quod habetur multiplicatis hiſce tribus; & nihil præterea, in hac determinatione conſiderandum eſſe ſatis clarè patet.

Si, durante Actione, Potentiæ Intenſitas, aut Puncti
726. Velocitas, varientur, *pro ſingulis momentis Actio determinanda eſt, & ſumma omnium Actionum minimarum valebit Actionem integram*; cui Vis communicata æqua-
* 700. lis erit *; ſi nullum alium, præter generationem ipſius Vis, præſtiterit Effectum.

Spatium percurſum ſequitur rationem Temporis &
* 121. Velocitatis *; Unde deducimus conſiderationem Temporis & Velocitatis, in indicatâ computatione, negligi
727. poſſe, ſi modò attendamus ad *Spatium percurſum à Puncto quod premit*; & Spatium hoc *ductum, in Intenſitatem Preſſionis, exprimet Vim communicatam.*

728. Si *Punctum, dum percurrit Spatium determinatum* A B, certâ

certâ Vi premat, id eſt *ſi Intenſitas Preſſionis determinata ſit, eandem præſtabit Actionem, ſive celerius, ſive lentius, moveatur;* Tempus enim minuitur, quantum Velocitas augetur, & vice verſâ; id eſt quantum Actio unius reſpectu minuitur, in tantum alius reſpectu augetur *; ideo *in hoc caſu ad Tempus non attendimus.* TAB. XXV. Fig. 1. *723. 724.

Si Preſſionis Intenſitas varietur; ſed in ſingulis punctis lineæ determinata ſit; in ſingulis Spatiolis Actio quoque determinata erit; & ſumma Actionum minimarum quoque eadem erit, quocunque tempore linea à Puncto premente fuerit percurſa. 729.

Caſus hic extat, quando Lamina elaſtica, flexa, (quam in ſequentibus *Elaſterium* vocabimus) relaxatur. Tunc Punctum premens Spatium percurrit ut AB; & in variis relaxationibus, poſitâ ſingulis Vicibus eâdem Elaſterii inflexione, eadem eſt Actio; quia ſingulis vicibus idem Spatium percurritur, & in puncto quocunque determinato, ut *c*, Viæ percurſæ, eadem eſt Preſſionis Intenſitas in ſingulis relaxationibus. 730.

Ergò *idem Elaſterium, eodem modo flexum, dum relaxatur æqualem ſemper Vim Corpori communicat, ſive lentiùs ſive velociùs relaxetur,* ſi Elaſterii inertia à Corporis inertiâ non ſeparata ſit; quod obtinet, ſi Elaſterium partem Corporis conſtituat. Hoc in Experimentis ſemper obſervabimus, & in omnibus Corporibus Elaſticis locum habet. 731.

MACHINA,

Quâ Experimenta inſtituuntur de Pendulo, Actione Elaſterii, moto.

Tabula A B C ex ligno craſſiori, verticalis, inſiſtit pedi DFE, interpoſitis Suſtentaculis H, H. Ut Tabula hæc magis firma ſit, ipſi, ad partem poſticam, jun- 732. TAB. XXV. Fig. 2.

 gitur

gitur Aſſer I verticalis, & ad A ferè pertingens: cohæret hic cum Aſſe L, triangulari, rectangulo, cujus baſis Regulæ F, ipſius pedis, applicata eſt.

733. Pes ſuſtinetur tribus Rotulis, ſimilibus illis quas ſuperiùs * indicavimus. Cochleis autem tribus ferreis, *c*, *c*, (tertia repræſentari non potuit) firmatur Machina, ipſam paululum elevando; & his ſitu diſponitur, ut Tabula ſit verticalis, & linea BC horizontalis; quem ſitum indicat Perpendiculum T.

* 567.

Ad exiguam tantùm altitudinem ſupra Baſin DFE elevatur Machina, ut magis firma ſit.

734. Tabulam ipſam, circa ſuperiorem partem, perpendiculariter trajicit Vectis ferreus quadratus M, qui, ad poſticam Tabulæ partem, ita firmatur, ut omninò ſit immobilis. Super hoc movetur Tubus, æneus, quadratus, qui quatuor cochleis firmatur.

735. Cum hoc Tubo duæ cohærent Laminæ, quæ ſuſtinent Regulam ferream OQ, ſatis craſſam, ut quando agitatur motu tremulo non afficiatur; circa Axem, in ſuperiori parte Regulæ hærentem, agitatio fit. Axis hic chalibeus eſt, benè politus, & perfectè firmatus; hujus extremitates conicæ ſunt, & in cavitates, aut capſulas benè levigatas, ejuſdem figuræ, penetrant, & verſantur. Cava hæc conica in extremitatibus dantur Cochlearum, quæ dictas Laminas trajiciunt, & in quibus ita hærent ut difficulter moveantur; exiguo motu unius Cochleæ agitatio tremula Axis in ipſis capſulis impeditur.

Regula OQ, quæ, cum iis quæ ipſi junguntur, & de quibus poſtea, Pendulum format, in ſitu verticali, ſuperficiei Machinæ parallelo, quieſcit; & quando agitatur, in plano huic ſuperficiei parallelo movetur.

Ex

Digitized by Google

Ex Motu angulari hujus Penduli determinamus Vim quâ agitatur; Motumque hunc Indicibus determinamus duobus, in ſciſſuris *mm*, *nn* mobilibus, quorum ultimus ſolus hic repræſentatur; firmantur cochleis poſteriori parti Tabulæ applicatis. Hujus ſuperficies juxta ſciſſuras paululum excavata eſt, quo motus Indicum dirigitur. Conſtant hi ex Lamellâ ut *eh*, cum quâ, ad poſticam partem, in extremitate *h*, cochlea cohæret, & cui ipſe Index *ef* ad angulos rectos inſiſtit, ſuper hunc mobilis eſt Curſor minor *i*, qui ad libitum, in loco quocunque Indicis firmatur. Separatim talis Index exhibetur in G. 736.

Firmatur hic Index, ut determinet altitudinem, ad quam in certo Motu adſcendit Pendulum, aut altitudinem à qua demittitur in aliis Experimentis. Ab hac altitudine pendet Velocitas, quam Pendulum deſcendendo acquirit; & in adſcenſu determinat Velocitatem, quâ Pendulum ſurſum propellitur.

Velocitates has menſuramus, Regulis æneis, diviſis, 737.
VX, YZ, quæ, in ſitu horizontali, Tabulæ ſunt applicatæ; hujus ſuperficies ita excavata eſt, ut hæc conveniat cum Regularum ſuperficiebus; Regulis, à poſticâ parte, cohærent cochleæ, per ſciſſuras in Tabulam penetrantes, ut Regulæ firmentur; ſciſſuræ loco foraminum adhibentur, ut magis accuratè Regulæ conſtituantur, quarum extremitates X, Y, reſpondere debent ſuperficiebus Penduli; utraque nempe ſuperficiei, quæ cum ipsâ ad eandem partem datur; quod exactè determinatur ope Normæ *logp*; applicatis enim ipſi Tabulæ lineis *og*, *gp*, ad angulos rectos habebimus erectam *gl*, quæ ſi applicetur ſuperficiei Penduli, dum hoc quieſcit, Punctum *g* cum

Regulæ extremitate convenire debet. Elevato Pendulo utcunque, hujus inclinationem menſuramus, ſi Norma ita applicetur, ut *g l* perpendicularis ſit in ſuperficiem Tabulæ, & magis elevatam ſuperficiem lateralem Penduli tangat; tunc, ſi Punctum *g* in lineam diviſam Regulæ cadat, conveniet hoc cum diviſione, quæ quæſitam inclinationem indicat.

Regularum diviſiones initium habent in extremitatibus X, Y, & indicant angulos inclinationis Penduli, quorum ſubtenſæ, quæ Velocitatum rationem ſequuntur *, ſunt ut numeri diviſionibus adſcripti; integra Regula continet diviſiones 24, quæ ſingulæ in decem minores iterum diviſæ ſunt.

* 441.

738. TAB. XXVI. Fig. 1. Pendulo Curſores tres applicantur; qui, juxta hoc mobiles, in loco quocunque ad libitum firmari poſſunt; duo exhibentur in A & B, tertius ipſi A ſimilis eſt; foramina *e*, *c*, *d*, quorum ſolum *c* videri poteſt, & quæ æqualia ſunt, & eodem modo diſpoſita, cochleam continent, ut ipſis Curſoribus applicentur Solida F, G, H, I, L (TAB. XXVIII. Fig. 7.), quæ caudâ, cochleam efficiente, ſunt inſtructa; ſextum datur ipſi H ſimile & æquale; de his poſtea ſeparatim dicam, ubi ſingulorum uſum explicabo. Quatuor ex his Solidis junguntur Curſoribus duobus primis ut A; tertio, ut B, in *e* additur quintum. Omnia hæc Solida æqualiter ponderant, & æquales altitudines habent.

739. TAB. XXVIII. Fig. 1. Tertio Curſori B jungitur in *f*, auxilio duarum Cochlearum *g*, *g*, in foramina *i*, *i*, penetrantium, Elaſterium chalibeum O O. Hujus Lamina M M ſuperficiei Curſoris applicatur, & cochleæ, quibus firmatur, foramina *v*, *v*, trajiciunt. Elaſticitas in annulis O, O, hæret; id eſt, hi Elaſtici ſunt; & ideo Laminæ P, P, quando

quando Laminæ M M admoventur, ſponte, ubi relaxantur, ab hac recedunt.

In medio Laminæ M M Lingula hæret chalibea *r* S, ad latera dentata, & cujus caput S, ultra P, P, parum prominet & perforatum eſt.

Tres Curſores (duo primi cum Solidis, & tertius cum Solido & Elaſterio) æqualiter ponderant; & ſingulorum partes ita ſunt in æquilibrio, ut, Pendulo O Q applicati, hujus ſitum non mutent: tertius cum conjuncto Elaſterio, & Solido, cum Pendulo conjunctum exhibetur in R; poteſtque Pendulum Elaſterio agitari; quod ut fiat, Lamina ferrea S Tabulæ A B C applicatur. TAB. XXV. Fig. 2.

Laminam hanc ſeparatim exhibemus in AB; cum hac ad angulos rectos & alia cohæret B C, etiam ferrea, quæ in medio perforata eſt. 740. TAB. XXVI. Fig. 2.

Huic duæ minores Laminæ cupreæ, *d e*, *n i*, quoque ad angulos rectos, inſiſtunt; quæ ſuſtinent Laminam chalibeam *f g*, tenuiorem; Hæc ſeparatim exhibetur, juxta veram magnitudinem delineata, in F G; quatuor auribus *h*, *h*, *h*, *h*, prædita eſt, quas cochleæ trajiciunt, quando Lamina firmatur; in hujus medio foramen datur oblongum L. Anterior ſuperficies, quæ in Fig. 4ta exhibetur, polita eſt; poſterior ſuperficies in Fig 3^a^ repræſentatur, & levigata etiam eſt. Huic applicantur Retinacula duo *p q*, *p q*, mobilia circa cochleas in *p*, *p*, quæ ipſa retinent; Elaſteria debilia pinnulis *r*, *r*, applicant Retinacula, tuncque capita *q*, *q*, conveniunt; & ubi hæc ſeparantur, ſibi permiſſa ad eundem ſitum redeunt. Retinaculorum facies poſteriores, quas in Fig. 3. videmus planæ ſunt, illæ autem partes facierum anteriorum, (Fig. 4.) quas in foramine, in medio Laminæ, detegimus, Fig. 3. 4.

mus, L verſus convexæ ſunt.

741. Capita *q*, *q*, ſeparantur quando deprimitur Malleus
Fig. 2. *m*; qui agitatur motu Caudæ *vt*; quâ agitatione verſatur Axis *ts*, cui ad angulos rectos inſiſtit ipſius Mallei Cauda *mo*.

742. Lamina A B perforata eſt in *zz* & *yy*, ut hæc, duabus Cochleis, ex ære, ut *b*, per foramina trans lignum penetrantibus, auxilio cochleæ exterioris *q*, interpoſitâ Lamellâ cupreâ *l*, ne lignum lædatur, firmari poſſit.

743. Lamina hæc, ut diximus, in S exhibetur, & Coch-
TAB. XXV. Fig. 2. learum capita in *b*, *b*; poteſtque in tribus aliis locis firmari Cochleis per foramina *a*, *a*; *a*, *a*; *a*, *a*; penetrantibus; Curſor R ad talem firmatur altitudinem, ut Lingula Elaſterii reſpondeat foramini Laminæ Retina-
* 740. culis inſtructæ *; in hoc foramen Lingula intruditur, quo Retinacula, propter obliquitatem dentium in anteriori parte, paululum ſeparantur, ſed ſtatim redeunt ubi dentes primi ultra Retinacula pervenerunt; tunc Elaſterium flexum cum ipſâ Laminâ cohæret; ſi magis Lingula intrudatur, dentes ſequentes uſu veniunt, & magis flectitur Elaſterium; poteſtque hac Methodo inflexio variari.

Firmanda nunc eſt Lamina S ita, ut manente Elaſterio flexo, Pendulum in ſitu verticali conſtituatur. Hoc præſtatur ſi ipſi Pendulo in anteceſſum, ubi ſibi permiſſum hunc ſitum ſponte acquiſivit, Index *ef* admoveatur, & firmetur, ut poſt flexum Elaſterium Penduli ſitum determinet; qui etiam auxilio Normæ *glop* determinari poteſt. Locus Laminæ S, qui hac methodo detegitur, mutatur, ſi alia ſit Elaſterii inflexio.

744. Præter tres memoratos Curſores *, etiam Pendulo eo-
* 738. dem

dem modo junguntur Pondera duo P, T, quorum primum in P exhibetur in (TAB. XXV. Fig. 2.;) Pondus hoc primum eſt duarum librarum, & altitudo ſeſqui-pollicis; ſecundum T altitudinem duplam habet, trium nempe pollicum; ſed tantùm dimidiatam ponderat libram. TAB. XXVI. Fig. 5.

Mobilia ſunt hæc Pondera juxta Pendulum, & ad libitum cochleis firmantur.

EXPERIMENTUM I.

Pendulum ſuperius * memoratum ſuſpenditur; ipſi applicantur Curſores tres *, qui ad diverſas altitudines firmantur ita, ut reſpondeant foraminibus, in Tabulâ majori, per quæ Cochleæ *b*, *b*, tranſmittuntur; Curſor R Elaſterium conjunctum habet. 745. TAB. XXIX. Fig. 1. 2. 3. * 735. * 738.

Diſtat R viginti ſex pollicibus à Puncto ſuſpenſionis, & ita flectitur Elaſterium, ut primi Lingulæ dentes poſt Retinacula penetrent *: motu Mallei relaxatur Elaſterium *; &, repetitis tentaminibus, quæritur ubi Index collocandus eſt *, ut ad hunc Pendulum perveniat, non verò incurrat; quod quàm exactiſſimè determinari poteſt. Fig. 1. * 743. * 741. * 736.

Mutatur nunc ſitus Curſorum inferiorum; R collocatur ubi erat B, ad diſtantiam viginti pollicum à Centro motûs, & vice verſâ B ubi erat R; mutato quoque ſitu Laminæ S. Flectitur nunc Elaſterium, ut in præcedenti caſu; &, relaxato hoc, ad eandem altitudinem adſcendit Pendulum. Fig. 2.

Ponatur R ad diſtantiam octo pollicum à Centro Motûs, in loco ipſius A, & vice verſâ; ſi eodem modo reliqua peragantur, altitudo quoque erit eadem. In his tribus tentaminibus Elaſterium eodem modo flectitur, ſed inæqualibus temporibus relaxatur; & eundem, ſin- Fig. 3.

gulis vicibus, præſtat Effectum, eandemque Vim generat.

746. In hiſce ad omnia benè attendendum, minima negligentia turbat Experimentum; ideò rarò perfectam angulorum æqualitatem habemus. In noſtris Experimentis, hìc explicatis, angulus maximus paululum ſuperavit 44.
* 737. diviſiones minores Regulæ æneæ *; quæ diviſiones vix decimam quintam Pollicis partem valent; & hujus anguli differentia, cum angulo minimo ex tribus, minor fuit unâ tali diviſione. Mihi aliquando contigit minorem fuiſſe differentiam; ſed difficulter eò pervenimus: difficultas verò eſt omnium maxima, quando Elaſterium in extremitate inferiori Penduli huic jungitur; in quo caſu minimum quid ſatis ſenſibiliter turbat Effectum. Nunquam autem neceſſarium eſt ſitum hunc Elaſterii eli-
* 745. gere; Propoſitio, ipſo hoc noſtro Experimento *, abunde confirmatur.

747. Videamus nunc quæ ad comparationem Virium immediatè pertinent.

748 Singulas æquales Materiæ particulas, eodem modo motas, æqualibus Viribus agitari clarum eſt, *ſi* ergò *duo Corpora, æqualibus Velocitatibus ferantur, ſunt Vires*, ut numeri particularum in ſingulis, id eſt, ut quantitates Materiæ, aut *ut Maſſæ*; hoc nomine enim Materiæ quantitatem in Corpore exprimimus.

Si Maſſæ conveniant, ſunt Vires, ut Actiones, quibus
* 700. Velocitates diverſæ ipſis communicantur *.

749. Corpori autem quod Motum acquirit, non ſubitò
* 710. communicatur Velocitas determinata *; ſucceſſivè tranſit per omnes hujus gradus minores, dum continuata Actio in illud datur. Ponamus hanc eſſe Preſſionem, cujus

Inten-

Intenſitas maneat, dum hujus Actio continuatur ita, ut Actio immediata in Corpus ſit continuò eadem; quod obtineri non poterit, niſi Punctum premens eâdem Velocitate cum Corpore continuò feratur *; in hoc autem caſu, æqualibus temporibus, æquales gradus Velocitatis Corpori communicantur *; & Velocitas eſt ut Tempus per quod Preſſio in Corpus egit: Ponimus Corpus non retineri, & Preſſionem nullum alium præſtare Effectum. * 705. * 705.

750. TAB. XXXII. Fig. 1. Ponamus lineam A B repræſentare Tempus, per quod preſſio egit; B C Velocitatem Tempore A B communicatam; D E, parallela B C, repræſentabit Velocitatem Tempore A D Corpori impreſſam.

Si A B concipiamus diviſam in innumeras partes æquales, infinitè exiguas; in hiſce ſingulis, propter Tempora æqualia, & Intenſitates æquales, Actiones, erunt ut Velocitates *. * 723.

Ergo in eadem ratione Corporis Reſiſtentiæ. * Unde generalem deducimus concluſionem, *Corpus, quod determinatum gradum Velocitatis, infinitè exiguum, acquirit, Accelerationi reſiſtere in ratione Velocitatis, quam habet.* * 361. 751.

752. Unde ſequitur *Actionem, quâ Velocitas Corporis, quod jam Velocitate finitâ movetur, gradu infinitè exiguo augetur, in infinitum ſuperare Actionem, quâ æqualis gradus infinitè exiguus Corpori quieſcenti communicari poſſet.*

Actio in momento, quod reſpondet Temporis inſtanti D, lineâ D E repræſentatur; omneſque lineæ ſimiles repræſentant Actiones in momentis, quæ ipſis reſpondent; & omnes ſimul repræſentant integram Actionem. Harum linearum non mutatur ratio, ſi ſingulis eandem latitudinem concedamus *, & quidem illam, quæ va- * 1. El. VI.

let lineolam, quâ unum, ex memoratis momentis, infinitè exiguis, exhibetur; ſed in hoc caſu omnes lineæ ſimul efficiunt ſuperficiem ABC; quæ ergo integræ Ac-
*700. tionis, ideòque ipſius Vis communicatæ *, rationem ſe-
753. quitur. Idcircò poſitis, *in eodem Corpore*, Velocitatibus ut
DE, BC, *Vires ſunt* ut ſuperficies ADE, ABC; id
*19.El.VI. eſt, *in duplicata ratione, aut ut Quadrata, Velocitatum* *.

Caſus, quem examinavimus, exſtat in Corporibus cadentibus, & circa quæ demonſtravimus, ratiocinio huic ſimili, Spatia cadendo percurſa, ab initio caſûs menſurata, eſſe inter ſe, ut Quadrata Velocitatum cadendo ac-
* 374. quiſitarum *; unde deducimus, *Vim, cadendo acquiſitam,*
754. * 393. *eſſe ut altitudinem, à quâ Corpus cecidit* *; & hinc ſequitur
755. *Gravitatem, quæ, æqualibus temporibus, æquales Corpori*
* 370. *communicat gradus Celeritatis* *, *non eidem æquales gradus*
* 751. *Vis communicare* *; ſed illud, quo Corpus ad Tellurem ten-
* 749. dit, cum ipſo Corpore moveri *; dum in Corpus motum
* 371. agit, ut in quieſcens *.

756. Vires eſſe inter ſe in dictâ ratione duplicatâ Velocitatum, aliis quoque demonſtrationibus, ex Principiis, quæ nihil inter ſe, neque cum his ex quibus nunc ratiocinati ſumus, commune habent, deductis, patebit, ubi de Motu compoſito, & Fluidorum Reſiſtentiâ, agam.

757. *Vires, corporibus motis inſita,* non poſſunt differre niſi reſpectu quantitatis Materiæ in Corpore, aut Velocitatis, quâ hoc fertur; unde univerſalem comparandarum Virium deducimus Regulam; *ſunt* enim *in ratione compo-*
* 748. * 753. *ſitâ Maſſarum* *, *& Quadratorum Velocitatum* *.

758. Quare *æquales ſunt Vires, ſi Velocitatum Quadrata fuerint inversè ut Maſſæ.*

759. Tales etiam ſunt Velocitates, quæ Actionibus æqualibus,

libus, (quales ſunt Elaſteriorum æqualium, ſimilium, & æqualiter inflexorum, relaxationes, quando Elaſteriorum Inertia à Corporum Inertiâ non differt *), Corporibus inæqualibus communicantur. * 731.

Machina,

Quâ plurima Experimenta, de Viribus inſitis, & Corporum Colliſione, inſtituuntur.

Conſtat Machina hæc, quæ lignea eſt, ex Tabulâ 760.
verticali CB, longa circiter pedes tres, & latitudi- TAB. XXVII.
nem, aut altitudinem, habens novem pollicum. Suſti- Fig. 1. 2.
netur hæc duabus Columnis D, D, quæ interpoſitâ Cru- TAB. XXV.
ce firmantur. Cum hac Tabulâ cohæret minor Tabel- Fig. 3.
la horizontalis A, quæ ſuſtinetur ab anteriori parte ab ipſâ Tabulâ CB, & ad partem poſteriorem columnâ E, cujus diameter eſt ferè trium Pollicum cum ſemiſſe, & cujus ſitus, collatis figuris, clarè cognoſcitur. Huic alia ſuperimponitur Columna M, & quidem ita, ut ambæ exactè reſpondeant, & una ſit quaſi alius continuatio. Columnæ M pars inferior N in duas partes ſeparata eſt, quæ penetrant per foramina *x*, *x*, Tabellæ horizontalis A, ut ſeſe jungant parti b ſuperiori Columnæ E, in quo ſitu firmatur cuneo d, per foramina y penetranti. Quando Columna M ita diſpoſita eſt, Tabellæ PP, ex ligno tenuiori, cum hac Columnâ cohærentis, latus inferius applicatur Tabulæ A; ut magis accuratè ſitus ipſius Columnæ determinetur.

Columnæ tres E, D, D, Pedi horizontali inſiſtunt 761.
GGH. Tribus Rotulis I, I, I, * tota Machina ſuſtine- * 567.
tur, ut facilè moveatur; ubi tamen eâ uti debemus, Cochleis *t*, *t*, *t*, elevatur paululum, & in ſitu verticali quàm exactiſſimè diſponitur; Perpendiculo Q, anteriori parti.

ti Columnæ M applicato, hunc ſitum indicante.

TAB. XXV. Fig. 4. Columnæ M partem ſuperiorem ſeparatim exhibemus, minus imminutam quàm in reliquis Figuris.

762. Pars hæc quadrata eſt, & ipſi jungitur Ancon O, ut ſuſtineatur Regula ferrea STT, cujus extremitas TT Crucem refert. Firmatur Regula cochleis ferreis f, f, quæ in lignum penetrant, in quo firmatæ ſunt harum partes exteriores etiam ferreæ. Lamellæ e, e, cupreæ, ſunt perforatæ; foraminis autem utriuſque circumferentia, in ſuperiori parte, inciſione interrupta eſt, ut Filum commodè inſeri poſſit.

763. Parti quadratæ ſuperiori Columnæ M, ſuperimpoſitum eſt lignum m, cujus anteriori ſuperficiei applicatur Regula cuprea AA (Tab. xxviii. Fig. 2.), cum quâ cohærent cochleæ L, L; penetrant hæ per foramina in ligno m, quorum unum videtur in *x*: firmatur Regula ope cochlearum exteriorum *m*, *m*, interpoſitis, ne lignum lædatur, lamellis cupreis *n*, *n*. Literis *aa* notatur Regula hæc in Fig. 1. Tab. xxvii.

TAB. XXVIII. Fig. 2. Regulæ huic, in extremitatibus applicantur Cylindri duo Y, Y; quibus jungitur Regula alia cuprea BB, quæ cochleis S, S, per foramina *d*, *d*, in foramina *c*, *c*, penetrantibus, firmatur.

764. Juxta hanc Regulam moventur Tubuli quadrati, G, G, G, F, F, F, quorum unus ſeparatim exhibetur in O; hiſce ſingulis, in inferiori parte, adhæret uncus; poſſuntque Tubuli ad libitum cochleâ firmari. Tubulorum lamellæ ſuperiores majores ſunt; quando conjunguntur, uncorum diſtantia eſt ſeſqui pollicis.

Ut autem, ab utraque parte, æqualiter, à medio Regulæ BB, removeantur; in hoc medio, inferiori Regu-

læ

læ ſuperficiei, in v, applicatur Lamella cuprea P, Crucis figuram exhibens, quæ cochleâ *q* firmatur. Quando brachia breviora cum ipsâ Regulâ conveniunt, in ſuperiori parte conveniunt exactè, in medio Regulæ, Tubulorum mediorum laminæ ſuperiores. Quando verò longiora brachia, Crucis P, cum Regulâ conveniunt, unci medii ſeparantur, quantum in multis Experimentis requiritur, ut poſtea videbimus. 765. 766.

Regula alia datur cuprea CC, Regulæ AA ſimilis, cui etiam alia jungitur DD, cum Tubulis & uncis; differentia autem quæ datur inter hàs Regulas, & præcedentes, collatione Fig. 2. cum hac, in quâ Tubulus ſeparatim in R exhibetur, facilè patebit. 767. TAB. XXVIII. Fig. 3.

Regula CC jungitur Ferro ſuperius deſcripto *, & quidem inferiori ſuperficiei partis TT, ut hoc videmus in Fig. 1. TAB. XXVII. 768. * 762.

Regula ipſa eſt *cc*, firmata Cochleis *e*, *e*. Regula hæc, & adjuncta *dd*, parallelæ ſunt ipſis *aa*, & *bb*, ſupra deſcriptis *, & omnes parallelæ ſunt Plano CB; unci Regulæ *bb* cum uncis in *dd* reſpondent; id eſt, in utraque Regulâ eodem modo diſponuntur. TAB. XXVII. Fig. 1. * 763.

Unci omnes in eodem Plano horizontali ſunt, & linea, quæ per duos reſpondentes tranſiret, perpendicularis eſſet ad ſuperficiem BC, ſi hæc continuata concipiatur.

Corpora, quibus Experimenta inſtituuntur *s* & *r* conſtant ex Rectangulis cupreis, quorum unum exhibetur in AB. Filis, inciſionibus *c*, *c*, *d*, *d*, inſertis, ſuſpenditur hoc. Diſtantia inter *c*, *c*, aut *d*, *d*, eſt trium Pollicum, ut reſpondeat cum diſtantiâ inter primum & tertium uncum, ubi tres junguntur *; modus autem ſuſpenſionis 769. TAB. XXVIII. Fig. 4. * 764.

Digitized by Google

ſionis collatis inter ſe Fig. 1. Tab. xxvii. & Fig. 3. Tab. xxv. ſatis manifeſtus eſt. Externa Fila uncis *i*, *i*, *h*, *h*, ſuſtinentur, & ipſa tranſeunt per foramina *e*, *e*, (Tab. xxv. Fig. 4.), ut ad paxillos, aut cuneolos
TAB. XXVII. Fig. 1. *n*, *n*, deducantur; Fila alia ab uncis ſuis directè ad paxillos, *m*, *m*, deſcendunt; converſione cuneolorum Rectangula ad deſideratum ſitum reducuntur; quod ut magis commodè fiat, cùm plura dentur Fila, ſingulis peculiaris color tribuitur. Fila deſiderantur tenuia, ſatis fortia, ut applicanda pondera ferre poſſint, ideò ſerica adhibemus; & illa, quæ ex filamentis, juxta longitudinem, mutuâ inſertione, junctis, efficiuntur, aliis anteponimus, quorum filamenta ſunt contorta.

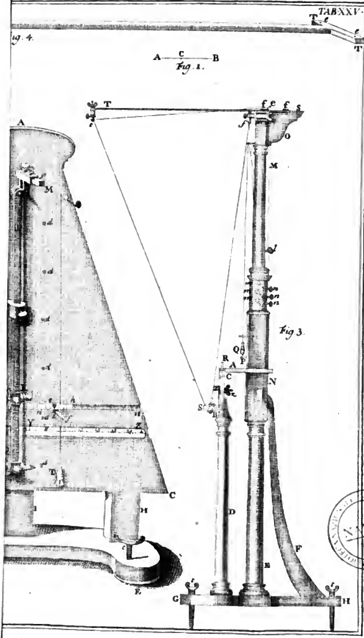
770. In medio ſuperficiei anterioris Rectanguli AB, datur
TAB. XXVIII. Fig. 4. cavitas *e*, quæ Cochleam continet, & cum quâ reſpondet Conus truncatus *f*, ut magis profunda ſit; cujus Coni & alium uſum ſtatim videbimus.

771. Huic eidem ſuperficiei anteriori Rectanguli varia Cor-
Fig. 7. 9. 10. pora applicantur, de quibus ſeparatim dicendum erit, ubi in Experimentis uſu venient: ſingula hæc Corpora æqualiter prominent; etiam hæc æqualiter ponderant; ut determinatum, & idem, ſemper ſit pondus Rectanguli.

772. Duo talia dantur Rectangula, quæ hoc ſolo differunt; illud quod hìc exhibetur, præter cavitatem *e*, quam indicavimus, duo habet minora foramina *i*, *i*, in anteriori ſuperficie, quibus Cochleæ inſeruntur, ut videbimus poſtea.

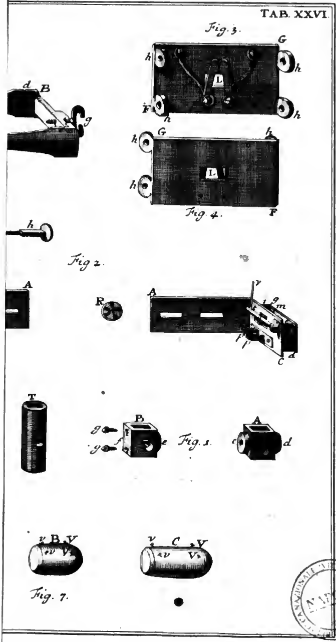
773. Secundum Rectangulum, priori ſimile, æquale, & ejuſdem ponderis, duo quoque foramina habet minora in anteriori ſuperficie, non ſupra & infra *e*, ut *i*, *i*, ſed ad latera hujus cavitatis *e*.

Pon-



NAPOLI

Digitized by Google



NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

Pondus Rectanguli, cum conjuncto Corpore, duplicatur, triplicatur, aut quadruplicatur, juncto Cylindro cupreo T, T, aut T; in hoc caſu conus *f* immittitur cavitati *y*, cum quâ congruit, & firmatur Cylindrus cochleâ *g*, in foramen exiguum, ut *x*, in oppoſitam illius extremitatem, penetrante: ſi magis, ex. gr. ſexies, octies, nonies, aut decies ſexies, Pondus augendum ſit, ſolida plumbea V, V, V, aut X, adhibentur, quæ eodem modo firmantur. 774. Fig. 5.

In agitatione Rectanguli hujus Velocitas determinatur diviſionibus Regulæ XV, aut YZ, ut hoc in aliâ Machinâ jam explicavimus *; hæc tamen obſervanda ſunt; ſciſſuras, per quas cochleæ cum Regulis cohærentes penetrant, longiores deſiderari, ad minimum novem, aut decem, pollicum. Non etiam Normâ, ibi adhibitâ, indigemus; quia Fila reſpondentia, anteriora, aut poſteriora, in eodem plano dantur perpendiculari ſuperficiei CB (anteriora vocamus quæ minus à medio hujus ſuperficiei diſtant,) & viſum dirigendo juxta ambo fila, detegimus punctum cui hæc reſpondeant in ipſâ Regulâ. 775. TAB. XXVII. Fig. 1. * 737.

Indices, quibus determinamus altitudines, à quibus Corpora in Experimentis demittuntur, aut indicamus illas, ad quas adſcendunt, applicantur Regulæ cupreæ RR, juxta longitudinem Tabulæ A diſpoſitæ, & quæ parum ab extremitate anteriori hujus Tabulæ diſtat. 776.

Figura Indicum ſeparata ſatis indicat, quomodo juxta Regulam hi moveantur; inciſiones fiunt quatuor in *e*, *e*, &c. ut Capſula *ab*, quæ recipit Regulam, in extremitatibus coarctari poſſit, quo Index, propter elaſti- 777. TAB. XXVIII. Fig. 6.

citatem cupri, firmatur; ita tamen, ut tranſlatio juxta Regulam non impediatur.

Indices majores duo deſiderantur, exhibentur in O & Q; hi tantùm differunt conjunctione cum Capſulis *a b*; præter hos duos requiruntur tres minores, ut P. Super majoribus moventur Curſores *c*, *c*, qui, Cochleis
* 736. *d*, *d*, ad libitum firmantur *.

EXPERIMENTUM 2.

778. Rectangulo cupreo AB*, jungitur Elaſterium OO*, cochleis illis ſimilibus, quæ in *g*, *g* (TAB. XXVI. Fig. 1.) exhibentur; penetrant hæ per foramina *v*, *v*, in foramina *i*, *i*, quæ ſpiram continent ut cochleam recipiant.

TAB. XXVIII. Fig. 1. 4. * 769. * 739.

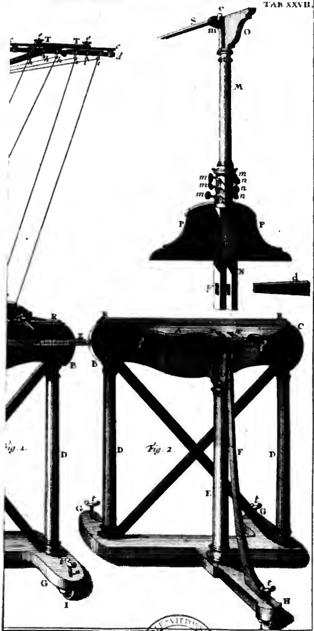
Neceſſe eſt, ut Rectangulum determinatum ſuum
* 771. pondus habeat*; ſi quid deficiat ſuppletur hoc, interpoſitâ Lamellâ cupreâ tenuiori, quæ etiam perforata eſt, ut per ipſam dictæ cochleæ penetrent.

TAB. XXVII. Fig. 1. Suſpenditur nunc Rectangulum in loco illius quod exhibetur in *s*; cùm autem in hoc caſu peculiare quid obſervandum ſit in diſpoſitione Filorum anteriorum, hanc ſeparatim exhibemus in g.

Tabulæ BC applicamus Laminam ferream, de quâ ſu-
* 740. pra *; Cochleis firmatur *, quæ foramina n, n, pe-
* 742. netrant: Lamina, quæ Retinaculis eſt inſtructa, reſpicit Elaſterium; & Rectangulum, cum quo hoc cohæret, ita, converſione cuneolorum *m*, *m*, *n*, *n*, diſponendum, ut ſit horizontale, habeatque longiora latera ſuperficiei BC parallela; & ut detur ad illam, ab hac ſuperficie, diſtantiam, & ad talem altitudinem, ut Lingula Elaſterii foramini reſpondeat in medio Laminæ Retinaculis inſtructæ.

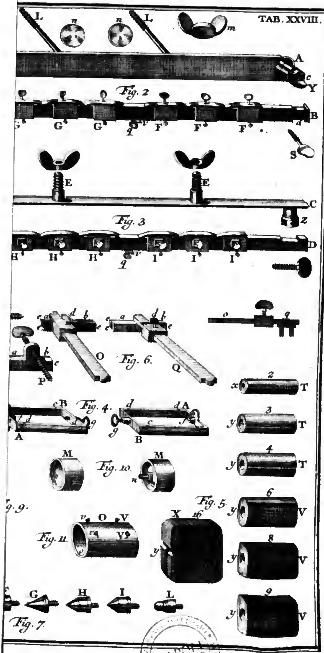
Remo-

TAB XXVII.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

Digitized by Google



NAPOLI
Digitized by Google

Removetur paululum Lamina, ut Corpus liberè ſuſpenſum ſit; &, ubi quieſcit, viſus dirigitur juxta poſteriora Fila, moveturque Regulâ Y Z, donec hujus extremum Y ipſis filis reſpondeat. Admotâ tunc Laminâ, Lingula Elaſterii in Foramen illius intruditur, quo Elaſterium flectitur, & cum Laminâ cohæret *, quæ ita diſponitur, & firmatur, ut Fila iterum extremitati Regulæ reſpondeant. * 745.

779. TAB. XXIX. Fig. 4. In hoc ſitu ipſum nunc repræſentamus; *fg* eſt Lamina Retinaculis inſtructa, quæ cum majori S cohærens, cum hac ipsâ firmatur Cochleis *b*, *b**. Premendo caudam *v* Mallei *m*, deprimitur hic, & relaxatur Elaſterium *, quod cum conjuncto Rectangulo propellitur. Velocitas communicata tentando detegitur; Index major * diſponitur ad illam diſtantiam ad quam judicavimus Fila elevari; ſecundo tentamine ſitus corrigitur, donec tandem eò perveniamus, ut filum accedat ad Indicem, & in hunc non incurrat; habuimus nos Velocitatem 16, 8. ultimus numerus minores diviſiones exprimit *. * 743. * 741. * 777. * 737. 775.

780. TAB. XXIX. Fig. 5. Omnibus manentibus, Rectangulo inſeritur Cylindrus T, ut Pondus Corporis moti fiat quadruplum *: reliqua ut in præcedentibus tentaminibus peraguntur, & Velocitas detegitur, quæ dimidium eſt prioris, nempe 8, 4. * 774.

781. TAB. XXIX. Fig. 6. Sublato Cylindro T, adhibendum illud Pondus plumbeum V, quo Maſſa ſit noncupla prioris *, & Velocitas detegitur 5, 6. quæ prioris eſt pars tertia. * 774.

Si Maſſa adhibeatur ſedecupla primæ, Velocitas valet 4, 2.

782. In his omnibus caſibus Actio, quæ Motum communicat, eſt ejuſdem Elaſterii, eodem modo flexi, relaxatio,

 ideò-

Digitized by Google

ideòque eadem eſt Actio; & Quadrata Velocitatum ſunt inversè ut Maſſæ; id eſt, productum Maſſæ per Quadratum Velocitatis ſemper idem.

783. Quidam Philoſophi in eâ ſunt opinione, Actionem Elaſterii non eſſe eandem, ſi Tempora, in quibus relaxatur, non ſint æqualia; rem ita ſe non habere demon-
* 731. ſtravimus *; & Demonſtrationem Experimento confir-
* 745. mavimus *. Nunc autem rem aliter conſideraturus ſum.

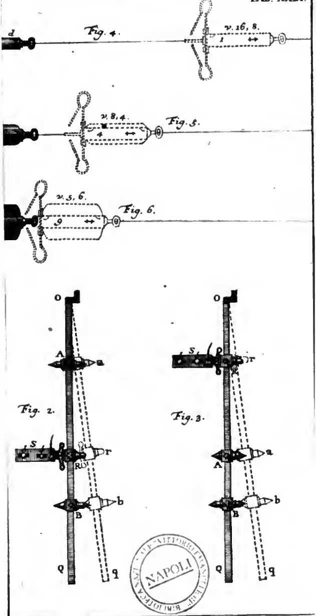
Eodem Elaſterio, eodem modo flexo, æqualibus Temporibus relaxato, Corpora agitabo diverſa, & videbimus effectum cum Propoſitione N. 758. convenire, & productum Maſſæ per quadratum Velocitatis eſſe ſingulis vicibus idem.

784. Æqualibus temporibus relaxari Elaſterium, eodem modo flexum, conſtabit, ſi Puncto, cui applicatur, ſingulis vicibus, eandem communicet Velocitatem. Nam Elaſterii pars, quæ relaxatur, eâdem Velocitate movetur cum Puncto cui applicatur; cùm nunc ponamus hujus Puncti Velocitatem, ideòque ipſius Elaſterii Velocitatem, in fine relaxationis, ſingulis vicibus eſſe eandem, etiam erit eadem in iiſdem gradibus expanſionis; relaxatio enim fit in ſingulis occaſionibus juxta eaſdem Leges, ita ut, æqualibus momentis, ſpatiola eadem percurrantur, & integra relaxatio, ſingulis vicibus, fiat eodem tempore.

EXPERIMENTUM 3.

785. Eâdem Machinâ, cum primo hujus Capitis Experimen-
TAB. XXXI. Fig. 1. to *, demonſtratur hoc. Pendulo * applicatur Pondus T, quod dimidiatam valet libram *; applicari poteſt ad di-
* 745. ſtantiam quamcunque à centro ſuſpenſionis; ſit hæc 30
* 735. * 744. Pollicum, à Puncto medio Ponderis menſurata: Curſor

cum



BIBLIOTECA NAZ. VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

cum Elaſterio in R firmatur; Curſor alius A, cum duobus ſolidis *, Pendulo, in Extremitate inferiori, jungitur. * 738.
Flectitur & relaxatur Elaſterium, menſuraturque Angulus ut in primo Experimento dictum *; habuimus nos * 745.
Angulum partium 40, 5.

786. TAB. XXXI. Fig. 2. * 744.
Sublato Pondere T, Pondus applicavimus P *, ad diſtantiam à Centro ſuſpenſionis 15. Pollicum; & reliquis, ut in præcedenti caſu, peractis, habuimus Angulum 37, 8.

Quando Ponderum T & P diſtantiæ aliæ ſunt, ſed in eâdem ratione, 2. ad 1, Anguli ſunt diverſi, & in aliâ ratione quàm nunc detecti; ſed concluſio ex Experimento deducenda * eſt eadem; quia Velocitates Angulares ſemper ſunt æquales inter ſe. Tales has in præſenti Experimento fuiſſe, computatione, & Experimento demonſtrabimus; computationem in ſcholiis, Experimentum hic, dabimus. * 788. 789.

Experimentum 4.

787. TAB. XXXI. Fig. 3.
Pendulo conjungimus Pondus T, Curſores R, & A, ut in caſu primo Experimenti præcedentis. Loco ſolidi conjuncti cum R, alio utimur F (Tab. xxviii. Fig. 7.); & removentur ambo ſolida cum A conjuncta.

Inter Lamellas, inter quas ſuſpenditur Regula OQ *, alia exigua Lamella horizontaliter diſpoſita eſt, in quâ foramen datur anguſtum; per quod filum tranſmittitur; quod ſuſtinet Globum G, quo efficitur Pendulum ſimplex. Globi hujus pondus æquale eſt ponderi duorum ſolidorum à Curſore remotorum, ut Globus, conjunctus cum Curſore A, pondus habeat Curſoris hujus cum Solidis, ut in præcedenti Experimento fuit adhibitus. Ulterius Penduli ſimplicis oG longitudo talis eſt, ut * 735.

Centrum Globi puncto medio Curſoris A reſpondeat; & ita Globus eſt ſuſpenſus, ut admotus Curſori A, Filum parallelum ſit Regulæ O Q.

Pendulum hoc O Q elevatur, ipſi conjungitur Globus G, & demittitur ab altitudine 40, 5. diviſionum: Penduli A O Centrum Oſcillationis eſt inter A & O; ergò breviori tempore deſcenderet quàm Pendulum ſimplex
* 418. *o* G *, & propellit G in motu ſuo; ita ut eadem Materiæ quantitas, eodem modo, deſcendat, quæ, in ſimili deſcenſu Penduli O Q (Fig. 1.), agitata foret: Hac de cauſa, ubi ad Punctum infimum pervenere *a* & *g*, velo-
* 785. citatem habent, quæ, in caſu 1°. Experimenti tertii *, Curſori A fuit communicata. Nunc autem habet *g* majorem Velocitatem, quàm ſi tantùm ab altitudine 40, 5. deſcendiſſet, nam acceleratus fuit, ideò ad majorem altitudinem adſcendet; ſeparatur hac de cauſâ ab *a*, & in *g* adſcendit ad altitudinem diviſionum 46. Ut autem hunc Angulum menſuremus, diſponitur Regula Y Z, (Tab. xxv. Fig. 2.) ita, ut extremitas Y ipſi filo Penduli ſimplicis reſpondeat quando hoc quieſcit.

Videmus ergò Velocitatem Curſori A communicatam, in caſu 1°. Exper. tertii, illam eſſe, quâ Corpus G, penduli *o* G, adſcendere poteſt ad altitudinem 46.

Tab. XXXI. Fig. 4. Eodem modo ſecundum caſum, Experimenti ejuſdem tertii *, examinamus; demittimus Pendulum O Q cum
* 786. Globo G, ab altitudine 37, 8. & adſcendit hic ad altitudinem 46, ut in præcedenti caſu.

788. Elaſterium ergò in utroque caſu eodem tempore fuit relaxatum, dum ipſi Pendulo eandem Velocitatem
* 784. communicavit *: Anguli in Exp. 3°. fuere inæquales, quia non eodem modo in utroque caſu Pendulum fuit retar-

retardatum; ſed retardatio ad Actionem non ſpectat Elaſterii, contingit illa poſt ſeparatum à Laminâ fixâ Elaſterium.

Idcircò Velocitas, quæ Corpori T in primo caſu fuit impreſſa, eſt ad Velocitatem, quæ Corpori P in ſecundo caſu fuit communicata, ut 2. ad 1; ita enim ſe habuere diſtantiæ à Centro Motûs; quod etiam, ſi corpus unum quodque in æqualem numerum partium juxta altitudinem diviſum concipiatur, ad partes reſpondentes referri poteſt; quia Corporum altitudines ſunt in eâdem ratione 2. ad 1: Maſſæ autem ſunt ut 1. ad 4; id eſt, inverſè ut quadrata Velocitatum.

Has autem Velocitates Actionibus æqualibus fuiſſe 789.
communicatas attendenti ſtatim patet. Elaſterium, in ſingulis occaſionibus, duos præſtitit effectus, 1. Motum Regulæ & Curſoribus, 2. Motum Corpori, communicavit. Regula, cum Curſoribus, ſingulis vicibus, eâdem Velocitate fuit projecta; ideò partes Actionum Elaſterii, quibus hoc fuit effectum, æquales fuere, & cùm integræ Elaſterii Actiones in utroque caſu omninò fuerint ſimiles, & æquales; æqualibus quoque Actionum partibus Corpora ipſa T, & P, fuere agitata.

Ex Propoſitione hac Vires eſſe æquales, quando quadrata Velocitatum ſunt in ratione inverſâ Maſſarum *, * 758.
quam his Experimentis confirmavimus, facilè deducimus; *Vires cadendo acquiſitas* quoque *eſſe æquales*, *ſi al-* 790.
titudines fuerint inverſè ut Maſſæ *. * 754.

Si Corpora duo agitata fuerint Velocitatibus, *quæ ſint in-* 791.
verſè ut Maſſæ, *Vires erunt* in eâdem ratione inverſâ Maſſarum, id eſt, *ut Velocitates.* Nam, in hoc caſu, productum Velocitatis per Maſſam idem eſt pro utroque Corpore *. * 16. El. VI.

Sint

Sint Corpora A & B; ſi hoc productum multiplicetur per Velocitatem Corporis A, dabitur hujus Corporis
* 757. Vis *; Vis Corporis B habetur, multiplicando idem productum per Velocitatem ipſius B; Vires ergo ſunt ut hæ
* 15. El. V. ipſæ Velocitates *.

SCHOLIUM I.

De Viribus Pendulorum.

792. Quæ de Actionibus Elaſteriorum in hoc Capite diximus, non ulterius illuſtrabimus; quia omnia, quæ addi poſſent, de ejuſdem Elaſterii inflexionibus inæqualibus, de Temporibus relaxationum in diverſis circumſtantiis, comparandis, & determinandis, ad Caput penultimum hujus Libri pertinent. In Scholio hoc illuſtrabimus quæ ſpectant Vires Pendulorum, quando agitantur, ſive ſint ſimplicia, ſive compoſita; Vim autem tantùm conſideramus in loco infimo, id eſt, in quo Velocitas major eſt, quàm in aliis punctis ejuſdem Vibrationis. Ponimus quoque agi de Vibrationibus
* 156. exiguis.
* 757. Vis Corporis eſt ut Maſſa, quæ eſt ut Pondus *, & ut quadratum Veloci-
793. tatis *. Inde ſequitur *Vim Penduli ſimplicis ſequi rationem Ponderis, Longitu-*
* 445. *dinis, quadrati Anguli, & Gravitatis quæ in Corpus agit* *. Cùm autem agatur de Motibus Pendulorum in eodem Loco, ultimam rationem negligimus.

794. Si de Pendulo compoſito agatur, major eſt difficultas, & ut hæc eadem Regula tali Pendulo applicetur; pro Pondere ſumma Ponderum adhibenda eſt, & pro Longitudine ſumenda eſt Diſtantia, quæ datur inter Punctum ſuſpenſionis & Centrum Gravitatis; non autem ad Centrum Oſcillationis
* 451. attendimus, quod in aliis occaſionibus longitudinem Penduli determinat *; nam in Pendulo ſimplici coincidunt Centrum Gravitatis & Centrum Oſcillationis; quare aliunde determinandum, quodnam in Pendulo compoſito adhibendum. Antequam autem hujus Propoſitionis demonſtratio pateat, quædam præmittenda erunt.

795. Ponamus, in Pendulo compoſito, unamquamque Materiæ Particulam multiplicari per quadratum Diſtantiæ à Centro ſuſpenſionis; ſummam omnium productorum dicimus $P\,d\,d$.

Ponimus etiam unamquamque materiæ particulam multiplicari per ſuam diſtantiam ab eodem Centro: ſumma productorum æqualis eſt producto ſummæ
* 223. Ponderum omnium per diſtantiam Centri Gravitatis à Centro ſuſpenſionis *. Productum hoc dicimus Cc. Summam nempe Ponderum dicimus C, & diſtantiam Centri Gravitatis c.

Diſtantiam Centri Oſcillationis à Centro ſuſpenſionis dicimus o.

Angulus Penduli vocatur a.

Veloci-

Velocitas Penduli *, quæ in Pendulo Compoſito eſt Velocitas Centri Oſcillationis, dicitur v. * 439.

Velocitas angularis eſt b.

Vis integra totius Penduli; id eſt, ſumma Virium omnium partium Penduli, ubi in Vibratione Velocitatem maximam habet, vocabitur e.

Habemus nunc æquationes ſequentes. 796.

$$\frac{Pdd}{Cc} = o \text{ *.}$$ * 474.

$$\frac{a}{\sqrt{o}} = b; \text{ aut } aa = obb \text{ *.}$$ 797. * 447.

$$aao = vv \text{ *; ergo } ob = v \text{ *.}$$ 798.

Ut vim Penduli determinemus, debemus unamquamque Particulam Materiæ multiplicare per Quadratum ſuæ Velocitatis, & ſumma productorum exprimet Vim *. Uniuſcujuſque Puncti Velocitas ſequitur rationem diſtantiæ à Centro ſuſpenſionis, & rationem Velocitatis angularis *; ſingula ergo puncta per quadrata diſtantiarum ſuarum multiplicari debent, & ſumma ducenda erit in quadratum Velocitatis angularis; & productum hoc ipſam Vim exprimet. Ergo $Pdd \times bb = e$ *. Unde, pro bb ponendo $\frac{aa}{o}$ *, & tunc pro o valorem *, has alias deducimus æquationes $Cc \times aa = e$; & $aa = \frac{e}{Cc}$, quarum prima congruit cum iis quæ ſuperius indicavimus *. * 445. * 797. * 757. * 448. * 795. * 797. * 796. 799. * 798.

Ex hac ipſâ æquatione quoque deducimus, *Vim Penduli ſequi proportionem producti ſummæ Ponderum per altitudinem, à quâ commune horum Gravitatis Centrum deſcendit, aut ad quam adſcendit;* altitudo enim hæc eſt ut diſtantia hujus ipſius Centri à Puncto ſuſpenſionis, etiam hæc eadem altitudo eſt ut quadratum Anguli; nam cæteris paribus Velocitas Puncti eſt ut Angulus *, & quadratum Velocitatis eſt ut altitudo *. 800. * 441. * 374. 398.

SCHOLIUM II.

Computationes de Motibus Penduli compoſiti, in 1. 3. & 4. *Experim. hujus Capitis, adhibiti.*

UBi de hiſce Motibus ineundæ ſunt computationes, Pondera, & Menſuræ partium, ante omnia explorari debent; poſtea generalia quædam computatione determinanda ſunt. Pondera Unciis exprimimus; Pollices Longitudinum menſuram dant; & Angulorum magnitudines indicant Regularum æncarum diviſiones minores *. 801. * 775.

Pondus Regulæ ferreæ OQ (TAB. XXV. Fig. 2.) * eſt 55, 5.; hujus Longitudo 36, 14.; Longitudo infra Axem 35, 92., hujuſque partis Pondus 55, 16. 802. * 735.

Pondus Curſoris (TAB. XXVI. Fig. 1.) *, ſine ſolidis 5; cum his 7, 5. Curſoris altitudo 1, 5. * 738.

Pondus

* 739. Pondus Elaſterii, OO (Tab. xxviii. Fig. 1.) * eſt 1, 25. Hujus altitudo 4.

* 741. Pondus T (Tab. xxvi. Fig. 5.) valet 8; & P ponderat Uncias 32 *. Primi altitudo eſt 3.; & ſecundi 1, 5.

803. In multis computationibus *ſingula Puncta gravia multiplicari debent per quadrata diſtantiarum à Centro motûs.* Summam *productorum omnium, pro Regulâ ferreâ* OQ (Tab. xxv. Fig. 2.), determinabo; quia *ſumma* hæc poſtea uſu veniet. Non attendimus ad partem, quæ ſupra Axem eſt, & Lon-
* 802. gitudinem 35, 92. * tantùm conſideramus; inde oriundus error eſt omninò inſenſibilis.

* 480. Si Longitudo hæc dicatur l, ſumma quam quærimus erit $\frac{1}{3} l^3$ *; ſed l ſemel pro ipſo pondere Regulæ adhibetur; ergò numerus quæſitus valet tertiam partem ponderis, multiplicati per quadratum longitudinis; id eſt, *valet* 23740.

804. Si Corpora, quæ Pendulo huic applicantur, juxta longitudinem ipſius non ſenſibile ſpatium occuparent, quadratum diſtantiæ à Puncto ſuſpenſionis ſimpliciter per Pondus integrum, Corporis applicati, multiplicandum foret; ſed quia talia adhibemus Corpora, quorum altitudo non contemnenda videtur, examinandum nobis nunc eſt, quid ex hac altitudine ſequatur; partes enim omnes non æqualiter à Centro motûs diſtant. Si com-
805. putationem ineamus, detegimus ipſi *producto, quadrati diſtantiæ Centri Gravitatis Corporis per hujus pondus, ſupplementum eſſe addendum*, quod idem eſt, quæcunque ſit illa diſtantia; ſed pro omnibus Corporibus, quibus in Experimentis uſi fuimus, exiguum.

Sit l diſtantia Centri Gravitatis Corporis à Puncto ſuſpenſionis; altitudo corporis $2a$; ponamus Corpus continuari uniformiter, ut ſe extendat ad Centrum ſuſpenſionis; tota longitudo illius tunc erit $l+a$; & longitudo Corporis additi $l-a$. Quæro ſummam productorum pro ſingulis hiſce corporibus, & ſubductâ minori ex majore, reſtat ſumma, quæ ſpectat Corpus ipſum;

* 480. Summæ ſunt * $\begin{cases} \frac{1}{3} l^3 + all + aal + \frac{1}{3} a^3. \\ \frac{1}{3} l^3 - all + aal - \frac{1}{3} a^3. \end{cases}$

Differentia eſt $+2all \quad + \frac{2}{3} a^3.$

In hac computatione $2a$ exprimit pondus Corporis applicati; ergo $2all$ eſt productum Ponderis per quadratum diſtantiæ, cui ſemper, quæcunque ſit diſtantia l, debemus addere ſupplementum $\frac{2}{3} a^3$, *quod valet productum tertiæ partis ponderis, Corporis applicati, per quadratum dimidiatæ Altitudinis hujus.*

806. Supplementa autem hæc, ſi determinentur pro Corporibus, quibus nos
* 803. utimur, ita exigua deteguntur, reſpectu Numeri jam detecti *, ut ſine errore, qui percipiatur, negligi poſſint; maximum enim non ſuperat 6.

807. In multis quoque computationibus deſideratur Productum *ponderis Regulæ ferreæ*, ſæpius memoratæ, *per diſtantiam inter Centra Suſpenſionis & Gravitatis*; ideò notabo quoque hoc productum.

Centrum Gravitatis Regulæ in hujus medio datur, & ab extremitate diſtat 18, 07. Diſtantia ſuperioris extremi à Centro ſuſpenſionis eſt 0, 21.; ergò diſtantia

tia inter hæc duo Centra eſt 17, 85, quæ multiplicari debet per pondus 55, 5*. * 802.
productum eſt 991.

Tranſimus nunc ad Problemata peculiaria.

Unico Experimento detegimus Vim, quam Elaſterium, certo modo flexum, 808.
dum relaxatur, Pendulo communicat. Hæc valet $Cc \times aa$*. * 799.

Ponamus Caſum primum Experimenti tertii hujus Capitis *. * 785.

Curſores duo applicati ſunt ad diſtantias 35. & 26. à Puncto Suſpenſionis;
pondus utriuſque eſt 7, 5*; producta ponderum per diſtantias valent 262, & * 802.
195. Diſtantia Ponderis plumbei applicati eſt 30; & ponderat hoc 8*; pro- * 744.
ductum eſt 240. Colligo hæc producta in unam ſummam, & addo 991*; * 807.
& habeo Cc*; cujus valor ergò eſt 1688. Angulus a in Experimento dete- * 223. 705.
gitur partium 40, 5. Quadratum Anguli eſt 1640, cujus productum per 1688
dat Vim $e = Cc \times aa = 2768320$.

In hac menſurâ Unitate exprimimus Vim, quam Pendulum ſimplex acqui- 809.
reret, ſi ſingula hæc, Pondus, Longitudo, & Angulus, Unitate deſignaren-
tur. Pondus tunc valeret Unciam unam; Longitudo eſſet unius Pollicis; &
Angulus reſponderet, in noſtrâ Machinâ, uni diviſioni minori Regulæ diviſæ*, * 738.
& eſſet 0gr. 7′. 24″. Vis autem quam tale Pendulum acquireret æqualis eſſet
illi, quam una Uncia acquirit, cadendo ab altitudine 0, 000002154 Poll.: &
tota Vis, quam Elaſterium Pendulo communicat, coincidit cum illâ, quam Gravi- 810.
tas uni Unciæ imprimit, quando ad profunditatem ſex Pollicum cum ſemiſſe deſcen-
dit *. * 754.

Computationes nunc dabo aliorum Angulorum, in Experimentis hujus Ca-
pitis, memoratorum.

Caſum ſecundum Experimenti tertii* primum conſiderabo, & Angulum de- 811.
terminabo. * 786.

Numeri 262. 195, & 991, ſupra indicati*, & hic uſu veniunt; ſed loco * 808.
illius, quem Pondus plumbeum dedit, alium adhibemus; quia Pondus hoc
mutatum fuit, & in hoc caſu ponderat 32; diſtantia, per quam multiplicari
debet, eſt 15; productum 480. addo reliquis tribus, & habeo $Cc = 1928$.
Per hunc numerum divido Vim, præcedenti computatione detectam,
$Cc \times aa = 2768320$*: & eſt $aa = 1436$, cujus Radix quadrata 37, * 808.
ad ſenſum congruit cum menſurâ Anguli, quem in Experimento habui-
mus.

Eodem modo procedimus in computatione Experimenti primi *; tres 812.
adhibemus Curſores, applicatos ad diſtantias à Puncto ſuſpenſionis 8, 20, * 745.
& 26. Singulæ hæ multiplicantur per Pondus Curſoris, & ſumma eſt 405.
addo 991*, & $Cc = 1396$; per hunc numerum divido Vim 2768320, & * 807.
habeo quadratum Anguli 1983; cujus Radix 44, 5. Angulum Experimento
detectum paululum ſuperat; ſed differentia eſt exigua.

Experimento 4to.* demonſtravimus, Velocitatem angularem eandem fuiſ- 813.
ſe in utrâque agitatione Penduli in Experimento tertio; hoc idem Computa- * 787.
tione nunc quoque conſtabit.

Ex æquationibus $\frac{Pdd}{Cc} = o$ * & $\frac{a}{\sqrt{o}} = b$* deducimus Velocitatem angu- * 796. * 797.
larem b, ex dato Angulo a: pro o, in ſecundâ æquatione, ponendo valorem,

habe-

habemus $\frac{Cc \times aa}{Pdd} = bb$. In caſibus autem, quos examinamus, Productum
Pdd idem fuit; nam hujus partes, quæ ſpectant Regulam ferream, & Curſores, non variantur; reliquæ etiam partes, quæ Pondera plumbea ſpectant, non differunt, $30 \times 30 \times 8 = 15 \times 15 \times 32$. Ideò *bb* eſt ut $Cc \times aa$.
* 808. In primo Caſu $Cc = 1688$, & $aa = 40,5. \times 40,5. = 1640$ *; Quorum numerorum productum coincidit cum producto reſpondentium in ſe-
* 811. cundo Caſu, $Cc = 1928$ & $aa = 1436$ *; ut in præcedentibus compu-
* 808. 811. tationibus * vidimus. Velocitates angulares, quæ ſunt in ratione ſubduplicatâ horum productorum, ſunt ergò æquales.

814. Computatione quoque facilè detegimus Angulum Penduli ſimplicis, in
* 787. Experimento quarto *, ex dato Angulo uno, aut altero, Experimenti tertii; id eſt, ex datâ altitudine, à quâ Pendulum Compoſitum in Experimento quarto demittitur; ſed prius determinandum Centrum Oſcillationis hujus Penduli.

* 474. 795. Diſtantia Centri hujus à Puncto ſuſpenſionis eſt $\frac{Pdd}{Cc}$ *. Numerator hujus fractionis conſtat ex quatuor partibus. Prima ſpectat Regulam ferream, & eſt
* 803. 23740 *. Secunda ad Curſorem inferiorem refertur, & eſt $35 \times 35 \times 7, 5. = 9187$. Tertia ſpectat Curſorem cum Elaſterio, & eſt $26 \times 26 \times 7, 5. = 5070$. Quarta tandem eſt in primo Caſu $30 \times 30 \times 8, = 7200$; in Secundo Caſu $15 \times 15 \times 32, = 7200$; quæ producta æqualia ſunt.

Colligo in unam ſummam 23740; 9187; 5070; & 7200; & habeo $Pdd = 45197$.

* 808. In primo Caſu $Cc = 1688$ *; in Secundo Caſu $Cc = 1928$ *.
* 811. Ergo, in primo Caſu, diſtantia Centri Oſcillationis à Centro ſuſpenſionis eſt 26, 78.

In ſecundo Caſu 23, 44.

Nunc 20, 78. ad longitudinem Penduli ſimplicis 35, ut 40, 5. × 40, 5. ad
* 450. 451. quadratum Anguli quæſiti 2134 *; cujus Radix quadrata vix ſuperat 46.

815. In eundem Angulum 46. incidimus, ſi pro ſecundo caſu computationem ineamus; quod iterum confirmat unum quodque Punctum Penduli, in utroque Caſu, eandem Velocitatem habuiſſe.

816. In ſequentibus duo habebimus Experimenta, in quibus Curſores tres Pendulo erunt applicandi, & nihil præterea, ut in Experimento 1°. hujus Ca-
* 745. pitis *. Sed in ultimo illorum Experimentorum Curſor medius ita diſponendus erit, ut ipſius Punctum medium cum Centro Oſcillationis totius Penduli coincidat. Quærimus Curſorum diſpoſitionem.

Problema hoc indeterminatum eſt; ſed, inter caſus poſſibiles, tales debemus eligere, qui ipſi ſcopo Experimenti ſatisfaciant; hac de Cauſâ ponimus, applicatis tribus Curſoribus, Centrum Oſcillationis coincidere cum hoc Centro, quando Curſores omnes removentur; id eſt, Centri Oſcillationis diſtantiam à Puncto ſuſpenſionis, neglectâ exiguâ fractione, eſſe polli-
* 427. 801. cum 24 *.

In hoc ipſo Centro applicamus Curſorem medium, quo Centrum hoc non mutatur; junctiſque aliis duobus Curſoribus, Pendulum conſideramus ut for-

formatum ex duobus Pendulis junctis, quæ idem habent Punctum ſuſpenſionis; quorum primum conſtaret ex Regulâ ferreâ, & Curſore medio; ſecundum ex aliis duobus Curſoribus, Lineâ rectâ, inflexili, & ſine pondere, junctis. In primo Pendulo diſtantia Centri Oſcillationis eſt 24; ergò & in ſecundo ſeparato eadem erit hujus Centri diſtantia à Puncto ſuſpenſionis. Hoc nunc ſecundum Pendulum ſolum examinabo, & Curſorum, id eſt Ponderum, ſitum indicabo.

Sint horum diſtantiæ à Puncto Suſpenſionis x & y; prima eſt maxima; ſit Pondus Curſoris $p = 7, 5$. $\frac{pxx + pyy}{px + py} = \frac{xx + yy}{x + y} = 24$ *. * 474.

Ergo $xx - 24x = 24y - yy$. Ad libitum determinamus y, & detegimus x.

Sit $y = 8$, & x erit $28, 5$. Si $y = 10$, x valebit $28, 7$. Et ſic ulterius, $y = 12$, $x = 29$; $y = 14$, $x = 28, 7$. &c.; quamcunque autem ex hiſce Curſorum diſpoſitionibus eligere poſſumus. Nunquam x ſuperat 29; & hunc ſitum eligimus.

CAPUT III.

De Actionibus Virium, harumque Deſtructione.

Vim, Corpori inſitum, agendo conſumi vidimus; 817.
Actionemque ſequi proportionem Vis amiſſæ *; * 709.
Unde ſequitur per ipſum Effectum Vim menſurari poſſe *; hæc enim valet integram Reſiſtentiam, aut Actio- * 712.
nem contrariam, quâ deſtruitur *. Conſiderando nunc * 361.
Preſſionem, cujus intenſitas manet, & quâ Vis deſtruitur, demonſtratione ſimili illi, quam de Geneſi Virium
propoſuimus *, conſtabit quoque, ejuſdem Corporis Vi- * 750.
res eſſe ut quadrata Velocitatum, ut hoc vidimus *. Sed * 753.
de novo Virium menſuram determinare, neceſſe non eſt; ex iis, quæ habuimus in Capite primo hujus Libri,
quæ menſuram Effectuum ſpectant *, deducimus. * 713.

Si Corpora agendo integras amittant Vires, Effectus 818.
ſequuntur rationem compoſitam Maſſarum, & Quadratorum Velocitatum *. * 757.

819. Hoc nunc Experimentis nobis illuſtrandum eſt; ſed tales debemus eligere Effectus, qui ad accuratam menſuram revocari poſſunt. Tales ſunt partium Corporum Elaſticorum inflexiones; ſed leges inflexionum talium nondum examinavimus, in ultimo Capite hujus Libri perpenduntur. Unicus caſus hic uſu venire poteſt, in quo nempe inflexiones ſunt æquales, & ſimiles. Ut has habeamus, Vires deſiderantur æquales; id eſt, Velocitatibus Corpora moveri debent, quarum Quadrata ſint

* 758. inverſè ut Maſſæ *; aut, ſi cadendo Corpora Velocitates acquirant, ab altitudinibus demittenda ſunt, quæ

* 790. ſint in ipſâ illâ ratione inverſâ Maſſarum *.

EXPERIMENTUM I.

820. TAB. XXX. Fig. 1. Ex Ebore formantur Cylindri duo AB, DC, quorum diametri ſunt ſeſquipollicis; hemiſphericæ ſunt extremitates A, D; conicæ reliquæ B, C. Minoris longitudo eſt ferè duorum pollicum cum ſemiſſe; alter duobus pollicibus longior eſt, & hujus pondus duplum exactè eſt ponderis alterius. Cum his cohærent Fila in extremitatibus conicis.

Deſideratur ut in extremitatibus A & D Axium eandem habeat Ebur elaſticitatem; quod facilè obtinetur ſi ex eodem Ebore Cylindri efficiantur, & ad illud attendamus, ut Puncta A, & D, coincidant cum Axe ipſius dentis.

Scrupulus omnis circa æqualitatem hanc Elaſticitatis tolli poteſt, ſi duo Cylindri conſtruantur æquales, & ſimiles Cylindro DC; demittantur hi à diverſis, ſed ſemper pro ambobus æqualibus, altitudinibus; quod ut fiat, Filis ſuis ut C c retinentur, quibus relaxatis impinguntur Cylindrorum partes, ut D, in ſuperficiem horizon-

rizontalem, gravioris fruſti Marmoris cerulei, probè firmati; paululum madefacienda eſt ſuperficies, ut color magis ſit intenſus. In impactionibus partes elaſticæ intropremuntur, Maculaſque notabiles admodum, & circinnatas, Cylindri in Marmore, aut potius in humido vapore quo obtegitur, imprimunt. Si amborum Cylindrorum Maculæ, ubi ab æqualibus altitudinibus deſcendunt, in omni caſu ſint æquales, eandem Cylindros, in locis ut D, Elaſticitatem habere extra dubium erit. His expertis, unus ex Cylindris à parte C minuendus eſt, ut magnitudinem habeat A B, id eſt dimidium ponderis ſui amittat.

Si nunc Cylindrus CD demittatur ab altitudine novem pollicum, & A B ab altitudine octodecim pollicum, Maculæ in Marmore erunt quàm exactiſſimè æquales.

Si A B ab altitudine trium pedum, id eſt prioris quadruplâ, ut Velocitas ſit duplâ, demittatur, Macula major erit, & diametri erunt ut 5 ad 6 proximè.

Effectus quoque Virium habemus; qui ad menſuram 821
revocantur, ſi intropremendo Corporum mollium partes Vires conſumantur. Argilla omnium maximè commodè adhibetur; ſed illam, ex quibus vaſa fictilia, maximè vulgaria, & vilioris pretii, efficiuntur, eligimus. Hæc pura deſideratur, & admixtâ aquâ ita temperanda eſt; ut quidem inquinet manus, non autem adhæreat. Præterea ſibi ubique ſimilis deſideratur; quod ut obtineatur, partes benè aggeruntur.

Ubi maſſa ex tali Argillâ flectitur, fatiſcit, & in quibuſdam locis ſeparatio partium datur; quando hanc habet proprietatem, partes, quæ intropremuntur, dum cedunt, inter adjacentes vicinas penetrant.

822. Si aliam Argillam, magis albam, & ad naturam Cretæ
accedentem, adhibeamus, non facilè fatiſcit, & partes
etiam difficulter inter adjacentes penetrant, dum ce-
dunt; ſed has potius removent; quod pro diversâ naturâ
Argillæ diverſimodè contingit. Hac de causâ ſolâ Ar-
* 821. gillâ, primùm indicatâ *, utor; quia quid huic continge-
re debeat ratiocinio detegere poſſumus; Effectus omnes
fixis regulis ſubjiciuntur, prævideri poſſunt, & Experi-
menta ratiocinia confirmant. Alia ſi adhibeatur Argilla
diverſos habemus Effectus, pro ut magis, aut minus,
cum indicata Argillâ congruit illa, quæ adhibetur. Caſu
tantùm in hanc obſervationem incidi; nam per plures
annos, cum uterer Argillâ, quam ad manus habebam,
Experimenta omnia exactiſſimè inter ſe reſpondere, &
cum Regulâ convenire, ad quam ipſa Experimenta me
deduxerant, ſemper obſervaveram. Ante paucos autem
annos, cùm aliam adhiberem Argillam, & Experimenta
inter ſe non ut ante reſponderent, cum curâ rem exa-
minavi; facilè percepi Cavitatem, in hoc ultimo caſu,
pro parte formari, non introceſſione, ſed potius receſſu
partium, & Effectum per aliam Regulam, mihi igno-
tam, ad menſuram debere vocari.

823. Hac de causâ ad primam Argillam redeundum mi-
hi eſſe percepi, & ſola adhibenda eſſe Corpora mollia,
* 821. quæ ſurpa indicatam proprietatem habent *, de his enim
ſolis in ſequentibus ratiociniis agitur.

824. Si Cavitatis latitudo magna ſit reſpectu profundita-
tis, ratiocinia in hac ipsâ Argillâ locum non habent;
quia in hoc caſu, quæcunque ſit natura Argillæ, facilè
partes lateraliter cedunt, & pars tantùm Cavitatis,
harum introceſſioni, tribuenda eſt.

Quando

Quando Corpus, Cavitatem formando in Corpore molli, 825.
cujus partes ſimiles ſunt, & æqualiter cohærent, & compreſſæ ita cedunt, ut inter vicinas penetrent, quale ſupra indicavi *, *Motum amittit*, ſuperat Preſſionem, quâ * 821.
partes inter ſe cohærent, & Reſiſtentiâ, quam hanc ſuperando Preſſionem patitur Corpus motum, Vis hujus minuitur, & tandem in totum deſtruitur: *Effectus* ergò *Vis* in hoc caſu, dum Corpus amittit Motum, eſt ſeparatio partium Corporis mollis, quæ juxta ſe invicem moventur; qui Effectus *proportionem ſequitur numeri particularum motarum, & ſpatii ab his, in motu juxta ſe invicem, percurſi*; & ſive hoc lentius, ſive celerius, fiat, cohæſio ſuperanda eadem eſt; unde deducimus, *Vires eſſe æquales*, 826.
quæ formando in eodem Corpore molli, Cavitates æquales, & ſimiles, conſumuntur; ſive longiori, ſive breviori, tempore hæ efficiantur.

Experimentum 2.

In hoc Experimento utimur Machinâ, præcedenti 827.
Capite explicatâ *: Huic jungimus Pyxidem, aut potius * 760.
Solidum ligneum AB, cujus craſſities eſt ferè duorum TAB. XXVIII.
Pollicum cum ſemiſſe; excavatum eſt in CD; Cavitatis Fig. 8.
longitudo quatuor Pollices ſuperat, latitudo eſt duorum Pollicum, & profunditas unius Pollicis; ſciſſuræ duæ EF, EF, per lignum penetrant. Firmatur Solidum hoc Cochleis duabus, ut G, per Tabulam, cui applicatur, & per ſciſſuras, penetrantibus. Caput H ad poſticam Tabulæ partem retinet Cochleam, & extremitas ultra ſciſſuram tranſit, ut, auxilio Cochleæ exterioris L, quæ, interpoſitâ Lamellâ cupreâ *m*, anteriorem Solidi ſuperficiem comprimit, hoc ipſum firmetur.

Solidi cavitas Argillâ, de quâ ſuprà egimus *, reple- 828.
tur; * 821.

tur; prominentem Laminâ ligneâ, quæ ab unâ parte te-
nuior eſt, ibique leviter oleo illinita, abradimus, ut
TAB. XXVII. ſuperficies exactè plana ſit. Applicatur Solidum Tabulæ
Fig. 1. BC, Cochleis penetrantibus per foramina f, f, & per
ſciſſuras Solidi, ut diximus. In hoc ſitu, Linea *on*
(TAB. XXVIII. Fig. 8.), quæ Tabulam tangit, eſt in ſitu
verticali, & cum medio ipſius Tabulæ congruit. So-
lidum, propter ſciſſuras, poteſt, ſervato hujus ſitu ver-
ticali, elevari, & deprimi, &, inter certos limites, ad
altitudinem quamcunque firmari.

829. Remotum nunc eſt Rectangulum *s*, ſolo *r* utimur,
* 769. ſuſpenſo ut antea vidimus *.
* 771. Huic conjungimus * unum ex Solidis, de quibus an-
* 738. tea *, & quidem illud quod in H (TAB. XXVIII. Fig. 7.)
exhibetur; cylindricum hoc eſt, ſed cono terminatur,
cujus ſectio per axem Angulum dat 85. gr. Quando *r*
quieſcit, in ſitu quem ſponte acquirit, vertex hujus co-
ni exactiſſimè tangit Argillæ ſuperficiem, ſi in diſpo-
ſitione uncorum, quibus Fila, cum *r* cohærentia, ſuſti-
neantur, ad illa attendamus, quæ in N. 766. indicata ſunt.

830. Filo trahitur Rectangulum *r*, ut elevetur; & quando
relaxatur, impingitur in Argillam, & Conus cavitatem
efficit. Velocitas, quâ Corpus in Argillam impingitur,
* 737. 775. diviſionibus Regulæ VX determinatur *; Regula hæc
ita firmanda eſt, ut hujus extremitas X, quieſcente Cor-
* 775. pore, cum hujus Filis exterioribus conveniat *.

831. Rectangulum ſolum cum Cono, quam Maſſam dicimus
TAB. XXXI. *unum*, Velocitate duodecim in Argillam impingitur,
Fig. 5. & Cavitas formatur, cujus veram magnitudinem in A
exhibemus.

Mutatur ſitus Pyxidis, quæ Argillam continet, ut Ca-

vitas,

vitas, ad diſtantiam ad minimum unius Pollicis à primâ, ipſi imprimi poſſit.

Maſſa Corporis agitati mutatur ita, ut valeat novem *; Fila nunc, quæ Corpus ſuſtinent, longiora fiunt; quare hoc elevandum erit *, ut exactè detur ad eandem altitudinem quàm in primo tentamine. Si tunc Corpus hoc, Velocitate quatuor, in Argillam impingatur, efficiet Cavitatem exactiſſimè æqualem priori A. TAB. XXXI. Fig. 6. * 774. * 769.

832. Velocitates in hiſce duobus caſibus ſunt 12. & 4; id eſt, ſunt ut 3. ad 1; Maſſæ ſunt ut 1. ad 9; id eſt, ſunt inversè ut quadrata Velocitatum; ergò Vires, quæ efficiendo Cavitates æquales, & ſimiles, deſtructæ fuere, æquales erant *. *758.

Adhibitis Corporibus directè cadentibus idem demonſtramus.

MACHINA,

833. *Quâ Corporum, directè cadentium, Vires conferuntur.*

Aſſeris AB longitudo eſt unius pedis; latitudo decem pollicum; craſſities pollicum duorum. Excavatur hic in *a b c d* ad profunditatem unius pollicis cum ſemiſſe, & cum pedibus EE, EE, quibus ſuſtinetur firmiter connectitur. TAB. XXXII. Fig. 2.

Pedibus hiſce, in angulis ipſius Aſſeris, etiam inſiſtunt Columnæ ligneæ quatuor CD, CD, CD, CD. Columnarum altitudo excedit paululum pedes tres. Duæ, quæ pede eodem, juxta latitudinem Aſſeris poſito, inhærent, regulis minoribus *ee*, *ee*; *f*, *f*; *g*, *g*; *h*, *h*; junguntur ita, ut Regula RR, poſita inter minores reſpondentes, parallela ſit ſuperficiei Aſſeris.

Tres Globi (Fig. 3.) æquales, ex ære, quorum diametri ſeſquipollici æquales ſunt, uſu veniunt: ſolidus unus

eſt C, reliqui duo cavi; conſtant hi ſinguli ex Hemiſphæriis duobus A, *a*, & B, *b*, quæ Cochleâ junguntur. Globorum pondera ſunt inter ſe ut unum, duo, tria.

* 821. Ubi Experimenta inſtituenda ſunt, Argillâ * repletur cavitas *a b c d*, & Tabellâ ligneâ, quod ex Argillâ prominet, abraditur; ut hujus ſuperficies non modò exactè plana ſit, ſed & idem efficiat planum cum illo, quod ex Aſſeris ſuperficie ſupereſt, Cavitatemque cingit.

Regula memorata R R inferius paululum, juxta longitudinem, excavata eſt, ut Globum quemcunque recipiat, dum manu M tenetur, ut in G exhibetur. In hoc ſitu inferius Globi punctum ab Argillæ ſuperficie diſtat pollicibus novem. Diſtantia hæc dupla eſt, ſi Regula R R tranſeat inter regulas *f*, *f*, *f*, *f*; ſi inter Regulas *g*, *g*, tripla; quadrupla ſi inter *h*, *h*.

Hæc autem diſtantia paululum plerumque minuenda eſt, ſed inæqualiter in diverſis circumſtantiis; applicatur tunc Globus extremitati Cochleæ I, quæ per Regulam R R tranſit, & magis aut minus poteſt tranſmitti.

EXPERIMENTUM 3.

Leviorem Globum vocamus primum; ſecundum dicimus illum, cujus pondus duplum eſt; tandem Globum ſolidum vocamus tertium, cujus pondus eſt primi triplum.

834. TAB. XXXII. Fig. 2. 4. Poſitâ Regulâ R R, inter regulas *e*, *e* ſucceſſivè demittantur Globi ſecundus & tertius, hiſce Oleo antea illinitis; hi Argillâ pro parte immerguntur Cavitateſque formant, eò majores quò Globi graviores ſunt. Cavitates ſunt B, C, quæ repræſentantur in Fig. 4., reductis dimenſionibus ad ſemiſſem. Punctis notatæ lineæ Cavitatum profunditates demonſtrant.

Si

Si Regula R R poſita ſit inter Regulas *f*, *f*, & Globus primus demittatur, Cavitas iterum erit B (Fig. 4.).

Si R R detur inter *g*, *g*, & Globus primus demittatur, Cavitas erit C (Fig. 4.).

Et in genere Cavitates non differunt quando Altitudines ſunt inversè ut Maſſæ, in quo caſu Vires ſunt æquales *. * 790.

Ut omnis ſcrupulus, qui ex Cavitatis profunditate 835.
oriri poſſet, removeatur, Globus cavæ ſuperficiei Regulæ applicatur, & demittitur; menſuratur Cavitatis diameter, & adeundo Tabulam, Scholio primo ſequenti contentam, Cavitatis profunditas detegitur, quæ partibus centeſimis diametri Globi exprimitur. Cochlea I, ultra ſuperficiem cavam Regulæ promovetur, quantum valet detecta profunditas; Experimentum repetitur, applicato Globo extremitati ipſius Cochleæ, nova formatur Cavitas in alio Argillæ loco, &, neglectâ primâ, hanc conſideramus.

Diximus ulterius ad Tempus in quo Cavitas effici- 836.
tur non eſſe attendendum; quia Effectus eſt determinatus. Preſſio deſtruit Vim; ſi per minus tempus agat, celeriùs agit; & quando Spatium percurſum eſt idem, Actio eſt eadem *; quod ad ſingulas partes minimas * 728.
ipſius Effectus referri debet. Vis autem, quæ deſtruitur, Actioni, quæ ipſam deſtruit, æqualis eſt *; hæc omnia * 709.
ex iis, quæ antea habuimus, ſponte fluunt; Experimentis tamen rem ipſam illuſtrabo.

EXPERIMENTUM 4.

Adhibemus Machinam cum Pendulo compoſito ſuprà 837.
deſcriptam *. Pendulo OQ * tres applicamus Curſo- * 732. TAB. XXV. Fig. 2.
res *, ad Diſtantias à Centro Motûs ad libitum ſumtas; * 735.

 * 738.

ita tamen, ut ambo extremi, ad minimum, ſex Pollicibus ab extremitatibus Regulæ OQ diſtent.

* 738. Solida * duo Singulis Curſoribus conjungimus.

* 827. Utimur Pyxide, quæ Argillam continet *, ut in præcedenti Experimento 2do. Conjungitur Pyxis hæc cum Tabulâ ABC, & ad altitudinem quamcunque poteſt firmari, tranſmiſſis Cochleis per foramina ut *d*, *d*.

Ut in ſecundo Experimento Pyxis verticalis eſt, & hujus latus *on* (TAB. XXVIII. Fig. 8.) congruit cum Lineâ verticali, per medium Tabulæ ductâ; & quieſcente Pendulo, ſi Curſor Pyxidi reſpondeat, vertex Coni, quo terminatur Solidum, cum Curſore conjunctum, ad Argillæ ſuperficiem pertingit.

TAB. XXX. Fig. 2. Tres Curſores indicati, Pendulo OQ applicati, ſunt A, B, C; coni *g*, *h*, ſimiles ſunt; Pyxis firmatur ita, ut reſpondeat Curſori A, elevatur Pendulum ad altitudinem quam Indice determinamus, Ex. gr. 40. aut 45 diviſionum; ſibi permittitur, & Vim amittit, dum imprimit Cavitatem Argillæ.

TAB. XXX. Fig. 3. Mutatur ſitus Pyxidis, ut reſpondeat Curſori B, ſed ita illa firmatur, ut alii loco ſuperficiei Argillæ reſpondeat Curſor. Elevatur Pendulum, ad eandem altitudinem quam in præcedenti caſu, & eadem Vis deſtruitur, Curſore B in Argillam agente.

TAB. XXX. Fig. 4. Tandem Curſor C, cujus Conus mutatur, ipſi jungendo *g* aut *h*, in cujus locum ſubſtituitur *i*, tertiam efficit Cavitatem, dum Pendulum, eodem modo, ut in duobus præcedentibus tentaminibus, agitatum, Vim amittit.

Tres hæ Cavitates ſunt ſimiles, & æquales; quantumvis Tempora, quibus efficiuntur, differant.

EXPE-

EXPERIMENTUM 5.

Poſitis, quæ in præcedenti Experimento fuere expli- 838.
cata; Pendulo O Q duos jungimus Curſores A, B, cum TAB. XXX.
Solidis ſuis; cum primo in *h* cohæret unum ex iis Conis, Fig. 5.
quibus cavitates, in præcedenti Experimento, fuere
effectæ.

Applicatur Pondus P *, duarum Librarum, ad di- * 744.
ſtantiam quindecim Pollicum à Puncto ſuſpenſionis, & elevato Pendulo ad altitudinem quæ vix deficit à triginta octo diviſionibus, amittat hoc Vim, cono *h* in Argillam incurrente.

Tollitur P, & Pondus T, quod ſemi-libram valet *, TAB.
ad diſtantiam triginta Pollicum à Centro motûs firma- XXX. Fig. 6.
tur; cætera manent. Elevatur Pendulum ad altitudinem * 744.
quadraginta diviſionum cum ſemiſſe & etiam Cavitatem efficit conus *h*; Cavitates erunt æquales. Diſtantia 15, & 30. Pollicum menſurantur à punctis mediis Ponderum.

Experimento 4to. Capitis præcedentis conſtat Velocita- 839.
tem Coni *h*, in utraque impactione, fuiſſe eandem; ideò, cùm Cavitates fuerint æquales, & ſimiles, clarum eſt, æqualibus temporibus haſce fuiſſe formatas. Si nunc huc referamus, quæ, occaſione 3. Exp. Capitis præcedentis,
dicta fuere *, conſtabit, partes æquales harum Cavita- * 788. 789.
tum tribuendas eſſe Actionibus Corporum P, & T, quæ
integras, & æquales *, amiſere Vires; nam agitata fuere * 758.
Velocitatibus in ratione 1. ad 2, dum Maſſæ erant ut 4. ad 1, inverse ut quadrata Velocitatum.

Quando Cavitas formatur, ſingula augmenta minora 840.
ſunt inter ſe ut numeri particularum quæ cedunt, & ut ſpatia, per quæ inter alias moventur; id eſt, augmenta

hæc

hæc ſunt ut Vires, quas Corpus hæc augmenta formando
* 825.712. amittit *: ideoque augmentorum ſumma, id eſt integra
841. *Cavitas, ſequitur proportionem* ſummæ Virium amiſſarum, id eſt, *Vis amiſſa in formatione integræ Cavitatis.*

842. *Idem* ergò *Corpus, determinatâ Velocitate motum, ſi conſumat Vim intropremendo partes Corporis mollis, Cavitatem efficiet determinatæ magnitudinis, quamcunque figuram hæc habeat.*

EXPERIMENTUM 6.

843. Utimur Machinâ, quâ Experimentum 2^m^. hujus Capi-
TAB. XXXI. Fig. 7. tis demonſtratur; hoc eodem modo ut illud peragitur; ſed alius eſt Conus, qui, cum Corpore conjunctus, in Argillam incurrit.

Duos adhibemus Conos ſucceſſivè diverſos, qui in G & I exhibentur (TAB. XXVIII. Fig. 7.). Si primum per axem ſecemus, habemus Angulum 55 gr.; ſectio ſecundi dat Angulum 102. gr.

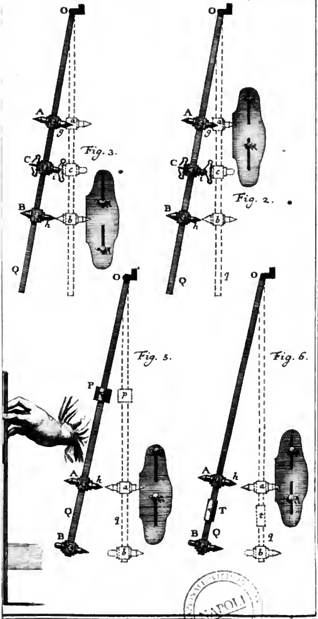
Conjuncto primo Cono cum Rectangulo, additoque
* 774. Cylindro, ut Maſſa ſit tria *, incurrat hoc, Velocitate decem, in Argillam, quieſcit Corpus, & Cavitas exhibetur in B.

TAB. XXXI. Fig. 8. Sublato Cono, adhibitoque ſecundo, repetatur Experimentum, eâdem Velocitate, mutato ſitu Pyxidis, habemus Cavitatem C, quæ collata cum B, diametri ſunt ut 3. ad 4.

844. Idem Corpus, eodem modo agitatum, has ambas impreſſit Cavitates; Vires deſtructæ fuere æquales; figuræ Cavitatum differunt; æquales tamen ſunt. Nam ex indicatis Angulis 102. & 55. gr. ſequitur, Cavitatum profunditates, datis Diametris ut 4. ad 3, eſſe ut 9, ad 16, ut quiſque, ſi figuram delineaverit, aut ex Tabulis Si-

nuum

TAB. XXX.



NAPOLI

nuum computationem ineat, deteget; ſunt ergò profunditates inverſè ut quadrata diametrorum baſium; id eſt, inverſè ut ipſæ baſes * : ideòque ipſæ Cavitates æquales *. * 2.El.XII *15.El.XII

Univerſalis autem eſt Demonſtratio de formatione Cavitatis *; Unde ſequitur, *Cavitates quæ in Corpore molli uniformi*, cujus partes ſimiles ſunt inter ſe, & æqualiter cohærent, & compreſſæ inter reliquas cedunt, (de tali enim in his agitur), *à Corporibus formantur, quæ Vires integras his actionibus conſumunt, eſſe inter ſe in ratione compoſita Maſſarum Corporum, & quadratorum Velocitatum, quamcunque Cavitates figuram habeant.* *. * 840. 845. *841.757.

EXPERIMENTUM 7.

Hoc Experimentum etiam inſtituitur ut ſecundum hujus Capitis, ſervato Cono, cujus Angulus eſt 85. gr., qui adhibitus fuit in illo Experimento. Corpus, cujus Maſſa eſt quatuor, Velocitate ſex impingitur in Argillam, & format Cavitatem. 846. TAB. XXXI. Fig. 9.

Duplicatur Maſſa, & duplicatur Velocitas, & iterum Corpus, in alium locum Argillæ impactum, Motum amittit. TAB. XXXI. Fig. 10.

Vis in hoc ultimo caſu octupla eſt prioris *; Cavitatis diameter dupla, & ipſa Cavitas etiam octupla *; nam ſunt ſimiles Coni ipſæ Cavitates. 847. * 757. *12.El.XII.

EXPERIMENTUM 8.

Si Corpus, quo, in Experimento 7mo, prima Cavitas fuit effecta, octies ſucceſſivè, eodem modo, in Argillam incurrat, & in eundem locum ſemper agat ita, ut continuò Cavitatem augeat; poſt octo ictus Cavitas æqualis erit illi, quæ ſecunda vice in Experimento ſeptimo fuit formata; id eſt, erit octupla illius, quæ uno ictu 848. TAB. XXXI. Fig. 9.

efficitur. Quo iterum confirmatur, Vim deſtructam ſequi rationem ipſius Cavitatis.

849. Viginti ſeptem percuſſiones æquales dant Cavitatem, cujus diameter eſt tripla, & quæ ipſa vicies & ſepties primam ſuperat *.

* 12. El. XII.

850. Circa hoc Experimentum obſervandum, aliquando, repetitis illis ictibus, qui in eundem ſuperficiei locum Argillam feriunt, hanc elaſticitatem quandam acquirere; tunc poſt ictum non in Cavitate hæret Conus, & Experimentum non procedit; ſed Cono, ſingulis vicibus, ad ultimam uſque, in Cavitate hærente, ſemper benè procedit.

851. In duobus ultimis Experimentis Cavitates fuere ſimiles, ſequentia ideò addam in quibus Figuræ differunt.

EXPERIMENTUM 9.

852. Hoc ut præcedentia inſtituitur, mutamus tantùm Pondus Rectangulo inſertum, & ſit nunc Maſſa ſex; Pondus potuiſſet ſervari. Incurrat Corpus, Velocitate octo, in Argillam; menſuretur diameter Cavitatis : fuit hæc in Experimento quod memoramus nonaginta & octo partium, quarum centum in Semipollice continentur.

TAB. XXVIII. Fig. 7. Tollimus Conum; hic ille fuit qui notatur H, cujus ſectio per axem in vertice dat Angulum 85. gr. *, ſubſtituimus Solidum L, quod terminatur Hemiſphærio, cujus diameter Semipollici æqualis eſt.

*738. 829.

TAB. XXXI. Fig. 11. Corpus iterum, eâdem Velocitate octo, in Argillam impingitur; conſumit Vim, efficiendo Cavitatem, quæ habet figuram ſegmenti Sphæræ; Cavitatis diameter etiam menſuratur, adhibitis partibus centeſimis Semipollicis, & valet nonaginta quatuor partes.

Si datis hiſce diametris, partium 98, & 94, adeamus

mus Tabulam, quæ in Scholio primo ſequenti habetur *, * 867.
detegimus magnitudines ipſarum Cavitatum eſſe 514.
& 508. id eſt, has ad ſenſum eſſe æquales.

Repetito Experimento Velocitate ſex, Coni diame- 853.
trum habuimus 81, & Segmenti diam. 85. Magnitudines
Cavitatum nunc fuere 290, & 283; iterum ad ſenſum
æquales; & nihil magis accuratum in his dari poſſe, Tabulæ ipſæ demonſtrant. Hæ autem Vires ſe habent ad
primas, ut 36 ad 64 *; in quâ eâdem ratione ſunt hæ * 753.
ultimæ Cavitates ad primas 36, 64 :. 288, 512.

Cùm in hoc Experimento utamur minori Sphærâ, 854.
(majore uti non poſſumus, ubi Machinam, quâ uſi fuimus, adhibemus), quis facile in ſuſpicionem incidere
poteſt, minores differentias non ſatis hac Methodo poſſe
detegi; majores nunc perpendam Cavitates, quarum Figuræ ſunt diverſæ; notiſſimum enim eſt, ejuſdem Sphæræ Segmenta inæqualia non eſſe ſimilia.

EXPERIMENTUM 10.

Redeundum nobis eſt ad Experimentum tertium hujus 855.
Capitis *. Vidimus Cavitates eſſe æquales, quæ Viribus * 834.
æqualibus fuere effectæ; de conferendis inter ſe iis, quæ
Viribus inæqualibus fuere impreſſæ, nunc agitur.

Cavitates B, & C, habuimus, demiſſis Globis, ſecundo & tertio, ab altitudine novem Pollicum; ab eadem altitudine demitto Globum primum, & datur Cavitas A, Vires, quibus impreſſæ hæ tres fuere, ſunt ut
unum, duo, & tria *. * 748.

TAB. XXXII. Fig. 4.

Demiſſis Globis, ſecundo, & tertio, ab altitudine
octodecim Pollicum, duplâ prioris, vires ſunt ut quatuor & ſex *; & Cavitates ſunt D & E. * 754.

Diviſâ diametro Globi, quæ ſeſquipollici æqualis

 eſt,

eſt, in centum partes æquales, diametri Cavitatum, hiſce partibus deſignatæ erunt, A, 65; B, 76; C, 82 $\frac{1}{2}$; D, 87; E, 93 $\frac{1}{2}$.

* 867. Segmenta ergò ſunt 80, 162, 243, 320, 489*; proximè ut 1. 2. 3. 4. 6. id eſt, ut Vires quibus Cavitates fuere impreſſæ.

856. Ex illâ eâdem Propoſitione, Cavitates Viribus eſſe
* 841. proportionales *, quam nunc variis Experimentis illuſtravimus, etiam deducimus, ad plures Cavitates referri poſſe, quæ de unicâ dicta fuere; & ex datâ Vi, quâ Cavitas formatur, determinabimus numerum Cavitatum, huic æqualium, quæ aliâ quacunque data Vi, effici poſſunt.

EXPERIMENTUM II.

857. Hoc Experimentum à penultimo, & quibuſdam aliis,
TAB. XXXI. vix differt.
Fig. 12. Rectangulum ſuſpenditur; determinatur Maſſa ad libitum; ſit hæc ex gr. duo. Cono utimur G (TAB. XXVIII. Fig. 7.), cujus ſectio per Axem dat in vertice
* 843. Angulum 55. gr. *. Velocitate quinque impingitur in Argillam.

TAB. XXVIII. Fig. 9. Tollitur Conus, & ſubſtituitur Lamella Cuprea PQR; crucis figuram habet, cujus brachia horizontalia, quorum unum tantùm apparet in R, breviora ſunt aliis. Hæc quoque brachia minora perforata ſunt, ut in *l* videtur. Foramina Cochleæ duæ trajiciunt, quibus cum Rectangulo ſuſpenſo jungitur Lamina PQR. Adhibetur autem Rectangulum, in cujus anteriori ſuperficie Foramina, quæ Cochleas recipiunt, in Lineâ horizontali
*773. ſunt *; ita ut PQ ſit verticalis.

Huic parti PQ applicantur Coni quatuor S, S, S, S, quo-

quorum Baſes cylindricæ ſunt, ne nimium ſpatium occupent. Coni ſimiles ſunt illi, quem jam in hoc Experimento adhibuimus.

Servatur Maſſa Rectanguli, quæ valet duo; quatuor Conorum apices, quieſcente Rectangulo, Argillam tangunt, ſed ab hac non ſuſtinentur. TAB. XXXI. Fig. 13.

Quando nunc Corpus in Argillam impingitur, quatuor Coni æqualiter in hanc penetrant, quatuorque Cavitates æquales efficiunt. Si Velocitas ſit decem, dupla prioris, id eſt, ſi Vis ſit quadrupla *, Cavitates hæ æquales erunt priori; quam ſolam Corpus, Velocitate quinque, impreſſit. * 753.

858. Generaliter demonſtravimus, & Experimenta hoc pleniſſimè confirmarunt, ad Tempus non eſſe attendendum, ut effectum determinemus quem Corpus præſtat, dum Vim amittit. De ipſo autem Tempore determinando, & diverſis Temporibus conferendis inter ſe, quædam addam, & in Scholiis demonſtrationes dabo.

859. In noſtrâ Machinâ, *ſi Corpus*, Cylindricè terminatum, Velocitate decem *in Argillam* impactum, ad profunditatem unius Pollicis in hanc *penetret*, *Tempus Actionis in Argillam* erit decimæ partis unius Minuti ſecundi; & hocce Tempus, *mutato Cylindro*, *aut variatâ Corporis mollis Reſiſtentiâ*, *quamdiu eâdem Velocitate impactio ſit*, *ſequitur ipſius profunditatis rationem.*

860. *Si Corpora ſint diverſa*, *Cylindrique diverſas diametros habeant*, *Tempus ſequitur rationem directam producti Maſſa per Velocitatem*, *& inverſam ipſius baſis Cylindri.*

861. *Quando Cavitates ſunt ſimiles*, *utcunque inæquales*, *Cubi Temporum ſequuntur rationem directam Maſſarum*, *inverſam Velocitatum Corporum.*

862. *Si varia Corpora terminentur figurâ formatâ revolutione ejuſdem Parabolæ circa Axem, & hæc juxta Axeos Parabolæ directionem ferantur, Temporum quadrata, ſunt ut Maſſæ*; idcircò idem Corpus, quacunque Velocitate feratur, poſitis memoratis circumſtantiis, æquali Tempore Motum amittit.

Si Velocitate decem, in noſtrâ Machinâ, Cavitatis profunditas ſit unius pollicis, Tempus in hoc caſu, & aliis, in quibus tantùm Velocitas mutatur, erit duodecimæ partis unius minuti ſecundi. *Si* autem, *manente Velocitate, profunditas mutetur, erit Tempus ut Profunditas.*

SCHOLIUM I.

Comparatio Segmentorum Sphæræ.

863. IN quibuſdam Experimentis * hujus Capitis Tabulam, in hoc Scholio ex-
*852. 855. hibendam indicavimus.

Hac Tabulâ comparamus inter ſe Conos ſimiles, aut alia Corpora ſimilia; nam hæc omnia ſequuntur eandem rationem triplicatam Linearum reſpondentium, quales ſunt Diametri Baſium Conorum ſimilium.

864. Etiam comparamus inter ſe Segmenta ejuſdem Sphæræ, ex datis Segmentorum Diametris; quas menſuramus partibus, quarum centum in Diametro Sphæræ continentur.

Hemiſphærium, quod eſt maximum Segmentorum minorum, ponimus continere partes mille, & hiſce partibus reliqua Segmenta exprimimus.

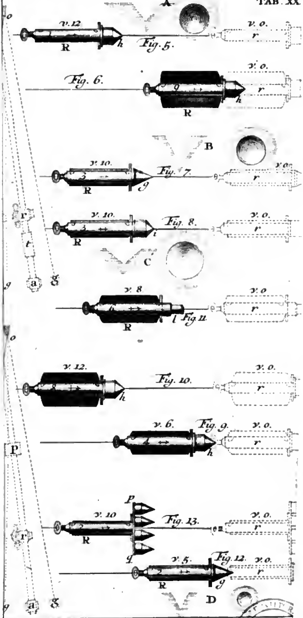
865. Et ut Conos cum Segmentis conferamus, hiſce iiſdem partibus ipſos Conos menſuramus; ſi Diametri determinentur in partibus Centeſimis Diametri Globi; poſitis Conis, quorum ſectiones per Axes dant in vertice Angulos gr. 85.

866. Segmenta, quorum Diametri parum à Globi Diametro differunt, ex Tabulâ rejecimus; quia minima differentia in Diametris, magnæ admodum differentiæ in Cavitate reſpondet: minora quoque negleximus; quia & hæc nullius
*824. uſûs ſunt in Experimentis *.

TA-

Digitized by Google

TAB. XX



NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

TABULA,

Quâ Sphæra Segmenta, & Coni, ex datis Diametris, conferuntur, diviſo Hemiſphario in mille partes, & hujus Diametro in centum. 867.

Diam.	Segment. Profund.	Segm.	Coni.	Diam.	Segment. Profund.	Segm.	Coni.
35.			23.	68.	13.	97.	172.
36.			25.	69.	14.	104.	179.
37.			27.	70.	14.	111.	187.
38.			30.	71.	15.	118.	195.
39.			32.	72.	15.	126.	203.
40.			35.	73.	16.	134.	212.
41.			38.	74.	16.	143.	221.
42.			40.	75.	17.	152.	230.
43.			43.	76.	17.	162.	239.
44.			46.	77.	18.	173.	249.
45.			49.	78.	19.	184.	259.
46.			52.	79.	19.	196.	269.
47.			56.	80.	20.	208.	279.
48.			60.	81.	21.	221.	290.
49.			64.	82.	21.	235.	301.
50.	7.	26.	68.	83.	22.	250.	312.
51.	7.	28.	72.	84.	23.	266.	323.
52.	7.	30.	77.	85.	24.	283.	335.
53.	8.	33.	81.	86.	24.	301.	347.
54.	8.	36.	86.	87.	25.	320.	359.
55.	8.	39.	91.	88.	26.	341.	372.
56.	9.	42.	96.	89.	27.	363.	385.
57.	9.	45.	101.	90.	28.	387.	398.
58.	9.	48.	106.	91.	29.	414.	411.
59.	10.	52.	112.	92.	30.	442.	425.
60.	10.	56.	118.	93.	32.	473.	439.
61.	10.	60.	124.	94.	33.	508.	453.
62.	11.	64.	130.	95.	34.	547.	468.
63.	11.	69.	136.	96.			483.
64.	12.	74.	143.	97.			498.
65.	12.	80.	150.	98.			514.
66.	12.	85.	157.	99.			530.
67.	13.	91.	164.	100.	50.	1000.	546.

SCHO-

SCHOLIUM II.

De Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, generaliter.

868. UT Tempora determinemus, quibus Corpora, in Corpora mollia, incurrentia, Cavitates imprimunt; & ut conferamus Tempora quibus diverſæ partes ejuſdem Cavitatis formantur, debemus ad Maſſam, ad Velocitatem, & ad Figuram, Corporis impacti, attendere; & in anteceſſum Reſiſtentia ex cohæſione partium Corporis mollis Experimentis determinanda erit.

869. Datâ ergò Cavitate, quæ impactione Corporis, cujus Maſſa, & Velocitas, dantur, effecta fuit, ponimus de eodem Corpore molli agi in aliis impactionibus. Hujus Corporis Superficiem ponimus planam; impactionem eſſe directam; & ipſum Corpus molle formare Obſtaculum immobile.

Ex Cavitate datâ in uno Experimento, Cavitatem in alio Caſu quoque,
* 841. ſi detur Vis Corporis, determinatur *; ponimus ergo notam Cavitatis
profunditatem.

870. Sit profunditas hæc AB; ſit AIC Curva, cujus revolutione circa Axem
TAB. AB, Corporis figurâ fuit determinata; Curvam hanc vocamus *Lineam*
XXXII. *Figuræ*.
Fig. 5. Secundam concipimus Lineam ALD, quæ eundem Axem habeat AB;
871. ſed cujus ordinatæ, ut HL, rationem ſequuntur duplicatam reſpondentium
ordinatarum, ut HI, in primâ Curvâ; id eſt, HL eſt ut quadratum Lineæ HI;
&, ex notâ prima Curvâ, detegitur ſecundâ. Si Corpus ipſum ſecetur plano, ad Axem perpendiculari, ſectio erit ut quadratum HI, id eſt ut HL, & Curva ALD ſoliditatem Corporis repræſentabit, quæ cum Cavitate congruit. Lineam hanc vocamus *Lineam Cavitatis*.

872. Superficies ABD integram Cavitatem exhibet; & ſuperficies AHL proportionalis eſt portioni Cavitatis effectæ, quando Corpus ad profunditatem AH penetrâvit in Corpus molle. Superficies HLBD repræſentat illud, quod de Cavitate efficiendum ſupereſt, ut tota Vis deſtructa ſit; id eſt, ſuperficies hæc HLBD proportionalis illi parti ipſius Vis, quam Corpus
873. ſuperſtitem habet quando ad profunditatem HA eſt immerſum *: Hæc
* 841. ergò ſuperficies proportionalis eſt quadrato Velocitatis Corporis, in hoc
ipſo momento.

874. Tertiam nunc concipimus Lineam EMB, quam vocamus *Lineam Velocitatis*. Axis iterum eſt AB; Baſis AE repræſentat Velocitatem, quâ Corpus projectum ad ſuperficiem Corporis mollis accedit; Velocitas decreſcit, & ubi Cavitatis profunditas eſt HA, Velocitas Ordinatæ HM proportionalis eſt. Hujus Curvæ hæc eſt proprietas, quadratum Ordinatæ, ut HM,
* 873. proportionem ſequi ſuperficiei HBDL *; quare, conceſſis Figurarum quadraturis, ex datâ Curvâ ALD, hanc ipſam EMB determinamus.

875. Ex notâ Lineâ Velocitatis, quartam deducimus, quam *Lineam Temporis* vocamus, cujus hæc eſt proprietas. Baſis BF exprimit integrum Tempus, quo Cavitas imprimitur, & tota Vis conſumitur; ordinata HG indicat Tempus, quo Corpus ad profunditatem AH penetravit.

Differentia inter hanc ordinatam HG, & ſequentem *hg*, nempe *ng*, repræ-

præſentat momentum Temporis, quo Spatiolum H*b*, Velocitate HM fuit percurſum, id eſt, HM×*ng* ſequitur rationem ipſius H*b**; quod ſpatiolum, ſi conſtans concipiatur, dabit conſtans productum HM×*ng*. * 121.

Ergo, conſtans ſpatiolum H*b* eſt ad *ng*, ut Ordinata HM ad conſtantem quandam Lineam; quæ proprietas ipſam Curvam Temporis determinat. Hanc autem, propter evaneſcentem Velocitatem in B, Linea BF tangit in vertice F. 876. 877.

Si Corpus, ſervatâ Velocitate primâ AE, motu uniformi, percurreret AB, Tempus uniformiter creſceret, & omnes Lineolæ *ng*, poſitis æqualibus H*b*, æquales forent, & Curva in Rectam converteretur, quæ in A cum illâ coincideret, id eſt, ipſam tangeret. Sit hæc tangens AN; tunc BN ſe habebit ad BF, ut Tempus, quo Corpus, Velocitate quâ in Corpus molle incurrit, ſpatium AB percurreret, ad Tempus, quo Cavitatem formando Vim amittit. 878. 879.

Si pro variis impactionibus tales formemus figuras, & æquales quantitates in omnibus, æqualibus Lineis deſignentur, eo ipſo comparamus inter ſe, quæ ad hos diverſos caſus ſpectant. 880.

SCHOLIUM III.

Demonſtrationes N. 859. 860. 862.

IN applicatione Theoriæ, in præcedenti Scholio explicatæ, quæ admodum univerſalis eſt, ſæpe magna occurrit difficultas; quia in Curvas, Mechanicas dictas, incidimus; & tunc, ſi per Algebram ad expreſſiones Arithmeticas tendamus, ad Series infinitas plerumque recurrendum eſt. In quibuſdam tamen caſibus omnia Geometricis Lineis abſolvuntur, ut exemplis ſequentibus patebit. 881.

Agatur de Cylindro recto, juxta Axis directionem moto, perpendiculariter in ſuperficiem Corporis mollis incurrente. 882.

Linea Figuræ eſt recta Axi parallela; talis etiam eſt Linea Cavitatis *, eâdem *a*C has ambas repræſentamus. Ponimus AE repræſentare Velocitatem, quâ Corpus projectum ad ſuperficiem Corporis mollis accedit, Lineamque Velocitatis eſſe BME, cujus ordinata, ut HM, rationem ſequitur ſubduplicatam Rectanguli IHCB *: hoc autem Rectangulum ubique eſt ut abſciſſa reſpondens; ergò quadratum Ordinatæ eſt ut Abſciſſa, quæ eſt Parabolæ conicæ proprietas *. * 871. TAB. XXXII. Fig. 6. * 873. * *La Hire ſect. con.* lib. 3. Prop. 1.

Ut Lineam Temporis nunc detegamus, ponimus BN proportionalem Tempori, quo AB percurri poteſt à Corpore, eâ Velocitate moto, quâ in Corpus molle impactio fit; eritque AN Tangens ad Curvam in A *. * 878.

Sit ipſa Curva AF; cujus Axis FQ.

Si in G ad Curvam erigatur perpendicularis GR, Triangulum rectangulum GRO ſimile erit Triangulo rectangulo G*ng*; propter Angulos æquales RGO & *n*G*g*; nam *g*GO eſt utriuſque complementum ad Angulum rectum. Ergo G*n*, aut H*b*, ſe habet ad *ng*, ut GO, ad OR; id eſt, GO ad OR, ut HM ad conſtantem Lineam *; ſed ut vidimus, * 876.

in hac Figurâ, HM ſequitur rationem radicis quadratæ Abſciſſæ BH, aut FO; ergo GO ad OR, ut radix quadrata Abſciſſæ FO ad conſtantem; unde ſequitur Curvam AGF quoque eſſe Parabolam conicam; nam in hac GO ſequitur rationem ſubduplicatam ipſius FO * & OR eſt conſtans *.

* La Hire ſect. con. lib. 3. prop. 1.
* ibid. lib. 3. prop. 19.
* ibid. lib. 2. prop. 20.

Ex his ſequitur FP & FQ, aut AB, eſſe æquales *; & æquales quoque FN, BN. Quare Tempus quo Cavitas imprimitur, quod ipſi BF proportionale eſt, duplum eſt illius, quo Corpus, Velocitate quâ fuit impactum, potuiſſet percurrere ſpatium æquale profunditati Cavitatis; quod Tempus Lineâ BN fuit deſignatum *.

* 879.

883. Si hæc velimus applicare Exemplo in N. 859. propoſito, hæc aliunde nota ponimus; Corpus, Machinæ noſtræ applicatum, deſcendere ad profunditatem unius Pollicis, poſitâ Velocitate 14, 6. Etiam Experimentis, cum Pendulis inſtitutis *, detectum fuiſſe, Corpus, cadendo ab altitudine decem Pedum Rhenolandicorum, Velocitatem acquirere, quâ in uno minuto ſecundo percurreret Pedes tales viginti quinque.

* 415. 470.

Altitudo hæc ſe habet ad altitudinem unius Pollicis, ut 120. ad 1; ergo Corpus, cadendo ab altitudine unius Pollicis, Velocitatem acquirit, quâ in uno minuto ſecundo percurritur ſpatium 27, 4. Pollicum *; hæcque eſt in noſtrâ Machinâ Velocitas, quam dicimus 14, 6., quæ ſe habet ad 10, ut

* 374.

884. 27, 4. ad 18, 7. Ergò *Spatium percurſum in uno minuto ſecundo, Velocitate quam in Machinâ dicimus decem, eſt poll.* 18, 7.; & Tempus, quo Pollex unus percurritur, eſt 0″, 051.; cujus duplum, Tempus nempe quo Cavitas, uno Pollice profunda, efficitur, eſt 0″, 106., quod Tempus vix ſuperat illud quod occaſione N. 859. indicavimus.

885. Si agatur de alio caſu, clarum eſt *Tempus* mutari ut BF, quæ ſequitur rationem ipſius BN. Hæc autem, *ſi Velocitas maneat, ſequitur rationem Profunditatis* AB, ut in eodem N. 859. diximus.

886. *Si Velocitas mutetur, Tempus*, in quo Linea ut AB percurritur, minuitur, ut augetur Velocitas, & *eſt* BN, ideoque BF, *inversè ut Velocitas.*

887. *Generaliter Tempus eſt directè ut Profunditas & inversè ut Velocitas.*

888. Ex hiſce facilè deducimus, quæ caſus diverſos peculiares ſpectant quamdiu de Corporibus Cylindricis agitur.

889. Sit *p* Profunditas; *d* Diameter; M Maſſa; *v* Velocitas; Cavitas erit *pdd* *, quæ valet Vim M*vv*.*. Unde deducimus $\frac{p}{v} = \frac{Mv}{dd}$: Sed $\frac{p}{v}$ eſt ut Tempus *; ergò hoc ut $\frac{Mv}{dd}$; ut in N. 860. diximus.

* 11. 14. El. XII.
* 757. 845.
* 887.

890. *Quando Corpus, efficiendo Cavitatem cylindricam, amittit Vim*, ex hac continuo amittit pro ratione ſpatii percurſi *; eodem modo ut Corpus in altum projectum *; eidem ergo, cum hoc, Legi retardationis ſubjicitur; id eſt, *minuitur Velocitas æquabiliter, Temporibus æqualibus* *.

* 840.
* 370. 377. 378. 754.
* 377.

891. Ponamus nunc Corpus terminari figurâ, quam efficit Parabola, circa Axem revoluta.

TAB. XXXII. Fig. 7.

Sit AIC Parabola hæc; quæ eſt Linea Figuræ, cujus Axis eſt AB, qui etiam eſt axis Cavitatis. Linea Cavitatis eſt recta ex Vertice ducta ALD; nam

nam Quadratum Ordinatæ HI eſt ut AH*, cujus rationem quoque ſe- * *La Hire*
quitur HL*; quare HL ut quadratum HI, quæ eſt Lineæ Cavitatis na- *ſect. con.* lib.
tura*. 3. prop. 1. * 4. El. VI.
Sit Linea Velocitatis EMB; quadratum Ordinatæ, ſequitur rationem ſu- * 871.
perficiei LHBD*, quæ eſt differentia Triangulorum ADB, ALH; ſi- * 874.
milia hæc Triangula ſunt ut quadrata laterum AB, AH*; ergò quadra- * 19. El. VI.
tum Ordinatæ HM, quod eſt ut differentia Triangulorum, eſt etiam ut
differentia horum quadratorum. Unde patet Lineam BME, eſſe Circu- 892.
lum, aut Ellipſin; ſi enim Centro A, radio AB, quadrans Circuli deſcri-
batur BME; quadratum HM æquale erit differentiæ quadratorum AB &
AH. Si pro Circulo Ellipſis adhibeatur, non æqualitatem hanc habebimus, * *La Hire*
ſed Ordinatæ erunt in eâdem ratione*. *ſect. con.* lib. 3. prop. 3.
Velocitatis Linea, Temporis Lineam determinat*; in hoc autem caſu 893.
in Mechanicam Lineam incidimus; ſed ſi Circulum adhibeamus pro Lineâ * 876.
Velocitatis, non aliâ Temporis Lineâ indigemus: Vidimus enim Lineam
Velocitatis, Penduli, in Cycloide agitati, etiam eſſe Circulum, & Tempus
determinari per hujus circumferentiam*; quod & hic locum habebit. Tem- * 868.
pus quo Corpus penetrat ad Profunditatem AH, ſe habet ad Tempus quo
integram efficit Cavitatem, ut Arcus EM, ad Circuli quadrantem EMB.
Spatiolum, infinitè exiguum, A*a* percurritur Velocitate, quâ impactio
fit; & Tempus, quo percurritur, repræſentat Arcus E*e*, ipſi A*a* æqualis;
ergo, ſi Corpus, hac eâdem Velocitate motum, percurrat Circuli qua-
drantem EMB, hoc faciet Tempore, *quo ipſa Cavitas efficitur.* Hoc *Tem-* 894.
pus ergo ſe habet ad Tempus quo Corpus, Velocitate, quâ impactio fit, percur-
reret Cavitatis Profunditatem, ut Circuli quadrans ad Semidiametrum. Si AB
ſit unius Pollicis EMB valebit Pol. 1, 57. Velocitate, quam in noſtrâ Ma-
chinâ dicimus decem, Corpus in uno minuto ſecundo percurrere poteſt
Poll. 18, 7*; in duodecimâ parte hujus Temporis percurrit fere Poll. 1, 57, * 884.
& hocce Tempore Cavitas efficitur; ut occaſione N. 862. indicavimus.
Si, manente Corpore, Velocitas mutetur, Cavitas, quam ſuperficies ADB 895.
repræſentat*, mutatur ut Quadratum Velocitatis*; ſuperficies hæc ſequi- * 845. * 871.
tur rationem Quadrati Lineæ AB*, Profunditatem Cavitatis exhibentis; * 19. El. VI.
ergò Velocitas eſt ut Profunditas; & variatâ hac, æquali Tempore tamen * 119.
percurritur*: unde ſequitur *æquali Tempore ſemper Cavitatem effici**, ut quo- * 894.
que obſervavimus occaſione N. 862.
Si, manente Velocitate, Profunditas Cavitatis, quacunque de cauſâ, mute- 896.
tur, in ratione mutatæ Profunditatis variatur Tempus, quo hæc percurri
poſſet eâdem illâ Velocitate*; illud autem conſtantem rationem habet * 120.
ad Tempus, *quo Cavitas efficitur**; quod ergò in eâdem ratione quoque * 894.
variatur.
Sequenti Regulâ etiam determinamus hoc ipſum *Tempus, quo Cavitas im-* 897.
primitur; eſt ad Tempus, quo Corpus cadendo acquirit Velocitatem, quâ im-
pactio fit, in ratione compoſitâ, Profunditatis Cavitatis ad altitudinem, à quâ
Corpus cecidit, & quadrantis circumferentiæ Circuli ad Diametrum.
Tempora hæc ſunt inter ſe, in ratione compoſitâ Temporis, quo Ca- 898.
vitas imprimitur, ad Tempus quo Corpus Velocitate, quâ impactio fit,
Profunditatem Cavitatis percurrere poſſet, & ratione hujus ultimi Tempo-

ris ad Tempus caſûs per dictam Altitudinem. Prima ratio illa eſt, quæ
* 894. datur inter quadrantem Circuli & ſemidiametrum *. Secunda ratio coin-
cidit cum ratione Profunditatis Cavitatis ad indicatam Altitudinem, dupli-
* 120. 376. catam *. Ratio compoſita non mutatur, ſi duplicato uno conſequenti,
alterum ad dimidium reducamus; ſi pro ſemidiametro integram ponamus,
& pro Altitudine duplicatâ ipſam ſimplicem adhibeamus, habemus quod
demonſtrandum erat.

S C H O L I U M IV.

De Conferendis Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, datis Figuris quibuſdam peculiaribus.

899. CUrvas vocabimus analogas, quarum Ordinatæ ſunt proportionales, quæ
Abſciſſis proportionalibus reſpondent.
TAB. Curvæ FAG, OHP, quarum Axes ſunt AC, HL, ſunt Analogæ, quia
XXXII. ſumtis ad libitum AB, AC : : HI, HL, hæc alia datur proportio DE,
Fig. 8. FG : : MN, OP.
Concipiamus Curvas has circa Axes rotari, & figuras Corporum deter-
minare. Si talia Corpora, juxta Axium directiones mota, in ſuperficiem
Corporis mollis impingantur perpendiculariter, Tempora quibus vires amit-
tunt conferri poterunt inter ſe Regulâ facili; non autem hac ipſâ Tempora
conferri poterunt cum Tempore quo Corpus, Velocitate notâ, ſpatium
* 884. 894. 898. datum percurrit, ut in præcedenti Scholio fecimus *.
900. Concipiamus Corpora hiſce Curvis terminata, ita in Corpus molle im-
pingi, ut penetrent ad FG & OP. Concipiamus ulterius Corpora hæc
dividi, planis ad Axem perpendicularibus, in Orbes tenues, ſed ita, ut in
uno quoque Corpore Orbes omnes ſint ejuſdem craſſitiei, & ſingula Cor-
pora eundem numerum orbium contineant.
Axes AC, & AL, in æqualem numerum partium dividuntur; ergo ſi
* 899. idem ſit numerus partium in AB, & HI; erit FG : DE : : OP : MN *;
* 16. El. V. & altern. FG : OP : : DE : MN *: & ſunt quoque proportionales Orbes
quorum hæ ſunt Diametri; daturque inter Orbes quoſcunque reſpondentes,
eadem ratio, quæ inter ultimos; id eſt Orbes reſpondentes ſunt ubique
901. in eadem ratione; & ſumma omnium, ad ſummam omnium, id eſt, *Ca-
* 12. El. V. vitas una ad alteram*, ut Orbis quicunque ad ſuum reſpondentem *; aut, *ut
ſumma Orbium quorumcunque ad ſummam reſpondentium.*
Corpora dum ad ſuperficiem Corporis mollis accedunt, Viribus gaudent,
* 841. ipſis Cavitatibus FAG, OHP proportionalibus *; moventurque Velocita-
tibus quæ ſunt in determinatâ ratione.
902. Quando partes DAE & MHN, in Corpus molle penetrarunt, Vires
* 901. deſtructæ ſunt in ratione illarum quas Corpora in initio habuere *, ergò
* 17. El. V. & Vires ſuperſtites ſunt ut primæ *; ut & Velocitates in eâdem ratione
* 753. quàm in initio *.

Tempus,

Tempus, quo Profunditas Cavitatis DAE augetur quantitate Bb, eſt ad 903.
Tempus, quo alterum Corpus percurrit Ii, directè ut Bb ad Ii, & inversè
ut Velocitates, quibus in hiſce momentis Corpora agitantur *. Bb autem * 121.
eſt ad Ii, ut AC ad HL; propter æqualem numerum partium in utrâque
Lineâ: & Velocitates in hoc momento ut in initio *. Ergo Tempus quo * 902.
Orbis quicunque immergitur, ad Tempus quo Orbis reſpondens in Corpus
molle penetrat, *directè ut Profunditates Cavitatum, quas Corpora integras Vi-* 904.
*res conſumendo imprimunt, & inversè ut Velocitates, quibus Corpora impingun-
tur in Corpus molle*; & in eâdem ratione eſt ſumma omnium momentorum,
quibus ſucceſſivè omnes Orbes, in FAG, immerguntur, ad ſummam mo-
mentorum, quibus hoc ipſum in OHP contingit *. Hæc autem *ſunt Tem-* * 12. El. V.
pora, quibus integræ Cavitates imprimuntur.

Hæc Univerſalis eſt Regula, quæ locum habet, quæcunque ſint Cavitates;
poteſtque hujus Regulæ demonſtratio figuris quibuſcunque Corporum appli-
cari, quando partes immerſæ ſimiles ſunt; quare *Regula hæc omnibus Cavi-* 905.
tatibus ſimilibus quoque applicari poteſt.

In his ultimis primùm uſum Regulæ exponam. Sit Cavitatis Profunditas 906.
x; Cavitas erit ut x^3 *; ergo, ſi M ſit Maſſa Corporis, & v Velocitas, * 8. 12. El. XII.
erit $x^3 = Mvv$ *: ſi T ſit Tempus; erit $T = \frac{x}{v}$ *; & $T^3 = \frac{x^3}{v^3} = \frac{Mvv}{v^3}$ * 845. * 904. 905.
$= \frac{M}{v}$; ut diximus in N. 861.

Redeamus ad Curvas analogas; DE, FG :: MN, OP; quia AB, 907.
AC :: HI, HL *: ponamus nunc AX, AZ :: HI, HL erit RS, TAB.
TV :: MN, OP; ergò poſitis in eâdem Curvâ AB, AC :: AX, AZ, XXXII.
erit DE, FG :: RS, TV. Unde ſequitur mutationem Ordinatæ, à mu- Fig. 8.
tatione Abſciſſæ, pendere juxta conſtantem quandam Legem; & generali * 899.
æquatione poſſe exprimi naturam omnium Curvarum Analogarum poſſibi-
lium.

Si x ſit Abſciſſa ut AB; y duplicata Ordinata reſpondens; æquatio erit 908.
$x = y^{\frac{n}{m}}$ aut $x^m = y^n$, deſignantibus m, & n, numeris quibuſcunque
integris, aut fractis. Si numerus unus aut alter ſit negativus Curva in
præſenti negotio uſum nullum habere poterit.

Ut autem diverſas Curvas, quæ eâdem æquatione particulari exprimuntur, 909.
poſſimus conferre, deficientes ab una parte dimenſiones ſupplemus, adhibitâ
Lineâ a, quâ tales Curvas inter ſe diſtinguimus, & æquatio generalis ſit
$a^{n-m} x^m = y^n$.

Si Abſciſſa x exprimat Cavitatis Profunditatem, Cavitas ipſa valebit 910.
Sphæroïdem, cujus x erit altitudo, quod Solidum proportionale eſt Mvv *, * 885.
& valet $\frac{n}{2m+n} a^{\frac{2n-2m}{n}} x^{\frac{2m+n}{n}}$, ut illi norunt quibus prima Elementa qua-
draturæ Curvarum non ſunt ignota.

Poſſumus negligere multiplicatorem conſtantem $\frac{n}{2m+n}$, eò enim non

mutamus proportionem, quæcunque ſit æquatio peculiaris: ſervatur tamen a, ut collatio diverſarum Linearum ejuſdem æquationis fiat.

Ponimus ergo $a^{\frac{2n-2m}{n}} x^{\frac{2m+n}{n}} = Mvv$, id eſt, $x^{2m+n} = a^{2m-2n} M^n$
* 904. v^{2n}: ſed $T = \frac{x}{v}$ *; ergo $T^{2m+n} = \frac{x^{2m+n}}{v^{2m+n}}$.

911. Si nunc pro x valorem ſubſtituamus, detegimus æquationem $T^{2m+n} = a^{2m-2n} M^n v^{n-2m}$, quæ univerſalem ſuppeditat regulam, de Temporibus conferendis in omnibus Curvis Analogis, ut exemplis patebit.

912. * 909. Ponamus $m = 0$, $n = 1$; Æquatio Figuræ $a^{n-m} x^m = y^n$ * mutatur in
* 911. hanc $a = y$, & Figura eſt cylindrica. Nunc $T = a^{-2} Mv$ * aut $T = \frac{Mv}{aa}$,
* 2. El. XII. * 889. id eſt Tempus eſt directè ut productum Maſſæ per Velocitatem, inversè ut quadratum diametri, aut ut Baſis *; ut ſupra jam habuimus *.

913. * 909. Si $m = 1$, & $n = 1$; æquatio Lineæ * dat $x = y$, & agitur de Cono; ſed a evanuit; &, ut diverſos Conos conferamus inter ſe, debemus novam inire computationem.

914. Ponamus d eſſe diametrum, quando c eſt altitudo, & erit, $d, c :: y, x$;
* 11. 14. El. XII. * 845. aut $dx = cy$. Soliditas Coni eſt ut yyx *, id eſt, ut $\frac{dd}{cc} x^3 = Mvv$ *;
* 904. ſed $T = \frac{x}{v}$ *; ergo $T^3 = \frac{ccM}{ddv}$, dat generalem pro Conis quibuſcunque Regulam.

915. * 909. Sit $m = 1$, & $n = 2$; æquatio Figuræ * eſt $ax = yy$ & figura eſt Parabola, cujus Parameter a. Factâ numerorum ſubſtitutione in æquatione,
* 911. $T^{2m+n} = a^{2m-2n} M^n v^{n-2m}$ quæ valorem Temporis exhibet *, habemus $T^4 = a^{-2} M^2$, aut $T^2 = \frac{M}{a}$, & quadratum Temporis eſt directè ut Maſſa, inversè ut Parameter.

916. Nec aliter in aliis Curvis procedendum.

Curva $a^2 x = y^3$, dat $T^5 = \frac{M^3 v}{a^4}$;

$a x^2 = y^3$, dat $T^7 = \frac{M^3}{aav}$.

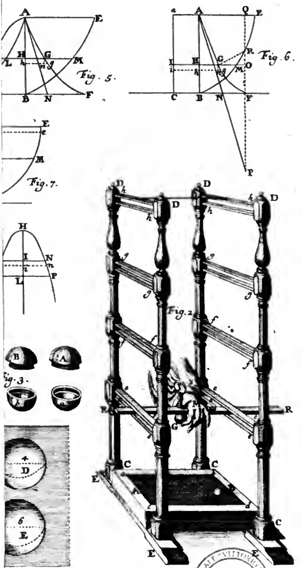
$x^3 = aay$, dat $T^7 = \frac{a^4 M}{v^5}$.

$x^3 = ayy$, dat $T^4 = \frac{aM}{v^2}$. &c.

In duobus ultimis caſibus ſolidum formatur converſione Curvæ circa tangentem in vertice.

LIBER

Digitized by Google



NAPOLI

Digitized by Google

LIBER II.

Pars II. De Corporum Colliſione ſimplici, directâ, & obliquâ.

CAPUT IV.

De Corporum Colliſione ſimplici, directâ.

Definitio I.

Celeritas, quâ duo Corpora, ad ſe mutuò accedunt, aut ſeparantur, vocatur Celeritas reſpectiva. 917.

Quando Corpora ambo ad eandem partem tendunt, ad ſe invicem accedunt, aut ſeparantur, Velocitate, quæ æqualis eſt differentiæ Velocitatum abſolutarum. 918.

Velocitas autem reſpectiva eſt ſumma Velocitatum abſolutarum, ſi Motuum directiones ſint contrariæ. 919.

Definitio 2.

Impactio directa dicitur, quando ita concurrunt, ut nulla ratio detur, quare potius ad unam, quàm ad aliam partem, deflectantur; adeò ut in eâdem Lineâ, ante & poſt concurſum, Motus detur, ſi hic non omnis deſtructus fuerit. 920.

In tali Impactione hæc tria concurrere debent. Ut Directio Motûs, aut Motuum, quando ambo moventur Corpora, tranſeat per ſingulorum Gravitatis Centra; ut hæc eadem Linea, quæ per ambo Centra Gravitatis tranſit, ſecet partes ſuperficierum, quæ in ſe mutuò incurrunt; tandem ut hæ ſuperficies, quæ in ſe mutuò incur- 921.

incurrunt, ad Lineam, quæ per Centra Gravitatis tranſit, ſint perpendiculares.

DEFINITIO 3.

922. *In omni alio caſu Ictus dicitur obliquus.*

923. Corpora, in quibus Colliſio locum habet, ſunt vel du-
* 66. ra vel mollia; perfectè dura nulla novimus *; omnia quæ à nobis dura dicuntur ſunt revera elaſtica; de his ergò & de mollibus agendum, de perfectè duris breviter, quid in omni caſu contingeret, indicandum.

924. Non omnis concurſus Corporum ad Impactionem pertinet; ita Corpora poſſunt convenire, & de hoc caſu poſtea agendum erit, ut acceſſus ſuperficierum fiat Velocitate infinitè exiguâ, poteſtque hæc Actio per Tempus continuari, ſed nulla hìc datur Impactio.

925. Locum hæc habet, quando ſuperficies ad ſuperficiem, in quam immediatè agit, accedit Velocitate finitâ, ita ut detur Actio ex Vi inſitâ.

926. *Omnia Corpora, nobis nota, conſtant ex partibus inter ſe cohærentibus* vi, cujus effectum novimus, & cujus cauſa nos latet: Sed verà *Preſſione* partes inter ſe cohærere, cuicunque cauſæ hanc tribuamus, in dubium nemo vocabit.

927. Nulla datur Preſſio, quæ minimâ inſitâ Vi ſuperari
* 703. non poteſt *; ergò *Nulla datur Corporum Colliſio ſine quadam partium introceſſione.*

928. *Si Corpora darentur perfectè dura, minimâ Colliſione confringerentur*; in his enim minimus non datur partium
* 65. motus ſine harum ſeparatione*.

929. De Colliſione Corporum in genere hoc Capite agam; explicandum ideò, *quid obtineat in Corporibus non elaſticis*; nam & hoc ipſum *in elaſticis locum habet, in momento in*

quo

quo Corpora concurrunt, antequam partes intropreſſæ ad priſtinam figuram redeant.

Hac figuræ inſtauratione *Corpora elaſtica* ſeſe mutuò repellunt; idcircò *poſt Ictum ſeparantur.* Nulla autem talis datur Actio, *ſi omni elaſterio deſtituantur*; ergò *poſt Impactum directum non ſeparantur*; nam in Impactione hac, directio mutari non poteſt *; & ideo, ſi non ambo Ictu quieſcant, *in eâdem Lineâ ambo motum continuant, in quâ ante Ictum movebantur*, & in quâ à ſe invicem non repelluntur. 930. 931. * 920.

Dum partes Corporum intropremuntur, deſtruitur Vis *, quæ Preſſionem, quâ cohærent *, ſuperat; Ergò *Corpus in aliud incurrere non poteſt, aut duo in ſe mutuò, ſine diminutione ſummæ Virium* *; *ſi Corporum detur Colliſio.* * 708. * 916. 932. * 927.

In Corporibus elaſticis partes ictæ ad priſtinam redeunt figuram, & redeuntes premunt Corpus, cujus Actione intropreſſæ fuere; hac Preſſione nova generatur Vis; ſed de hac nondum agimus, *in ipſis Corporibus elaſticis datur, ante figuram inſtauratam, diminutio Virium, de quâ hìc agimus.* 933.

Nulla in Corporum Colliſione Vis deſtruitur, præter illam quâ partes intropremuntur. 934.

Ponamus primò Corpora ad eandem partem tendere. Antecedens neceſſariò tardius alio movetur, & Ictu acceleratur; conſequens verò, quia in aliud agit, ex vi ſuâ amittit. Effectus Vis amiſſæ eſt augmentum Vis in antecedente, ut & introceſſio partium; Effectus hic valet Vim amiſſam à conſequente *; ſed illa, quam acquiſivit antecedens, non eſt Vis deſtructa; ergò ſola hæc deſtruitur, quâ partes introcedunt. 935. * 709.

Secundò, tendant Corpora in partes contrarias. Corpus, 936.

pus, quod incurrit in Obſtaculum molle, & fixum, totam intropremendo partes Vim amittit; nullum enim alium edit Effectum: & ideò totam intropremendo partes amittit Vim, quia Obſtaculum ſatis reſiſtit.

Non minor eſt reſiſtentia, quando Obſtaculum non eſt fixum, ſed ipſum motu contrario ad Corpus accedit; quare Corpus, in hoc caſu, non minorem intropremendo partes exſerit Effectum, totamque etiam Vim hac Actione conſumit.

Duobus autem datis Corporibus, in contrarias partes latis, utrumque eſt Obſtaculum reſpectu alius, & utrumque intropremendo partes Vim conſumit. Si verò unum ante aliud totum amittat Motum; eo momento in caſum jam examinatum incidimus, & univerſalis eſt Demonſtratio.

937. Paradoxam autem hanc Propoſitionem, *Vim nunquam immediatè Vim deſtruere*, Experimentis extra dubium ponimus.

938. EXPERIMENTUM I.

TAB. XXVII. Fig. 1. Utimur eâdem Machinâ *, quâ Experim. 2., Capitis præcedentis *, demonſtratur. Ipſi autem applicamus ambo Rectangula *r*, & *s*, diſpoſitis Uncis, qui fila ſuſtinent, ut antea explicatum *.

* 760. * 827. * 766.

Cum Rectangulo *r* conjungimus Conum H (TAB. XXVIII. Fig. 7.), ut in indicato Experimento *. * 829.

939. Rectanctulo *s* additur Pyxis cylindrica lignea M (TAB. XXVIII. Fig. 10.); hæc, eum in finem, Cochleâ *n* inſtructa eſt, quæ Cavitati in anteriori ſuperficiei Rectanguli inſeritur *. Pyxidis hujus Cavum anterius *o* Argillâ repletur; quæ Lamellâ, aut Cultro ligneo, cujus acies paulò illinita eſt oleo, abraditur, ut ſuperficies plana, * 770.

&

& æqua ſit; tunc ponderatur Pyxis, & in Cavum poſterius parum Argillæ intruditur, quantum neceſſe eſt, ut Cylindri pondus æquet pondus Coni, Rectangulo *r* applicati. Tales cylindri, ita parati, plures deſiderantur, ad minimum tres aut quatuor.

Rectangulis inſerimus, ibique firmamus, Cylindros, quibus illorum Pondus augetur *; & quidem tales, ut * 774.
Maſſæ ſingulæ valeant tria.

Rectangula diſponuntur, ut antea de uno dictum *; 940.
cavendum autem ut exactè dentur in ſitu horizontali, * 769.
ad eandem altitudinem, & ad eandem diſtantiam à Tabulâ BC; tunc, quieſcentibus Rectangulis, in ſitu quem ſponte acquirunt, Fila uncis, *g* & *f* juncta, ſunt parallela, ut & illa, quæ ſuper Uncis *h* & *i* tranſeunt; vertex Coni, cum Rectangulo *r* juncti, reſpondet centro ſuperficiei Argillæ in *s*, ibique hanc tangit.

Regula VX firmatur, & Rectangulum *r* elevatur, ut in ſæpius indicato Experimento dictum *; applicatur * 830.
Index o, ut decimæ diviſioni majori Regulæ reſpondeat *. * 775.

941. Ab hac diviſione Rectangulum demittitur, & Velocitate decem in Rectangulum quieſcens *s* incurrit, & hoc ſecum fert, Cavitatemque in Argillam imprimit.

942. Fila quæ in ſuſpenſione Rectangulorum parallela fuere talia nunc non ſunt, quia Coni vertex, non Argillam tangit, ut ante, ſed in hanc penetravit. Ad parallelismum reducenda ſunt. Relictis Uncis *g*, *g*, *g*, & *h*, *h*, *h*, convertuntur Lamellæ, quæ intermediorum *g*, *f*, & *h*, *i*, diſtantias determinant *; & *f*, *f*, *f*, ut & *i*, *i*, *i*, me- * 764.
dium verſus moventur, quantum neceſſe eſt, ut paralleliſmus inſtauretur, in quo nulla datur difficultas; fir-

mamuſque Regulam YZ, ut extremitas Y reſpondeat cum Filis poſterioribus Rectanguli *s*, quando Corpora
* 830. juncta liberè ſuſpenſa quieſcunt *.

943. Tollitur Pyxis cylindrica, quæ conjuncta erat cum *s*; aliamque, eodem modo Argillâ repletam, ſubſtituimus. Indicem ita ponimus, ut cum quintâ majori diviſione Regulæ YZ conveniat.

Iterum elevamus Rectangulum *r*, & Velocitate decem immittitur in Corpus quieſcens *s*; ſimul adſcendunt ad Indicem *q*, ad quem Fila poſteriora Rectanguli *s* accedunt, ſed non incurrunt.

Cavitas, quæ Argillæ imprimitur, & in genere Effectus hujus Percuſſionis, non differt ab Effectu in pri-
* 941. mo tentamine *; quia, in utroque caſu, Vis eadem acquiſita fuit à Corpore *r* in deſcenſu, qui idem fuit; ſed, in primo caſu, propter deſtructum Filorum parallelіſmum, non exactè Velocitatem, poſt Percuſſionem, potuimus menſurare, ante illum inſtauratum.

944. Habuimus Corpus R, cujus Maſſa eſt tria, impactum,
TAB. XXXIII. Velocitate decem, in Corpus quieſcens S, cujus Maſſa
Fig. 1. etiam eſt tria; ſimul poſt Percuſſionem fuere agitata Velocitate quinque, & Cavitas effecta fuit quam in A exhibemus.

945. Sublato Cylindro ligneo *m*, cum S conjuncto, alium,
TAB. XXXIII. Argillâ repletum, iterum ſubſtituimus; inſtauratur ſitus
Fig. 2. primus uncorum ut Corpora ſuſpendantur, ut primum
* 940. fuere *, ſitus Regulæ YZ (TAB. XXVII.) paululum quoque mutatur, ut extremitas Y iterum conveniat cum Filis poſterioribus Rectanguli S. Applicatis Indicibus ut, ab utra-
* 775. que parte, diviſioni majori quintæ * reſpondeant; ab illis Corpora R, & S, ſimul demittuntur, ut in medio concurrant, ubi quieſcunt. Uterque Motus fuit deſtructus;

&

& Cavitas impreſſa exactè æqualis fuit ipſi A.

In primo Caſu Velocitas Corporis R fuit decem, Maſſa 946.
tria; Vis ergo 300*. Poſt Impactionem Maſſa fuit ſex, * 757.
Velocitas quinque, & Vis 150 *. Hæc Vis ſuperfuit * 757.
tantum, & Vis æqualis fuit deſtructa, quæ conſumi non
potuit, niſi intropremendo partes *; alius enim non * 934.
fuit Effectus.

In ſecundo Caſu, utriuſque Corporis Vis fuit 75. *, * 757.
& tota Vis deſtructa quoque 150; ſed propter Cavitatem æqualem, & ſimilem, priori, hæc ipſa Vis in Cavitate formanda conſumta fuit *. * 934.

Vim 150 requiri in omni caſu, ut talis efficiatur Cavitas, mutatis circumſtantiis, clarius patet.

Rectangulum R, cum ſuo Cono *b*, ſervatur; tantùm 947.
mutatur Maſſa, quæ nunc eſt ſex; hæc, Velocitate quin- TAB. XXXIII.
que, impingitur in Obſtaculum fixum, ut, in variis Ca- Fig. 3.
pitis præcedentis Experimentis *, Corpora in tale ob- * 827. 843.
ſtaculum fuêre impacta; Cavitas iterum exactiſſimè æqualis eſt præcedentibus, & Vis deſtructa quoque 150 *. * 757.

Ad illud, quod, aucto Pondere, de Filis extenſis
aliâ occaſione monuimus *, hìc quoque attendere debe- * 831.
mus.

Motu duobus Corporibus communi Corpora hæc in
ſe mutuò agere non poſſunt; pendet ergò Ictus à *Velo-* 948.
citate reſpectivâ, quâ *manente*, *Intenſitas Impactionis eadem erit*, *quomodocunque Celeritates abſolutæ varient*; ab Intenſitate hac pendet *Partium introceſſio*, quæ ergo *ſemper ea-* 949.
dem erit, *ſi duo Corpora*, *eâdem Velocitate reſpectivâ*, *in ſe mutuò incurrant*, *quibuſcunque Velocitatibus moveantur*.

EXPERIMENTUM 2.

Hoc Experimentum ut præcedens peragitur.

950. Rectangulo R idem Conus *h* jungitur, ſed Maſſa valet quatuor *. Rectanguli S Maſſa eſt tria, & cum ipſo
TAB. XXXIII. Fig. 4. cohæret Pyxis cum Argillâ *m* *. Corpora ſuſpenduntur,
* 774. ut ſupra dictum *.
* 929.
* 940. Corpus R Velocitate ſeptem, impingitur in Corpus quieſcens S; Cavitas Argillæ imprimitur. Tollitur Pyxis *m*, & alia ſubſtituitur. Velocitas reſpectiva fuit ſep-
* 918. 919. tem *.

951. Index *o* ita ponitur, ut *r* deſcendendo Velocitatem
TAB. XXVII. Fig. 1. novem acquirat; manente hoc mutatur ſitus Regulæ VX ita, ut extremitas X reſpondeat Filis anterioribus Rectanguli *s*, quieſcente hoc. Tunc *s* elevatur V verſùs, ad talem altitudinem ut eadem Fila ſecundæ diviſioni majori Regulæ XV reſpondeant, & Index *p* ita collocatur, ut hujus cuſpis cum interiori, ex dictis Filis, conveniat. Index hic, qui ſeparatim in P, & *p*, (TAB.
* 777. XXVIII. Fig. 6.) exhibetur *, ex Cochleâ conſtat, ut ſervato loco, ad Filum cui reſpondet, accedere, & ab hoc removeri poſſit; ita autem convertitur Cochlea hæc, ut, manente Indice, Corpora liberè juxta ipſum tranſire poſſint, Filis interioribus ad exiguam tantùm diſtantiam à cuſpide tranſeuntibus. Si *s* nunc elevetur, ut anteriora Fila Indici *p* reſpondeant, deſcendendo acquiret Velocitatis gradus duos Z verſùs.

952. Elevatis ſimul Corporibus R & S, ut Indicibus ſuis
TAB. XXXIII. Fig. 5. Fila reſpectivè reſpondeant; demittantur eodem momento, eodem quoque momento, ad locum infimum,
* 407. id eſt Machinæ medium, pervenient *; ibique concurrent, dum ad eandem partem feruntur, antecedens cum duobus gradibus Velocitatis, conſequens Velocitate no-
* 918. vem: Velocitas reſpectiva iterum fuit ſeptem *. Removetur

vetur Pyxis *m*, aliamque Pyxidem ſimilem ſubſtituimus.

Situs Regulæ XV inſtauratur, ut extremitas X Filis poſterioribus Rectanguli *r* reſpondeat. Extremitas Y, alius Regulæ, eodem modo reſpondere debet Filis poſterioribus Rectanguli *s*. Ponimus Rectangula quieſcere. TAB. XXVII. Fig. 1.

953. Demittuntur ambo Corpora R & S ita, ut, in contrarias partes lata, deſcendendo S acquirat duos gradus Velocitatis, R quinque; hiſce Velocitatibus in medio Machinæ conveniunt *, & in Percuſſione Velocitas reſpectiva eſt ſeptem *. TAB. XXXIII. Fig. 6. * 407. * 919.

954. In hiſce tribus Percuſſionibus Velocitas reſpectiva fuit eadem, nempe ſeptem; tres etiam effectæ Cavitates exactiſſimè ſunt æquales.

955. Nunc ſatis, ſuperque, explicatum credimus, quomodo Corpora Velocitatibus quibuſcunque, ſive agatur de Motibus conſpirantibus, ſive de contrariis, in ſe mutuò poſſint impingi; etiam quomodo Velocitas, ambobus communis, poſt Percuſſionem menſuretur: hac de cauſâ in ſequentibus inutile erit, ulterius in ſimilibus Experimentis explicare, quæ diſpoſitiones Machinarum ſpectant.

Videamus nunc quid ex ultimâ Propoſitione * ſequatur. Vires æquales conſumuntur in formandis Cavitatibus æqualibus *; nulla Vis perit præter illam, quæ in Cavitatibus formandis conſumitur *; ergo *quomodocunque duo Corpora moveantur, ſi eadem fuerit Velocitas reſpectiva, eadem Vis Ictu deſtructa erit* *. * 949. * 841. 956. * 934. * 949.

EXPERIMENTUM 3.

957. Hoc Exp. ut præcedens inſtituitur; eadem omnia, eodem modo, peraguntur; ſed ſingula, ex tribus tentami- TAB. XXXIII. Fig. 4. 5. 6.

* 950. 952. 953. taminibus *, iterum repetenda ſunt, obſervatis quæ in N. 942. fuere explicata, ut Velocitatem poſt Percuſſionem, ſingulis vicibus, determinemus; ſequentes autem detegimus.

* 950. In primo caſu * Corpora Motu communi feruntur
* 952. Velocitate quatuor. In ſecundo * Velocitate ſex. In ul-
* 953. timo * duobus tantùm gaudent gradibus Velocitatis.

958. In primo caſu, ante Percuſſionem, ſolum Corpus R
* 757. fuit motum. Maſſa erat 4, Velocitas 7; Vis ergò 196 *. Poſt Percuſſionem Corpora fuere conjuncta, & Maſſa valuit 7, Velocitas 4; Vis erat 112; periit ergò intropremendo partes Vis 84.

In ſecundo caſu Vis Corporis R, erat $4 \times 81 = 324$; Vis Corporis S erat $3 \times 4 = 12$; ſumma ergò Virium fuit 336. Poſt impactionem Vis fuit $7 \times 36 = 252$. Vis deſtructa ergo quoque valuit 84.

In ultimo caſu Vires ante Percuſſionem erant 100 & 12; quarum ſumma 112, etiam 84 ſuperavit Vim poſt Ictum ſuperſtitem 28.

959. Cùm Vis Ictu deſtructa, manentibus iiſdem Corporibus, & eâdem Velocitate reſpectivâ, ſemper ſit eadem, hanc in uno caſu determinare ſatis erit; & in omnibus aliis dabitur.

960. *Si Corpora duo, ſive æqualia, ſive utcunque inæqualia, in contrarias partes lata*, in ſe mutuo incurrant, poteſt, datâ Velocitate reſpectivâ, ita componi horum Motus, ut quod libuerit alium poſt Ictum ſecum ferat, unde ſequitur, caſum dari, in quo *poſt Ictum quieſcunt.*

In hoc caſu *ſumma Virium* abſolutarum valet vim in omni caſu, poſitâ eadem Velocitate reſpectivâ, deſtru-
* 956. ctam *. In hoc eodem caſu ſumma hæc *eſt, ſervatâ Velocitate*

citate reſpectivâ omnium minima: ſi enim ſumma minor daretur, minor Vis Ictu periret, quod impoſſibile *. * 956.

Summam autem *hanc eſſe omnium minimam, ſi poſitis directionibus contrariis, celeritates fuerint inverſè ut Maſſæ*, & in hoc caſu ſolo eſſe minimam, in Scholio ſequenti 1. demonſtramus. 961.

Unde ergo ſequitur, in hoc ſolo caſu, *Corpora in contrarias partes lata, & in ſe mutuò incurrentia, poſt Ictum quieſcere, ſi Velocitates fuerint inverſè ut Maſſæ* *. 962. * 960.

In hoc autem caſu Vires ipſæ ſunt ut Velocitates *, id eſt, ſunt inæquales, ſi Corpora ſint inæqualia; quod paradoxum admodum videtur. Hac de cauſâ etiam directè Propoſitionem ipſam demonſtrabo; ut ex Naturâ Percuſſionis pateat hanc inæqualitatem ut quies detur, poſitis Corporibus inæqualibus, omnino deſiderari. 963. * 791.

Concipiamus Corpora duo, in contrarias partes lata, & in ſe mutuo directè incurrentia; ita conſumunt Vires intropremendo partes, dum aut plana fiunt, aut unum in aliud penetrat, ut, poſt primum contactum, quoddam ſpatium Corpora percurrant; partibus interea inter vicinas recedentibus. 964.

Non per totum hocce ſpatium cohæſio ſuperanda æquabilis eſt; ſed ſi ſpatium hoc in ſpatiola minima diviſum concipiamus, in ſingulis Reſiſtentia ſuperanda per totum ſpatiolum pro æquabili haberi poterit; & unumquodque Corpus, particulas inter vicinas movendo, ex Reſiſtentiâ hac ſuperabit pro ratione partis ſpatioli ab ipſo percurſæ: duo autem Corpora, in contrarias partes lata, ſimul quidem integrum percurrunt ſpatiolum; ſed hujus partes, à ſingulis percurſæ, ſunt ut Velocitates *, in qua eadem ratione ſunt cohæſionis * 119.

* 361. Reſiſtentiæ ſuperatæ; quæ ſunt ut Corporum actiones *;
* 709. aut ut Vires amiſſæ *.

965. Idcirco *in omni Colliſione duorum Corporum, Motibus contrariis in ſe invicem incurrentium, decrementa Virium, in ſingulis momentis infinitè exiguis, ſunt ut Velocitates Corporum, in his ipſis momentis.*

Quæ Regula locum habet donec unum è Corporibus integram Vim amiſerit; quod ab alio tunc repellitur, & Vim novam acquirit. Si autem Corpora ambo, eodem tempore, Vires amittant, eodem momento quieſcunt, & eſt hicce caſus, quem examinare debemus.

966. Ponamus *duo Corpora, in contrarias partes lata, & in ſe mutuò incurrentia* Velocitatibus, quæ ſunt inversè ut
* 791. Maſſæ; Vires erunt ut Velocitates *.

In primo momento, poſtquam ſeſe mutuò ſuperficies
* 965. tetigère, Virium decrementa, quæ ſunt ut Velocitates *,
ſunt ut ipſæ Vires; & Vires ſuperſtites ut Vires pri-
*19.El.V. mæ *; in quâ eadem ratione ſunt Velocitates ſuperſti-
* 791. tes *.

Poteſt idem ratiocinium ad ſecundum, & ſequentia momenta, applicari; &, in ſingulis, Virium decrementa ſunt ut ipſæ Vires; quæ ergo eodem tempore conſumuntur; quare *eodem momento* Corpora *quieſcunt*; quod *in hoc ſolo caſu* obtineri, *in quo Velocitates oppoſitæ ſunt ut Vires*, eadem evincit demonſtratio.

967. Ex hac quoque conſtat, decrementa Velocitatum, *in omni Colliſione, ſingulis momentis, eſſe inversè ut Maſſas.* Nam ſi, manente Velocitate reſpectiva, Motus utcunque mutentur, non illa variantur, quæ immediatè ab
* 948. Ictu pendent *, & quod de decrementis *Velocitatum* in caſu peculiari demonſtravimus, in genere ad *mutationes* Veloci-

Digitized by Google

Velocitatum, in Colliſione quacunque, referri poterunt.

Ex præcedenti demonſtratione ſequitur *Corpora inæqualia, in contrarias partes lata, non quieſcere concurſu mutuo, niſi Vires habeant inæquales*; circa quam Virium inæqualitatem Experimenta quædam, notatu digna, hìc addam. 968.

EXPERIMENTUM 4.

Corpus R, cum Cono *h*, quem in præcedentibus Experimentis adhibuimus, cujus Maſſa eſt novem, & Velocitas duo, in Corpus S, Pyxide *m* cum Argillâ armatum, & cujus Maſſa valet duo, impingitur; dum hoc in contrariam partem fertur Velocitate novem. In medio Tabulæ Corpora, dictis Velocitatibus, quæ ſunt inverſè ut Maſſæ, concurrunt, & quieſcunt; Cavitatemque efficiunt quam exhibemus in B. 969. TAB. XXXIII. Fig. 7.

Hoc Experimento ipſam Propoſitionem immediatè confirmamus; quæ Virium inæqualitatem ſpectant patebunt, ſi hoc Experimentum cum ſequenti conferamus. 970.

EXPERIMENTUM 5.

Amborum Corporum R, & S, Maſſæ valent duo, utriuſque Velocitas eſt novem, in contrarias partes lata concurrunt, & quieſcunt, efficiuntque Cavitatem C. 971. TAB. XXXIII. Fig. 8.

Mutatis Maſſis, ut ſint novem, ſi utrumque Corpus, duobus gradibus Velocitatis, in oppoſitum incurrat, iterum quieſcent; & Cavitas erit D. 972. TAB. XXXIII. Fig. 9.

Corpora, in hiſce circumſtantiis, quieſcere debere, manifeſtum eſt, ſed illi, qui præcedentem demonſtrationem * non benè intellexit, mirum videbitur, Cavitates eſſe inæquales; hac de causâ alia quædam addam Experimenta. 973. * 964.

Digitized by Google

974. Vis, quæ in Experimento præcedenti conſumitur, quâ Cavitas B effecta fuit, valet dimidium totius Vis, quæ, in ambobus tentaminibus hujus Experimenti, fuit deſtructa, & quâ Cavitates C, & D, fuere effectæ; hac de
* 841. causâ ex ante demonſtratis * ſequitur, Cavitatem B valere dimidium ſummæ aliarum Cavitatum C & D; ita ut æqualiter cum harum utrâque differat : quod cum ipſo Experimento congruit, ut menſuratis Cavitatibus detegitur.

975. Hæ autem facilè menſurantur, adhibito Circino proportionum, quo ſolida ſimilia, quorum latera homologa ſunt Cavitatum diametri, inter ſe conferuntur; ſi talem Circinum ad manus non habeamus, ſequentia Experimenta ſufficere poterunt.

EXPERIMENTUM 6.

976. Corpus R, cujus Maſſa eſt novem, duobus gradibus
TAB. XXXIII. Velocitatis, impingitur in Obſtaculum fixum; efficit
Fig. 10. Cavitatem E.

Fig. 11. Idem Corpus, mutatâ Maſſâ, ut ſit duo, Velocitate novem, in obſtaculum fixum impactum, cavitatem impreſſit F.

977. Harum Cavitatum inæqualitas Virium inæqualitatem
* 969. demonſtrat in Experimento 4to. *; ſunt hæ inversè ut
* 791. Maſſæ *, & in eâdem ratione Cavitates *; harum ſum-
* 841. ma valet Cavitatem B, in dicto Experimento 4to. formatam, ut menſuratis Cavitatibus patet; ſed etiam Experimento evincitur.

EXPERIMENTUM 7.

978. Incurrat Corpus R bis in eundem locum ſuperficiei
TAB. XXXIII. Argillæ ita, ut ſecundâ vice augeat Cavitatem primâ
Fig. 12. vice effectam, ſi in uno caſu Maſſa ſit novem, Veloci-

tas

tas duo; in alio Maſſa duo, & Velocitas novem; inte-
gra Cavitas æqualis erit Cavitati B Experimenti quarti *. * 850.

In hoc ipſo Experimento quarto Vis Corporis R fuit 979.
$9 \times 2 \times 2 = 36$; Vis Corporis S valuit $2 \times 9 \times 9 = 162$ *; TAB.
ſumma eſt 198. Si Corpus, cujus Maſſa ſit novem, & XXXIII. Fig. 13.
eodem Cono *h*, ut in præcedentibus, armatum, Velo- * 757.
citate quatuor cum ſeptem decimis partibus, in obſta-
culum fixum incurrat, Cavitatem efficit, quæ dictæ Ca-
vitati B, etiam æqualis eſt. Vis, hoc Ictu deſtructa, etiam
valet 198, ſaltem vix ab hac differt; quod demon-
ſtrat talem etiam fuiſſe Vim in Experimento quarto de-
ſtructam *; quod iterum inæqualitatem Virium, in ipſo * 841.
illo Experimento, extra dubium ponit.

Si dato caſu, in quo Corpora poſt Ictum quieſcunt,
Vis minor augeatur, ita tamen ut Vim alterius Corpo-
ris nondum æquet, *Corpus, cujus Vis minor erit, Corpus* 980.
majori Vi motum regredi coget.

Corpus celerius motum, quamvis majori Vi prædi-
tum, breviori Tempore, intropremendo partes, Vim
conſumit, & ab alio, quod Vim ſuperſtitem habet, re-
pellitur.

Experimentum 8.

Ponamus Corpora R, cujus Maſſa valeat duo, & S, 981.
cujus Maſſa ſit novem in contrarias partes lata, in ſe TAB.
mutuò incurrentia, hoc Velocitate quatuor, illud Velo- XXXIV. Fig. 1.
citate duodecim; ictu repellitur R, & S in motu perſeve-
rat, ſecum ferens R Velocitate, quæ unum gradum ſu-
perat.

Remoto S, Corpus R, ſervato Cono ſuo *b*, eâdem 982.
Velocitate duodecim, in Obſtaculum fixum impingitur; TAB.
imprimit Cavitatem A. XXXIV. Fig. 2.

983. TAB. XXXIV. Fig. 3. Mutatur Maſſa, ut valeat novem, & Velocitate quatuor, quà S in Colliſione ultimâ fuit agitatum, in alium locum Obſtaculi fixi impingitur, & Cavitas eſt B, quæ ab aliâ admodum ſuperatur; quamvis Corpus hocce Impactione non integrum amiſerit Motum, & aliud ſecum tulerit.

984. *Quando duo Corpora in ſe mutuò incurrant, duæ dantur Actiones, & duæ Reactiones, utraque Actio ſuæ Reactioni æqualis eſt.* Ut Corpora quieſcant poſt Ictum, requiritur, ut utrumque Corpus patiatur reſiſtentiam talem, quâ datâ, hoc poſſit agendo Vim ſuam conſumere, quod, ubi Corpora ſunt inæqualia, niſi Vires ſint inæquales, contingere non poteſt.

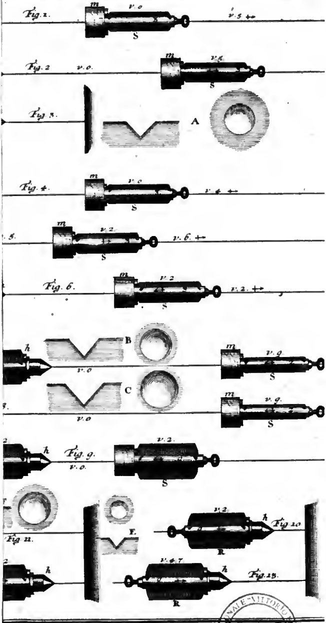
985. Ex demonſtratis deducimus, datis Corporibus, & horum Velocitate reſpectivâ, *Vim Ictu deſtructam determinari*, ſi determinetur ſumma Virium, poſitis, eâdem Velocitate reſpectivâ, Motibus contrariis, & Velocitatibus in ratione inversâ, Maſſarum *. Hanc autem ſum- * 956. 960.
mam dari in Scholiis demonſtramus, *ſi productum Maſſarum per quadratum Velocitatis reſpectivæ multiplicetur, & per ſummam Maſſarum dividatur.*

Experimentum 9.

986. TAB. XXXIV. Fig. 4. Fig. 5. Corpus R, cujus Maſſa eſt quatuor, Velocitate novem, in Corpus quieſcens S, cujus Maſſa valet duo, impingitur; imprimit cavitatem C; cui exactiſſimè æqualem habemus, ſi Corpus, cujus Maſſa eſt tria, Velocitate ſex, in Obſtaculum fixum incurrat.

* 757. In hoc ultimo caſu Vis deſtructa eſt $3 \times 36 = 108$ *.
* 826. Vis æqualis deſtructa fuit in primo caſu *. Hanc autem ipſam detegimus multiplicando productum Maſſarum 8. per 81. quadratum Velocitatis reſpectivè novem; & dividendo

TAB. XXXIII.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

videndo productum 648. per ſummam Maſſarum 6.

Ex demonſtratis de Corporibus poſt Ictum quieſcentibus, deducimus Regulas, quibus, in omni caſu, Corporum Velocitates poſt Ictum determinantur.

Moveantur Corpora, aut eandem partem versùs (Fig. 1.), *aut in partes contrarias* (Fig. 2.), & ſint Maſſæ ut A B & B C; ſit hujus Velocitas B E; illius B N: Velocitas reſpectiva erit E N *. Dividatur hæc in I ita, ut I N, ſit ad I E, ut B C ad B A, & erit B I Velocitas, quâ ambo Corpora *poſt Ictum* feruntur; *nam mutationes in Velocitatibus ſunt in ratione inversâ Maſſarum* *, B C acquirit E I, dum A B amittit N I. Si concipiamus Navem tranſlatam Velocitate B I, & in hac moveatur Corpus B C, Velocitate I E, à prorâ ad puppim, habet Velocitatem abſolutam B E; & Corpus A B feratur à puppi ad proram Velocitate I N, habebit hoc Velocitatem abſolutam B N; hæc Corpora, cum in Nave ferantur directionibus contrariis, & Velocitatibus, quæ ſunt inversè ut Maſſæ, poſt Ictum in Nave quieſcent *; id eſt, eâdem, cum Nave, Velocitate tranſlata erunt. 987. TAB. XXXVII. Fig. 1. 2. *918. 919. *967. *962.

Determinatur B I regulâ facili, quam ut detegamus, ſint Rectangula B M, B F, producta Maſſarum per ſuas Celeritates, & abſolvantur Parallelogramma A O & C D. Ductâ D O, ſecat B N in I; nam Triangula D I E & I N O ſunt ſimilia; & in I N eſt ad I E, ut N O, aut B C, ad D E, aut A B. Per I ducatur H L, parallela ad A B, & complementa I M, I F, erunt æqualia *; ergo *Corporibus tendentibus ad eandem partem, ſi* ex *ſummâ productorum* B M, & B F, *Maſſarum per ſuas Velocitates* ſubtrahamus M I, & ejus loco ſubſtituamus I F, prædicta ſumma æqualis erit Rectangulo A L; quod ſi *dividatur per* *El. I. 988. Fig. 1.

A C;

A C, *ſummam Maſſarum, quotiens diviſionis dabit* A H, *aut* B I, *Velocitatem Corporibus communem poſt Ictum.*

EXPERIMENTUM 10.

989. TAB. XXXIV. Fig. 6. In Corpus S, cujus Maſſa eſt tria, & Velocitas tria, incurrit Corpus R, cujus Maſſa valet duo, & quod Velocitate tredecim ad eandem partem tendit cum primo. Poſt percuſſionem Velocitas ambobus communis eſt ſeptem. Hanc ipſam detegimus multiplicando 3 x 3 & 2 x 13. Summa productorum 9, & 26, eſt 35. Diviſâ hac per ſummam Maſſarum 5, habemus 7.

Antea explicavimus quomodo Velocitates quæcunque Corporibus ad eandem partem tendentibus imprimantur *; vidimus etiam quomodo Velocitas poſt Ictum menſuretur *.

* 951. 952.
* 779. 942.

990. TAB. XXXVII. Fig. 2. *Si Corpora tendant in partes contrarias, & ex* producto majori B M ſubtrahamus M I, & ſubſtituamus I F, habemus B M æquale Figuræ A H L F E B; ex quâ ſi ſubtrahamus productum B F, habemus H C *differentiam productorum Maſſarum per ſuas Velocitates*; ſi autem hanc *dividamus per ſummam Maſſarum* A C, *quotiens erit Velocitas quæſita* B I; *quæ dirigitur ad eandem partem* cum B N: id eſt ambo Corpora, Velocitate detectâ, feruntur eandem partem versùs, *cum Corpore, cujus productum Maſſæ per Velocitatem alius productum ſimile excedit.*

EXPERIMENTUM 11.

991. TAB. XXXIV. Fig. 7. Eadem Corpora, quæ in præcedenti Experimento fuere adhibita, & in hoc in ſe mutuò incurrunt, ſed motibus contrariis; R Velocitate quinque; S cum decem gradibus Velocitatis, & ambo Corpora, poſt Percuſſionem, Velocitatem communem habent quatuor; quæ ad eandem partem dirigitur cum Motu Corporis S ante Percuſſionem. Pro-

Producta Velocitatum per Maſſas ſunt 30. & 10; differentia 20, diviſa per ſummam Maſſarum quinque, dat quatuor.

Si Corpus unum quieſcat, ex utraque Regulâ ſequitur, *Corporis moti productum Velocitatis per Maſſam dividi debere per Maſſarum ſummam.* 992.

EXPERIMENTUM 12.

Datis iterum iiſdem Corporibus; incurrat R, Velocitate decem in S quieſcens, & amborum Velocitas poſt Ictum erit quatuor. 993. TAB. XXXIV. Fig. 8.

Productum Velocitatis per Maſſam eſt 20; hoc diviſum, per ſummam Maſſarum 5, dat quatuor.

In hiſce demonſtrationibus Velocitates conſideravimus reſpectivas, & concluſiones ad Velocitates abſolutas applicavimus, etiam in N. 956, ad Vim in Colliſione deſtructam determinandam, Actionem tantùm conſideravimus reſpectivam. Ratiocinia hæc procedunt, quia mutari non poteſt Velocitas reſpectiva, quin eadem in Velocitatibus abſolutis detur mutatio, has ambas nempe conſiderando. Etiam Vis quæ conſumitur intropremendo partes eſt diminutio Vis abſolutæ, quamvis ab Actione reſpectivâ pendeat, & ſequatur hujus Actionis rationem. 994.

In cæteris *Actio reſpectiva ab abſolutâ diſtinguenda eſt;* nam eadem mutatio reſpectiva dat Virium mutationes diverſas, pro diverſis Viribus abſolutis ante concurſum; ejuſdem quoque Corporis, eodem modo moti, minor Actio reſpectiva in Corpus aliud determinatum, huic majorem poteſt communicare Vim. 995.

EXPERIMENTUM 13. 996.

Sit Corporis R Maſſa duo, Velocitas decem; incurrat TAB. XXXIV. Fig. 9.

currat hoc in Corpus quieſcens S, cujus Maſſa octo; poſt Ictum ambo Corpora moventur duobus gradibus
* 992. Velocitatis: quod congruit cum præcedenti Regulâ *.

997. Idem Corpus R, ſervatâ hujus Maſsâ, eâdem Ve-
TAB. XXXIV. locitate decem, impingitur in Corpus S, cujus Maſſa
Fig. 10. octo, ut ante, ſed Velocitate quinque ad eandem partem tranſlatum. Velocitas ambobus communis poſt percuſſionem eſt ſex; quod iterum cum ante dictis con-
* 988. gruit *.

998. In primo caſu Corpus quieſcens S, Actione Corporis R, duos acquiſivit gradus Velocitatis; ideòque Vim
* 757. 32 *.

* 757. In ſecundo caſu S habebat Vim 25 × 8 = 200 *. Poſt Ictum habuit 36 × 8 = 288; &, Actione Corporis R, acquiſivit Vim 88. Quod Experimentis facilè confirmari poſſet, ſi non abundè, in Capite præcedenti, Experimentis jam fuiſſet confirmatum, Virium Effectus eſſe ut producta Maſſarum per quadrata Velocitatum.

999. Motus Corporis R, in utroque Caſu idem fuit; & quamvis, Actione reſpectivâ majori, in primo caſu, in Corpus S egerit, in ſecundo tamen huic Vim communicavit ferè triplam: omnia tamen benè convenire inter ſe demonſtramus.

1000. Velocitas reſpectiva fuit in primo caſu dupla, & Velocitas communicata dupla; nam in hoc duos acquiſivit S gradus Velocitatis, & in ſecundo caſu tantùm unum.

1001. Velocitas reſpectiva dupla dat Actionem reſpectivam, quæ eſt ut quadratum Velocitatis reſpectivæ, id eſt, quadruplam; in primo caſu quoque talis detegitur Cavitas, ſi conferatur cum Cavitate in ſecundo caſu.

Hæc

Hæc ſpectant Motum reſpectivum, videamus nunc ipſos Motus Corporum.

In utroque caſu, ante Ictum, R habebat Vim 200*. 1002.
In primo caſu poſt Ictum Vim habuit ſuperſtitem 8, *757.
amiſit ergo 192.

In ſecundo caſu, poſt colliſionem, Vim ſuperſtitem habuit 72; & amiſit 128.

In primo caſu Vis, efficiendo Cavitatem deſtructa, eſt 160*; & Corpus R ipſi S communicavit gradus *934.985.
Vis triginta duos. In ſecundo caſu minorem quidem R amiſit Vim, ſed gradus tantùm 40. efficiendo cavitatem fuere deſtructi*; ergo communicavit ipſi S *934.985.
Vim 88.

Effectus integri, Viribus, agendo deſtructis, ſunt proportionales*. Hac de causâ quando Corpus agendo *712.
plures diverſos præſtat Effectus, omnes ſimul conſiderandi ſunt, ſi ex his velimus Vim determinare, quam Corpus agendo amiſit.

Corpus in Motu alii Corpori, ſine Impactione, *Motum* 1003.
communicare poteſt, in hoc tantùm Preſſione agendo; in quo caſu, ſi Preſſio, quâ partes cohærent inter ſe, ſuperet Preſſionem Corporum mutuam, *nulla datur* partium introceſſio, & nulla *Vis deſtructa** : ideoque ſumma Vi- *934.
rium ante & poſt Actionem eadem eſt.

Ut autem demonſtremus quomodo Corpora mota, 1004.
Preſſione in alia; ſine Impactione, Motum hiſce com- TAB. XXXV.
municare poſſint, concipiendum eſt Corpus Q, quod Fig. 1.
formatur revolutione Figuræ *a b c d*, quæ Semicirculo & duobus Quadrantibus terminatur, circa Axem *a c*.

Quieſcat hoc, quamvis demonſtratio etiam Corpori moto applicari poſſit; concipiamus ulterius duo Cor-

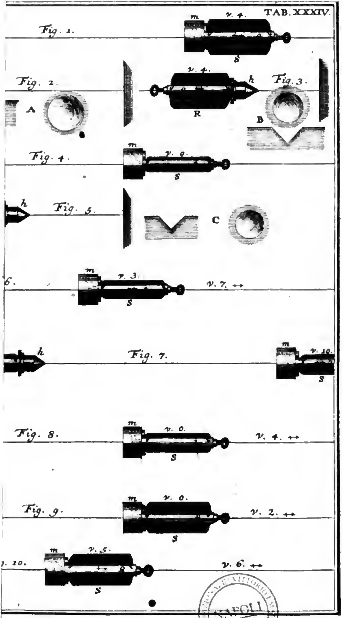
 pora

pora P, P; duo concipimus, ut Actio in Corpus Q ſit directa; ratiocinia eadem ſunt, ac ſi de uno ageretur; moveantur hæc, Velocitatibus æqualibus, directionibus Parallelis inter ſe, & Axi Corporis Q; moveantur etiam ita, ut ubi ad Q perveniunt, Corporis Q ſuperficies tangat Corpora P, P, in punctis, in quibus hæc ipſa ſuperficies Parallela eſt ipſi directioni Motûs. Corpora ergo P, P, in Corpus Q nullam exſerunt Actionem, in momento in quo ad hoc perveniunt: Dum Motum continuant juxta ſuperficies excavatas, *ad*, *ab*, Corpus Q premunt, quod cùm non retineatur cedit, & dum Preſſio continuatur, acceleratur Q, quamdiu Corpora P, P, ipſi Q applicata manent *; hoc autem deſerunt, ubi Corpora P, P, ad
* 697. puncta *b* & *d* perveniunt, in quibus directiones Motuum Corporum P, P, perpendiculares ſunt ad directionem primam, juxta quam ad Corpus Q acceſſere. Quomodo horum Corporum Velocitates determinemus, in Scholio ultimo Capitis X. hujus Libri explicabo.

Hæc Preſſio nullum exſerit Effectum præter Motum, quem Corpori Q communicat; ideoque Corpora P, P, ex Viribus tantum amittunt, quantum acquirit Corpus
* 709. Q *. In hiſce attritum ſeponimus, qui ſine quadam partium introceſſione dari non poteſt; ideoque ſine Virium deſtructione. In ſcholio autem 3°. Cap. X. hujus Libri, ipſos hos Motus poſt concurſum, determinamus.

1005. Si Corpus ut P, ſimili Actione, premat Obſtaculum,
TAB. XXXV. Fig. 2. quod hac Preſſione non movetur, ut ABC, & cujus partes ſatis arctè cohæreant, ut huic Actioni non cedant, Corporis Velocitas non mutabitur; in hoc caſu Corporis Preſſio in Obſtaculum reſiſtentiâ Obſtaculi,

qui-



NAPOLI

Digitized by Google

quidem deſtruitur; ſed cum nulla detur partium introceſſio, neque Vis communicata, non minuitur Vis Corporis P; ſic Corpus, quod ſuper plano inclinato deſcendit, eodem modo acceleratur, ac Corpus quod liberè cadit, ſi ad eandem profunditatem ambo deſcendant *; quamvis illud planum premat. In hiſce occaſionibus, illud, quod Obſtaculum in loco retinet, Corporis Actionem deſtruit, & Corpori Vim communicat æqualem illi, quam Actione ſuâ Corpus amittit; quare ipſa Corporis Vis non mutatur, quantum ad quantitatem.

* 393.

Si autem ipſam Vim conſideremus, revera mutatur, 1006.
dum directio variatur, Motus enim juxta certam directionem non eſt Motus juxta aliam directionem. Dum Corpus P Curvam percurrit ABC; in ſingulis punctis exiguam partem ſuæ Vis amittit, æqualemque juxta aliam directionem acquirit; ubi autem, continuâ inflectione, mutata directio cum primâ Angulum rectum efficit, nil Corporis Motus cum primo Motu commune habet, totamque amiſit, & novam, priori æqualem, acquiſivit Vim.

Ex hiſce patet *Actione Corporis hujus Vim, ideoque Ve-* 1007.
locitatem, non minui, ſine ipſius Obſtaculi, aut partium hoc componentium, tranſlatione ex hac Actione oriundâ.

Ad hanc propoſitionem Mechanici attendere debent, 1008.
ut in Machinis omnem motum tremulum, agitationemque partium inde oriundam, cohibeant: his enim labor in uſu Machinæ augetur, & hæc ipſa, breviori tempore, uſui cui deſtinatur inutilis fit.

SCHOLIUM I.

Demonſtrationes N. 961. 985.

1009. DEntur duo Corpora A & B; ſit hujus Velocitas b; illius Celeritas a;
* 919. Velocitas reſpectiva, ſi in contrarias partes ferantur eſt $a+b$*,
hanc dicimus d. Summa Virium eſt $Aaa+Bbb$, quam, manente Veloci-
* 961. tate reſpectivâ, diximus omnium minimam poſitis $A, B :: b, a$*, id eſt $Aa = Bb$.

Datis enim talibus Velocitatibus, augeatur a quantitate quacunque e; Vis Corporis A erit nunc $Aaa+2Aae+Aee$. Corporis B Velocitas, quia manet Velocitas reſpectiva $d=a+b$, erit $b-e$; nam $a+e+b-e=a+b$; ergo Vis Corporis B erit $Bbb-2Bbe+Bee$, & ſumma Virium eſt $Aaa+Bbb+Aee+Bee+2Aae-2Bbe$.

Sed propter $Aa=Bb$ ſeſe mutuò duo ultimi termini deſtruunt, & ſumma valet $Aaa+Bbb+Aee+Bee$, quæ primam excedit. Similis eſt demonſtratio ſi augeatur Velocitas b, imminutâ, eâdem quantitate, Velocitate a; unde patet demonſtratio N. 961.

1010. Poſuimus $A, B :: b, a$; componendo $A+B, B :: b+a=d, a$; ergò $a=\frac{Bd}{A+B}$, ſimiliter $b=\frac{Ad}{A+B}$; idcircò ſumma Virium $Aaa+Bbb = \frac{ABBdd+BAAdd}{\overline{B+A}^q}$ dividendo Numeratorem & Denominatorem per $B+A$, quantitas hæc æqualis eſt $\frac{ABdd}{B+A}$ ut in N. 985. monuimus.

SCHOLIUM II.

Demonſtrationes Algebraicæ N. 988. 990.

GEometricè demonſtravimus Regulas N. 988. 990. hæ ipſæ algebraicè quàm facillimè deducuntur ex propoſitione Numeri 987.

1011. Sit Corpus A motum Velocitate a; Corpus B agitatum Velocitate b: Ve-
* 918. locitas reſpectiva eſt $a-b$, ſi Corpora ad eandem partem tendant *; hæc Ictu
* 931. deſtruitur *, & eſt ſumma mutationum in Velocitatibus Corporum poſt Ictum.
* 987. B eſt ad A, ut mutatio Velocitatis in A ad mutationem Velocitatis in B*; & componendo, ſumma Maſſarum $A+B$ ad A, ut ſumma mutationum $a-b$ ad mutationem Velocitatis Corporis B, quæ mutatio ergò eſt $\frac{Aa-Bb}{A+B}$; cùm Velocitas b minor ſit Velocitate a, augetur illa in Percuſſione: ideò Velo-

Velocitas Corporis B, id eſt, Velocitas utriuſque Corporis * poſt Im- * 931.
pactionem, eſt $b + \frac{Aa - Ab}{A+B} = \frac{Bb + Aa}{A+B}$ ut habetur in N. 988.

Poſitâ Velocitate reſpectivâ $a+b$, tendentibus nempe Corporibus in 1012.
contrarias partes *, ſimili ratiocinio Regula N. 990. detegitur. * 919.

Haſce ambas Regulas de Colliſione Corporum etiam ex demonſtratis, circa quantitatem Vis amiſſæ *, deducere poſſumus; quam demonſtrationem * 985, 1010.
hic ſubjungam, ut firmitas illorum, quæ de Viribus inſitis ſuperius demonſtrata ſunt, clariùs pateat; dum ex ipſis, per Vias omninò diverſas, deducimus Regulas Experimentis confirmatas.

Sint iterum Corpora A & B; hujus Velocitas b illius a; tendant ad ean- 1013.
dem partem, & Velocitas reſpectiva erit $a-b$.

Summa Virium ante Ictum eſt $Aaa + Bbb$ *; Vis Ictu deſtructa eſt * 757.
$\frac{ABaa - 2ABab + ABbb}{A+B}$ *; ſubtrahendo hanc ex ſummâ Virium habemus * 985. 1010.
Vim poſt Ictum ſuperſtitem $\frac{AAaa + 2ABab + BBbb}{A+B}$; Corpora poſt Ictum
non ſeparantur *, & Maſſa eſt $A+B$, per quam ſi dividamus Vim ſuperſti- * 931.
tem poſt Ictum, habemus Quadratum Velocitatis poſt Colliſionem; quod Quadratum ergo eſt $\frac{AAaa + 2ABab + BBbb}{\overline{A+B}^{q}} = \frac{\overline{Aa+Bb}^{q}}{\overline{A+B}^{q}}$; cujus Radix $\frac{Aa+Bb}{A+B}$ dat Velocitatem quæſitam.

Si adhibitâ Velocitate reſpectivâ $a+b$ computatio ineatur, Regula 1014.
N. 990. detegitur.

Vulgò quantitas Motûs, quam ipſius Vis inſitæ proportionem ſequi po- 1015.
nunt, determinatur multiplicando Maſſam, non per Quadratum Velocitatis, ſed per ipſam Velocitatem; ex hoc principio deduxere Philoſophi ipſas illas Regulas N. 988, 990. quas nos, variis methodis, ex principiis noſtris deduximus; mirum hic quid contigit, error erroris fuit deſtructio, & duplex error ad veritatem conduxit; falſum de menſurâ Virium ſecuti ſunt principium, &, quod veritati etiam minimè congruum eſt, nullam Vim intropremendo partes, & harum ſuperando cohæſionem, Corpora amittere poſuere.

SCHOLIUM III.

Mutationum, quæ in Viribus Corporum, durante Colliſione, contingunt, Demonſtratio Geometrica.

Sit Linea AF, & ad hanc perpendicularis AD, in puncto ad libitum 1016.
ſumto A. TAB.

In hac perpendiculari, pono AD, & AC, quæ ſint inter ſe ut Velo- XXXVII.
citates Fig. 3. 4.

citates duorum Corporum concurrentium, quæ dicuntur M & N: duo dantur caſus; 1. Corporum tendentium ad eandem partem, 2. Corporum in contrarias partes tranſlatorum: in primo caſu pono C, & D, ad eandem partem puncti A (Fig. 3.); in ſecundo caſu contra (Fig. 4.).

In Lineâ primâ A F, etiam noto duas partes, A B, A g, quæ ſint ut Maſſæ eorundem Corporum M, N; in ſecundo caſu ad eandem partem ipſius A (Fig. 4.), in primo contra, (Fig. 3.), ut Figuræ demonſtrant. Per puncta B & C duco Lineam, quam indefinitè produco ad partem ipſius g. Conjungo quoque, ductâ Lineâ, puncta C & g, in primo caſu; in ſecundo Lineam adhibeo cg, poſitis A C, & A c, æqualibus; per D ad Cg, aut cg; ducitur parallela D F; quæ ſæpe etiam ultra F producenda eſt.

1017. Tali Figurâ determinamus omnia, quæ in Colliſione peculiari quacunque contingunt.

Habemus Triangula B A C, D A F, quæ ſunt inter ſe, ut vires Corporum M & N in momento concurſûs. Triangula enim hæc ſunt inter ſe in
* 23. El. VI. ratione compoſitâ Baſium B A & A F, & altitudinum A C, A D*, Baſes
41. El. I. B A, A F, ſunt in ratione compoſitâ rationum B A ad Ag, & Ag ad A F; prima eſt ratio Maſſarum M & N; ſecunda eſt ratio Velocitatum A C, A D; ergò Baſes ſunt, ut Producta unius cujuſque Maſſæ per ſuam Velocitatem: ſi unum quodque productum per eandem Velocitatem iterum multiplice-
* 757. tur, habemus Triangulorum rationem, quæ erunt ut Vires *.

1018. Mutatio, quæ in Velocitate contingit, reſpondet, in hac Figurâ, cum mutatione reſpondenti ipſius Vis. Sit Velocitas ac, ductâ hac parallelâ ad A C; Vis erit ut Bca; nam Triangula ſimilia, B C A, Bca ſequuntur
* 19. El.VI. rationem duplicatam laterum homologorum A C, ac*; & ejuſdem Cor-
* 753. poris M Vires ſequuntur rationem duplicatam Velocitatum A C, ac *.

1019. Amborum Corporum, durante Colliſione, mutantur Velocitates; eo momento, quo Corporis M Velocitas eſt ca, Corporis N Velocitas eſt da; mutationes enim Velocitatum, quæ eodem tempore contingunt, ſunt
* 967. inter ſe in ratione inverſâ Maſſarum *, quod ipſum in hac Figurâ locum habet.

Mutationes hæ ſunt co, dp; ductis Co, Dp, ad A B parallelis. Propter Triangula ſimilia Coc, A B C; & etiam ſimilia Dpd, A Cg;

$$co, oC :: CA, AB;$$
$$Dp = oC, dp :: Ag, CA;$$

* 23. El. V. ergò ex æquo perturbatè *, co, dp : : Ag, A B; id eſt, ut N ad M, aut inverſè ut Maſſæ.

1020. Reliqua, quæ ad hanc colliſionem pertinent, nunc etiam facilè patent. Vis quam Corpus M, acquiſivit, aut amiſit, eſt A Cca; Vis quam N amiſit eſt A Dda; Vis, mutuâ Actione, efficiendo Cavitatem, deſtructa, eſt
* 841. 934. C Ddc; cui eſt proportionalis ipſa Cavitas huc uſque effecta *.

1021. Hæc omnia ita ſe habent, ubicunque ducatur Linea pa, inter A & e; in E enim, interſectione Linearum A B & D F, Actio mutua Corporum ceſſat, & Ee determinat Velocitatem, quâ ambo Corpora poſt Ictum ſimul feruntur.

Vis

Vis Corporis M eſt tunc, BE*e*; Vis Corporis N eſt E*e*F; Vis deſtructa, quæ integræ Cavitati proportionalis eſt *, exhibetur ſuperficie DEC. 1022. * 841. 934.

Patet quoque, ductâ Lineâ *fl* parum à *pa* diſtanti, *mutationes Virium, durante mutua Actione, in momento quocumque, infinitè exiguo, eſſe inter ſe, ut ſunt Corporum Velocitates; & Vim deſtructam ſe habere ad mutationem Vis in uno ex iis Corporibus, in eodem momento, ut Velocitas reſpectiva ſe habet ad Velocitatem ejuſdem Corporis, in ipſo illo inſtanti.* 1023. 1024.

SCHOLIUM IV.

De Temporibus, quibus Percuſſiones abſolvuntur, & de Mutationibus Virium, & Velocitatum, quæ certis Temporibus contingunt, comparandis inter ſe.

QUæ in Scholiis, Capitis præcedentis, fuere demonſtrata de Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, ad Colliſionem applicari poterunt, ſi unius Corporis ſuperficies ſit plana, & mollis, alterum autem conſtet ex partibus, quæ in Colliſione non cedunt, ut in Experimentis hujus Capitis; Corpuſque hoc figuram quamcumque habeat ex iis, de quibus in Capite præcedenti egimus. 1025.

Ut nunc hæc applicatio fiat, ad hoc debemus attendere; Leges, quæ ſpectant formationem Cavitatum non mutari, ex mutatâ Velocitate & Cavitatis magnitudine; hiſce quidem Tempora variantur, ſed decrementa Velocitatum iisdem Regulis ſubjiciuntur. 1026.

In Colliſione Velocitas reſpectiva ipſa eſt, quâ Cavitas efficitur; hæc autem, manente Velocitate reſpectivâ, pro diverſitate Maſſarum variari poteſt; ſed differentiæ aliæ, quæ Tempus mutare poſſunt, non dantur. Unde concludimus, *demonſtrata de Impactionibus, in Obſtaculum fixum, ad Colliſionem referri, ſi pro Velocitate Corporis impacti in Obſtaculum fixum, Velocitatem reſpectivam in Colliſione adhibeamus, & pro* Cavitate, quæ in Obſtaculum fixum imprimitur, ponamus Cavitatem in ipſâ Colliſione effectam. 1027.

Prima hæc Cavitas eſt ut Productum Quadrati Velocitatis per Maſſam*; ſecunda eſt ut Productum Quadrati Velocitatis reſpectivæ per Productum Maſſarum, diviſum per harum ſummam *; ergo, cùm pro ipſâ Velocitate adhibeamus Velocitatem reſpectivam, etiam pro *Maſſa adhibendum eſt productum Maſſarum diviſum per harum ſummam.* * 845. * 841. 934. 585.

Hanc generalem demonſtrationem ſatis rem illuſtrare perſuaſum habemus; ſi quis autem voluerit ſingulas peculiares demonſtrationes, in Scholiis Capitis præcedentis datas, ad Colliſionem applicare, deteget, ſingulas peculiares ſolutiones ad hanc ipſam generalem Regulam ſemper deducere. 1028.

Quædam ulterius addam, quæ ſolam Colliſionem ſpectant, & quidem ſolos illos caſus, in quibus pars Corporis durioris, quod in Corpus molle incurrit, eſt Cylindrica; ponimuſque Cylindrum eſſe rectum, & Motûs directionem cum ipſius axe convenire, &, ut in præcedentibus, Impactionem eſſe directam, Corporiſque mollis ſuperficiem eſſe planam. Sit M Maſſa prioris Corporis, N ſecundi; Velocitas reſpectiva dicatur *r*: quamdiu de eodem Cylindro agitur, 1029. 1030.

* 860. 889. 1017. Tempus, quo Cavitas formatur, eſt ut $\frac{MNr}{M+N}$ *. Durante hocce Tempore
* 890. Velocitas uniformiter decreſcit *: id eſt, *in ſingulis momentis, infinitè exiguis,*
1031. *æqualibus, diminutiones Velocitatis reſpectivæ ſunt æquales; poſitis circumſtantiis*
* 1029. *indicatis* *. Sed hæc diminutio eſt ſumma mutationum *Velocitatum amborum*
1032. *Corporum concurrentium*, & mutationes hæ ſunt in conſtanti ratione inverſâ
* 967. Maſſarum *; ergo hæ *mutationes* quoque, *Temporibus æqualibus, æquales ſunt, conſideratis ſeparatim ſingulis Corporibus.*

1033. Mutationes integras in Velocitatibus Corporum M & N habemus, divi-
* 987. dendo r in ratione inverſâ Maſſarum *; id eſt, Mutatio pro M eſt $\frac{Nr}{M+N}$.
Tempus, quo hæc contingit, eſt ipſum Tempus, quo integra Velocitas re-
* 1030. ſpectiva deſtruitur, quod eſt ut $M\times\frac{Nr}{M+N}$ *; ergo Tempus, quo Corporis M Velocitas mutatur, ſequitur rationem ipſius mutationis hujus Velocitatis, ſi Maſſa M maneat, reliquis N & r ad libitum variatis; & ideo Temporibus æqualibus, in diverſis Colliſionibus, Velocitatum mutationes ſunt æquales.

1034. Ergo, *ſi Corpus, cylindricè terminatum, juxta directionem axeos Cylindri motum, directè impingatur in ſuperficiem mollem, & planam, Obſtaculi cujuſcumque mobilis, quamcumque magnitudinem hoc habuerit, & quacumque Velocitate agitetur, ſi eadem ſit partium cohæſio, Corpus impactum, æquali tempore, æqualem Velocitatem amittet, quacumque Velocitate hoc ipſum fuerit projectum.*

1035. *In hoc eodem caſu, mutatio Velocitatis, quam Obſtaculum patitur, eadem ſemper eſt, æquali Tempore; ſi Obſtaculum idem maneat; variatis utcumque Maſſâ Corporis impacti, & Velocitatibus, ſive Corporis, ſive Obſtaculi, ſed ſervato eodem Cylindro*; nam demonſtratio N. 1033. ad utramque Maſſam referri poteſt.

1036. Sed magis generaliter rem conſiderare poſſumus variato, & ipſo cylindro, cujus Diametrum dicimus d. *Si Corpus* impactum ſit M, & v hujus Velocitas, & Vim amittat agendo in Obſtaculum immobile, Tempus quo hanc amittit
* 189. eſt, ut $\frac{Mv}{dd}$ *; ſi, *in Obſtaculum mobile* N, *impactum fuerit* Corpus, & Velo-
* 1017. citas reſpectiva ſit r, Tempus erit, ut $\frac{MNr}{\overline{M+N}\times dd}$ *. Mutatio in Velocitate
* 1033. ipſius M, quæ tali tempore contingit, eſt $\frac{Nr}{M+N}$ *. Si hæc quantitas data ſit, per unitatem poterit exprimi; tunc $\frac{MNr}{\overline{M+N}\times dd}$ mutatur, & eſt $\frac{M}{dd}$; & Tempus, quo determinata quæcunque mutatio contingit in dictâ Velocitate Corporis M, eſt ut $\frac{M}{dd}$; & in hac ipſâ ratione, ſed inverſâ, eſt *mutatio Velocitatis*

citatis in Tempore determinato, nempe ut $\frac{dd}{M}$; id eſt, *eſt directè* ut baſis Cylindri, aut *ut ſuperficies, in quâ mutua datur Corporum applicatio, & inversè ut Maſſa ipſius Corporis*. Mutatio autem Velocitatis ipſius Obſtaculi eſt ut $\frac{dd}{N}$, quod ſimili ratiocinio evincitur, & etiam ex N. 987. ſequitur.

Si momenta ponamus infinitè exigua, & æqualia, poterimus conferre 1037. Virium mutationes, & Cavitatum, augmenta in determinato quocunque ex his momentis; poſitis diverſis Colliſionibus quibuſcunque.

Cavitatis augmentum eſt ut baſis Cylindri, & ut Velocitas reſpectiva in illo determinato momento, ut manifeſtum eſt; augmentum hoc ergo eſt ut *ddr*; quam eandem proportionem ſequitur Vis deſtructa in hoc ipſo momento *; hæc autem eſt ad mutationem Vis, quam interea patitur quodcumque ex Corporibus concurrentibus, ut Velocitas reſpectiva ad ipſam Velocitatem hujus Corporis *. Hanc ſi dicamus *v*, habemus *r* ad *v*, ut *ddr* ad mutationem de quâ agitur; quæ valet *ddv*. Generaliter ergo patet, *in* 1038. *omni Colliſione, mutationem Vis Corporis, in momento infinitè exiguo determinato, ſequi rationem ſuperficiei, in quâ mutua datur applicatio, ut & Velocitatis Corporis, quamcumque Maſſam hoc habeat; variatis quoque ad libitum magnitudine, & Velocitate, ipſius Obſtaculi.*

* 840.

* 1024.

Si autem neque ad Colliſionem, neque ad Tempus attendamus, Univerſalem, de mutatione infinitè exiguâ Vis Corporis, demonſtramus Propoſitionem. 1039.

Sit Triangulum ADE; hujus ſuperficies, ductâ parallelâ ad DE, mutatur ut Quadratum Lineæ AD, aut Lineæ DE *; ergò, ſi utraque hæc Linea Velocitatem Corporis repræſentet, ſuperficies Vim exhibebit, quamdiu Maſſa eſt eadem *; ſi hæc differat, ſuperficies per Maſſam Corporis multiplicanda erit.

TAB. XXXII. Fig. 1.

* 19. El. VI.

* 753.

Sit nunc *de* parallela ipſi DE, ad diſtantiam infinitè exiguam ab hac remota; ſuperficies DE*de*, multiplicata per Maſſam, repræſentat mutationem Vis, quando mutatio Velocitatis eſt D*d*; & *mutatio infinitè exigua ipſius* 1040. *Vis, ſequitur rationem Maſſæ Corporis, Velocitatis* DE, *& mutationis Velocitatis*, nempe D*d*.

CAPUT V.

De Colliſione Corporum, quæ ex Variis Corporibus junctis efficiuntur: ubi de Centro Percuſſionis.

Corpora omnia conſtant ex particulis conjunctis 1041. inter ſe; poſſuntque Corpora omnia in Corpora

minora reſolvi. Corpus autem vocamus unum, cujus partes ſimul moventur, ſervato ita ſitu reſpectivo, ut hic non turbetur, niſi applicatâ Vi externâ.

1042. Eo ſenſu Pendulum compoſitum eſt Corpus unicum; & Pendulorum duorum Percuſſio referenda eſt ad Colliſionem ſimplicem duorum Corporum.

1043. Sic etiam ad hanc referimus Percuſſionem Corporum, Lineâ rectâ inflexili junctorum, & Circa centrum horizontaliter agitatorum.

TAB. XXXV. Fig. 3. Ponamus Corpora A & C, Lineâ tali, mobili circa Punctum H, juncta; ſint etiam Corpora B & D, eodem modo juncta, & circa I mobilia. Agitatis his Corporibus, Percuſſio diverſa dabitur, pro ut loca concurrentia differunt, quamvis eodem modo mota ſint, & ſemper directè concurrant. Ponimus nunc concurſum dari directum Corporum A & B. Corpora hæc poſt Percuſſionem eâdem Velocitate moventur *, & ſeparantur hac ſolâ de causâ, quia circa diverſa Centra Lineæ mobiles ſunt: Velocitas autem hæc determinatur Regulâ, quam in ſequenti Scholio primo demonſtrabo.

* 931.

DEFINITIO I.

1044. *Multiplico unum quodque Corpus per Quadratum diſtantiæ à Centro ſui Motûs; colligo in unam ſummam producta omnium Corporum, eidem Lineæ applicatorum, & ſummam hanc multiplico per Quadratum diſtantiæ, inter aliud Centrum & Punctum in quo Percuſſio fit. Productum hoc vocabo Numerum Centri circa quod Linea movetur.*

Multiplico Corpus A per Quadratum diſtantiæ AH; C per Quadratum diſtantiæ CH; ſummam horum productorum multiplico per Quadratum diſtantiæ IB. Hoc

Hoc productum dat Numerum Centri H. Eodem modo determinatur Numerus Centri I.

Multiplico Numerum Centri H *per Velocitatem puncti, in quo Percuſſio fit in Lineâ Centri* H, id eſt, per Velocitatem Corporis A; *& Numerum Centri* I *multiplico per Velocitatem puncti, in quo Percuſſio fit in Lineâ hujus centri,* nempe per Velocitatem Corporis B; *colligo producta in unam ſummam, ſi Corpora tendant ad eandem partem; minus autem productum ex majori ſubtraho, ſi Motus ſint contrarii; & ſummam hanc, aut differentiam, divido per ſummam numerorum Centrorum* H *&* I, *& quotiens dat Velocitatem quaſitam Puncti in quo Percuſſio fit.* Reliqua quoque, quæ ad hanc Percuſſionem pertinent, in indicato Scholio illuſtramus. 1045.

In hiſce Agitationibus obſervandum, Motum liberrimum poni circa Centrum; ibi autem Lineam retineri ita, ut ne quidem minimus Motus ipſi Clavo, aut Retinaculo, communicetur, dum circa ipſum Corpora rotantur; ne hac Actione Vis quædam deſtruatur *. 1046.

* 1007.

Talem Actionem, ſaltem ex Vi Centrifugâ, ſemper dari manifeſtum eſt, ſolo caſu excepto, in quo Corpora circa commune Gravitatis Centrum rotantur *. Sed præter hanc, in pleriſque caſibus, & alia datur Actio in Retinaculum in ipſo momento Percuſſionis, quam in Pendulo compoſito diſtinctiùs explicabimus. 1047.

* 613.

Sit tale Pendulum A D I, ex Corporibus A, & D, junctis Lineâ inflexili, circa I volubili, conſtans: quæ de duobus Corporibus dicimus ad plura applicari poſſunt. TAB. XXXV. Fig. 8.

Si hoc *Pendulum compoſitum* elevetur, ſibique permittatur, &, ubi ad ſitum verticalem pervenit, *in Obſta-* 1048.

culum incurrat, quod *immobile* ponimus, *agunt Corpora diverſimodè, prout punctum, quod in Obſtaculum impingitur, minus aut magis diſtat à centro Motûs I.*

1049. Differentia autem hæc quærenda eſt in ipsâ Preſſione, quam Pendulum exſerit in Retinaculum I, durante Percuſſione; quæ Preſſio ad unam, aut ad aliam, partem dirigitur pro diversâ diſtantiâ Puncti in quo Percuſſio fit. Ita verò determinari in Pendulo poteſt punctum H, quod agit, ut æquilibrium detur inter Actiones; & nullam Percuſſio Preſſionem producat in Retinaculum in I. In hoc caſu, Percuſſione Corpora integras amittunt Vires, Pendulumque Ictu quieſcit, quamvis in I non retineatur, & circa hoc Punctum ſimpliciter mobile ſit.

DEFINITIO 2.

1050. *Punctum, in Pendulo, circa quod tale datur æquilibrium, vocatur Centrum Percuſſionis.*

1051. *Centrum Percuſſionis cum Centro Oſcillationis* * *coincide-*
* 425. *re*, in Scholio tertio, huic Capiti adjuncto, demonſtramus.

1052. Si Percuſſio fiat in alio Puncto, & Pendulum in I non retineatur, Ictus minor erit, dabiturque Penduli agitatio circa Punctum, in quo Percuſſio datur.

1053. In hoc tamen ipſo caſu magnitudinem Ictûs ſervamus, ſi ita in I Pendulum retineatur, ut ipſi Retinaculo nullum omninò Motum communicare poſſit, ut
* 1046. ſupra de alio Motu monuimus *. In hoc enim caſu
* 1007. Actione in I, nulla Vis perit *; Pendulum tamen quieſcit; ergo omnis Vis deſtruitur, agendo in Obſtaculum; quare hæc Actio ipſam valet quæ in Percuſſione Centri Oſcillationis præſtatur.

Unde

Unde deducimus, *Pendulum, quod circa Punctum ſuſpenſionis, liberrimè rotatur, ſed in hoc ipſo retinetur, & Retinaculo nullum omninò Motum poteſt communicare, non habere Centrum Percuſſionis; aut potius, omnia ipſius puncta talia eſſe Centra.* 1054.

Hæc propoſitio quibuſdam antea explicatis Experimentis confirmatur, ſed magis directè hocce ſequenti.

EXPERIMENTUM.

Hocce Experimentum cum Exp. 4to. Cap. 3^ii^. * tantùm in quibuſdam circumſtantiis differt, quæ in hoc obſervandæ ſunt, & in illo negliguntur. Curſorem nempe Medium in ipſo Centro Oſcillationis firmamus; id eſt, in puncto quod eſt Centrum Percuſſionis, quando axis in foraminibus non retinetur. In fine Scholii 2^di^. Cap. 2^di^. demonſtravimus *, hoc ipſum obtineri; ſi in noſtrâ Machinâ diſtantiæ punctorum mediorum Curſorum à Puncto ſuſpenſionis fuerint Pollicum 12; 24; 29; reliqua peraguntur, ut in indicato Experimento; ſucceſſus idem eſt; id eſt, Cavitates ſunt æquales inter ſe, quando eadem eſt Penduli agitatio, quicumque ex Curſoribus in Argillam incurrat. Eadem ergo, in hiſce occaſionibus, eſt Penduli Actio *, & hujus reſpectu non à reliquis punctis diſtinguitur Centrum Percuſſionis. 1055. * 837. * 816. * 826.

SCHO-

SCHOLIUM I.

Demonſtratio illorum, quæ indicata fuere, in N. 1045. de Percuſſione Corporum, Lineis rigidis inter ſe cohærentium, & circa Centra agitatorum.

1056. TAB. XXXV. Fig. 3. SInt *Corpora* A & C, *Lineâ inflexili conjuncta, & circa Centrum* H *agitata; ſint etiam Corpora alia* B & D, *eodem modo juncta, & circa* I *agitata.*

Ponamus dari horum Corporum Percuſſionem directam. Hoc obtingit, ſi in ſe mutuò impingantur unum ex Corporibus, adhærentibus uni Lineæ, cum Corpore quocumque ex illis, quæ cum aliâ cohærent Lineâ, ut A & B. Impactio autem erit directa, ſi hæc Corpora directè in ſe mutuò incurrant; quod fieri non poterit, niſi, in momento incurſus, Lineæ, quibus Corpora cohærent, ſint parallelæ inter ſe.

Si, in momento incurſus, in quo in eâdem Lineâ ambo moventur Corpora, Motu quodam communi ferantur, non hoc Motu in ſe mutuò agent; Impactio ergo pendebit à *Velocitate reſpectivâ*, quâ *manente* eadem *datur* partium introceſſio *, & *eadem Vis amiſſa* *, *quibuſcumque Velocitatibus Corpora agitentur.* * 949. * 956.

1057. Dari caſum, *in quo Corpora*, in partes contrarias lata, *poſt Ictum quieſcunt*, facilè patet; & in hoc *caſu*, *datâ Velocitate reſpectivâ*, *ſummam Virium eſſe omnium minimam* etiam liquet; tota enim Vis deſtruitur, & minor quantitas nunquam poteſt deſtrui *; dicam autem quænam ſit ratio Velocitatum in hoc caſu. * 1056.

Sit a diſtantia Corporis A à Centro H, circa quod rotatur; & c diſtantia Corporis C ab eodem Centro. Eodem modo ſit b diſtantia Corporis B, & d diſtantia Corporis D, à Centro I, circa quod hæc Corpora agitantur. Sit ulterius m Velocitas Corporis A; & n Velocitas Corporis B.

1058. *In caſu, in quo Corpora poſt Ictum quieſcunt, poſitis Motibus contrariis, habemus*

$$m, n :: \overline{Bbb + Ddd} \times aa, \overline{Aaa + Ccc} \times bb. \text{ id eſt, } \overline{Aaa + Ccc} \times bbm = \overline{Bbb + Ddd} \times aan.$$

1059. *In hoc enim caſu ſumma Virium, manente Velocitate reſpectivâ* $m + n$, *eſt omnium minima.*

1060. Summa Virium eſt $Amm + \frac{Cccmm}{aa} + Bnn + \frac{Dddnn}{bb}$ *; nam $a, c :: m,$ * 757.

$\frac{mc}{a} =$ Velocitati Corporis C; & $b, d, :: n, \frac{dn}{b} =$ Velocitati Corporis D.

Ponamus nunc Velocitatem m augeri quantitate e, & eâdem quantitate minui Velocitatem n, ut Velocitas reſpectiva maneat; videbimus ſummam eſſe majorem.

Velo-

Velocitas Corporis A nunc eſt $m+e$; Corporis C eſt $\frac{me+ec}{a}$; Corporis B eſt $n-e$; & tandem celeritas Corporis D eſt $\frac{nd-ed}{b}$. Summa Virium nunc erit $Amm+2Ame+Aee+\frac{Cccmm+2Cccme+Cccee}{aa}+Bnn-2Bne+Bee+\frac{Dddnn-2Dddne+Dddee}{bb}$. Sed $\overline{Aaa+Ccc}\times bbm = \overline{Bbb+Ddd}\times aan$; ponimus enim de hoc caſu agi. Dividendo hanc æquationem per $aabb$, habemus $Am+\frac{Cccm}{aa}=Bn+\frac{Dddn}{bb}$; idcircò in ultimâ ſummâ Virium ſeſe mutuò deſtruunt $+2Ame+\frac{2Cccme}{aa}$ & $-2Bne-\frac{2Dddne}{bb}$, & ſumma ad hanc reducitur $Amm+Aee+\frac{2Cccmm+Cccee}{aa}+Bnn+Bee+\frac{Dddnn+Dddee}{bb}$ quæ primâ memoratâ ſummâ major eſt. Q. D. E.

Nec diverſa eſt demonſtratio ſi augeatur n, imminutâ Velocitate m. 1061.

Ipſam hanc Propoſitionem, Corpora quieſcere, ſi Velocitates indicatam rationem * habeant, & brevius demonſtramus, & magis directè; ex ante dictis * enim generaliter deducimus, Corpora in contrarias partes lata, & concurrentia, æqualibus Temporibus Vires amittere, ideoque Ictu quieſcere, ſi Velocitates in punctis, in quibus Actiones exſerunt, id eſt, in punctis in quibus concurrunt, fuerint inter ſe ut Vires deſtruendæ. Ergò in hoc caſu eſt * 1058. * 966.

$$m, n :: Amm+\frac{Cccmm}{aa},\ Bnn+\frac{Dddnn}{bb}.$$

Unde ſequitur $\overline{Aaa+Ccc}\times bbm = \overline{Bbb+Ddd}\times aan$ Q. D. E. *. * 1058.

Vis in Colliſione quacunque, datâ Velocitate reſpectivâ, deſtructa determinari poteſt, nam valet ſummam Virium in caſu in quo hæc minima eſt *. Sit nunc $m+n=r$. 1062. * 1056.

Datur ratio inter m & n *, & componendo * 1058.
$\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa,\ \overline{Aaa+Ccc}\times bb :: m+n=r,\ n$; ergo $n=\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbr}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$. Eodem modo detegimus $m=\frac{\overline{Bbb+Ddd}\times aar}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$. Summa Virium eſt

* 1060. $\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times mm}{aa}+\frac{\overline{Bbb+Ddd}\times nn}{bb}$ *, ſubſtituendo pro m, & n, valores, ſumma hæc erit

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times\overline{Bbb+Ddd}^{q}\times aarr+\overline{Bbb+Ddd}\times\overline{Aaa+Ccc}^{q}\times bbrr.}{\overline{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}^{q}}$$

Dividendo Numeratorem & Denominatorem per $\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}$

1063. $\times aa$; *habemus* $\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times\overline{Bbb+Ddd}\times rr}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$ *Vim amiſſam datâ Velocitate reſpectivâ* r.

1064. Ut nunc Regulam in N. 1045. traditam demonſtremus, concipimus dari Punctum, quod eâdem Velocitate movetur, quâ Corpora poſt Ictum, ante ſeparationem, feruntur, & juxta eandem directionem.

Reſpectu hujus Puncti Corpora poſt Impactionem quieſcunt; ideò reſpectu ipſius, ante Ictum, contrariis Velocitatibus movebantur in ratione $\overline{Bbb+Ddd}$

* 1058. $\times aa$ ad $\overline{Aaa+Ccc}\times bb$*, haſque Velocitates amittunt, cum reſpectu hujus Puncti poſt Ictum quieſcant; quare hæ ipſæ Velocitates ſunt mutationes, quæ ex Ictu in Velocitatibus contingunt, quæ ergo mutationes ſunt in memoratâ ratione, & componendo $\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa$ ad $\overline{Aaa+Ccc}\times bb$ ut ſumma mutationum, id eſt, ut Velocitas reſpectiva, ad mutationem in Velocitate Corporis B.

Si nunc Velocitas Corporis A dicatur p; & q Velocitas Corporis B, poſitâ hac minori; Velocitas reſpectiva erit $p-q$, ſi Motus eandem partem verſus dirigantur; & mutatio, Velocitatis Corporis B, detegitur

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp-\overline{Aaa+Ccc}\times bbq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$$

, quæ mutatio eſt Velocitas acquiſita; quia minor Velocitas in Motibus conſpirantibus augetur: quare ſi addatur ipſi Velocitati q habemus Velocitatem amborum Corporum poſt Ictum;

1065. quæ ergò *eſt* $\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp+\overline{Bbb+Ddd}\times aaq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$.

1066. Si Motus in contrariam partem dirigantur, Velocitas reſpectiva eſt $p+q$, & Velocitas poſt Ictum ſimili ratiocinio detegitur

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp-\overline{Bbb+Ddd}\times aaq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$$

, ſubtracto nempe in Numeratore producto minore ex majore.

1067. Clarè patet non intereſſe utrum in hac Colliſione Corpora, quæ eidem Lineæ junguntur, ad eandem partem dentur Centri, circa quod Linea movetur, an ad partes diverſas; nam eodem modo Corpus movetur, à quacunque parte Centri detur, ſi modò diſtantia ab hoc ſit eadem, Vim etiam centrifugam, quâ Corpora à Centro recedere conantur, & Actiones quas, dùm concurrunt, in Reti-

Retinacula exſerunt, non hìc conſiderari debere, ſatis manifeſtum eſt *. * 1007.

Demonſtrata hæc ad numerum quemcunque Corporum poſſunt applicari, 1068.
& univerſales Regulæ ex demonſtratis quàm facillimè illiciuntur.

Videmus etiam quid obtineat, *ſi Corpus, in Lineâ rectâ motum, directè* 1069.
in aliud incurrat, quod cum aliis Lineæ rectæ, circa Centrum mobili, cohæret; Corpus enim illud, in Lineâ rectâ motum, agit quaſi Lineæ rectæ, circa Punctum quodcunque mobili, adhæreret.

Quieſcant Corpora A & C in a & c, dum ut ante mobilia ſunt circa H. Ponamus B, aut b, in Lineâ rectâ motum, Velocitate q, directè, & perpendiculariter ad a H, incurrere in a; *Velocitatem poſt Ictum detegimus* ipſâ formulâ præcedenti. Pono enim B cum Lineâ cohærere, & agitari circa Centrum ad diſtantiam quamcunque b; in hac Colliſione p, & D, æquales ſunt nihilo; ideò evaneſcunt quantitates, quæ *per* has multiplicantur, quare memorata formula * in hanc mutatur $\frac{Bbbaaq}{Aaa+Ccc\times bb+Bbbaa}=\frac{Baaq}{Aaa+Ccc+Baa}$: * 1065.

ex quâ *hanc* deducimus *Regulam. Corpus, quod impingitur, per Quadratum diſtantiæ Puncti, in quod incurrit, à Centro, & per Velocitatem ſuam, multiplicatur; productumque hoc dividitur per ſummam omnium Corporum, ſingulorum multiplicatorum per quadrata ſuarum diſtantiarum à Centro.*

Propoſitiones N. 962. 985. 987. 988. 990. ſunt caſus peculiares Propo- 1070.
ſitionum, in hoc Scholio in N. 1058. 1063. 1064. 1065. 1066. demonſtratarum; ut patet, ſi ponamus duo Corpora, quæ cum Lineis, circa Centra quæcunque mobilibus, cohærent.

SCHOLIUM II.

Examen Experimenti circa Corpora in Lancem, aut Brachium, Libræ impacta.

Merſennus, de Lanis, & alii, Experimentum dedere circa Corpora ca- 1071.
dentia inſtitutum; & notarunt Corpus, in Lancem Libræ impactum, aliud Corpus, cujus pondus majus eſt, Lanci oppoſitæ impoſitum, paululum elevare; & Pondera ſic elevari ad exiguam, ſed æqualem (quam tamen circumſtantiam non notat Merſennus) altitudinem, ſi Corpus, quod Motu cadendo acquiſito in Libram impingitur, cadat ab altitudinibus, quæ ſunt ut Quadrata Ponderum quæ elevantur.

Merſennus tamen notat, in quibuſdam circumſtantiis Experimentum non proceſſiſſe; quod & mihi contigit, Experimentum paululum aliter inſtituenti; hoc defectui Machinæ tribuebam, & in illis ſolis altitudinibus, in quibus Regulam ſatis exactè obſervari videbam, defectus, qui in Machinâ me non latebant, minus noxios credebam. Cùm autem attentius rem examinarem, me toto Cælo erraſſe percepi; & ipſis illis principiis Mechanices, de quibus inter omnes convenit, adverſari, memoratam dari inter Quadrata Ponderum elevatorum proportionem, quæ datur inter altitudines, à quibus cadit Corpus,

 quod

quod in Lancem, aut Brachium oppoſitum, impingitur; & in dubium vocare non potui, ipſi defectui Machinæ tribuendum eſſe, ſi aliquando inter certos limites hæc detegatur proportio, ut mihi ſemper contigerat. Non ſenſibilis fateor daretur error, ſi pondus Corporis cadentis, & pondus totius Libræ, id eſt, Jugi & Lancium, admodum exigua eſſent reſpectu Ponderum elevatorum: ſed in hoc caſu Experimentum inſtitui non poſſet; majus enim Pondus ſubtiliori Libræ imponi non poteſt.

Ut autem, quæ hoc Experimentum ſpectant, clarius paterent, Machinam conſtrui curavi, quâ, quantum poteſt exactè, & omninò ſine ſenſibili errore, Experimentum inſtituitur; & poſt Experimentum inſtitutum circa hoc computationem inivi.

B I L A N X,

Quâ Altitudines conferuntur, à quibus Corpus cadens, Pondera paululum elevat.

1072. TAB. XXXV. Fig. 4. Libræ Jugum eſt A B; pede ſuſtinetur, dum circa Centrum, ut in aliis Libris, volubile eſt: Lanx L ferrea eſt; oppoſita M eſt lignea, & orbicularis, excavata ad profunditatem unius Pollicis. Hæc, ubi Experimenta inſtituenda ſunt, Argillâ molli repletur, quæ Cultro ligneo abraditur, ut inæqualitatibus exemptam, & horizontalem, habeat ſuperficiem; quâ de cauſâ Lanx hæc facilè tolli poteſt, iterumque in loco ſuo ſuſpendi. Diſtantia B M excedit pedes tres, quare in Menſæ extremitate ponenda Machina eſt.

Globus G filo ſuſpenditur, & unco Laminæ D cohærenti alligatur.

Pondus Q. Lanci L imponitur, ut detur æquilibrium. Quibus poſitis, additur Pondus Ictu elevandum P; & ut Jugum in ſitu maneat horizontali, brachium A, quod nunc, magis gravatur, Gnomone ferreo, cum Pede cohærenti, ſuſtinetur. Facilè videmus alio Pede, Gnomone deſtituto, ſuſtineri debere Machinam ante impoſitum Pondus P, ut de æquilibrio conſtet.

Gnomoni in *f* annectitur Lamina elaſtica tenuis *fg*, quæ extenſa ad *i*, pertingit, ubi extremitas *g* retinetur, ope Laminæ minimæ *i*, quæ cum Brachio A cohæret; paululum elevato Brachio laxatur *g*; unde conſtare poteſt in variis tentaminibus æqualiter illud elevari; ſi nempe, paululum tantum imminuto Ictu, quo agitatur Libra, Elaſterium non relaxetur.

E X P E R I M E N T U M.

1073. Omnibus, ut dictum, diſpoſitis, adhibito Pondere P Unciarum quatuor; Globum G ita ſuſpendi, ut ipſius altitudo, diſtantia nempe inter inferiorem partem Globi & Argillæ ſuperficiem, foret Pollicum $6\frac{7}{8}$; abſciſſo Filo, Impactione Globi, laxata eſt Lamina *fg*: repetitoque variis vicibus Experimento, eodem modo proceſſit hoc; imminutâ autem altitudine, quartâ parte Pollicis, aut etiam minus, nunquam Elaſterium fuit relaxatum, quâ eâdem Methodo ſequentes altitudines fuere determinatæ.

Dupli-

Duplicato Pondere P, altitudo Globi fuit Pollicum 14 $\frac{1}{8}$.

Tandem triplicato Pondere P, id eſt, poſito hoc duodecim Unciarum, altitudo fuit 23 $\frac{1}{2}$ Pollicum.

His omnibus altitudinibus Cavitatum, Ictibus in Argillâ formatarum, profunditates addendæ ſunt, & altitudines neglectis exiguis fractionibus fuere

7. 14 $\frac{5}{16}$. 23 $\frac{3}{4}$.

Si, hac eâdem Machinâ, eadem inſtituantur Experimenta, aliâ adhibitâ Argillâ, altitudines paululum variari poſſunt. Si Argilla minus mollis ſit, Cavitates minores erunt, & altitudines ſupra Argillæ ſuperficiem planam majores, integræ autem altitudines eædem. Sed ſi magis aut minus ponderet Argilla, diſcrimen dabitur, nam, licet eo non mutetur Materia elevanda, Materia tamen movenda mutatur, unde diſcrimen neceſſariò ſequitur, ut hoc computatione ſequenti clarius patebit.

Jugum Bilancis Figuram habet quæ in AB exhibetur, in ipſis locis A & B excavatur, ut hoc in Fig. 4. videri poteſt; de cætero ubique eſt ejuſdem craſſitiei. 1074. TAB. XXXV. Fig. 5.

Propter Figuram irregularem, admodum difficilis foret computatio; ideo, ſervato Jugi Pondere, mutatam concipimus Figuram, remotis partibus quibuſdam à Centro, & admotis aliis: ponimus Figuram illam eſſe, quæ repræſentatur in Fig. 6., cujus tota longitudo illam repræſentat, quæ in Bilance inter Puncta ſuſpenſionis datur; ex quâ mutatione exiguus tantum error in computatione dari poteſt.

Hujus Figuræ ſuperficies, cùm Jugum ejuſdem ſit craſſitudinis ubique, repræſentare poteſt Jugi pondus, in omnibus partibus. Figura hæc AB conſtat ex Parallelogrammo, & duobus Triangulis: junctis Triangulis, Figura reducitur ad illam, quæ in Fig. 7. exhibetur, quâ adſumtâ computationem inibo.

Hunc uſum computatio hæc habere poterit, quod inde patebit, cum demonſtratis circa Percuſſionem Experimenta noſtra congruere. Fundamentum autem ipſius computationis habetur in N. 1069.

Ante omnia, ſingula puncta ſuperficiei ADFEB, Pondus Jugi repræſentantis, per Quadrata diſtantiarum ſuarum à Centro Motûs reſpectivè multiplicari debent. Hoc ſine errore ſenſibili fiet, ſi loco diſtantiarum à Centro, diſtantiæ à Lineâ CF uſurpentur, quo computatio facilior evadit. TAB. XXXV. Fig. 7.

Si nunc operatio pro Parallelogrammo inſtituatur, ſingulæ Lineæ parallelæ, & æquales, Lineæ DA, per Quadrata ſuarum diſtantiarum a CF multiplicandæ ſunt; id eſt, ſingula hæc Quadrata per eandem quantitatem AD, aut CG, multiplicari debent; id eſt, ſumma Quadratorum per CG multiplicanda eſt: ſumma autem Quadratorum eſt Pyramis, cujus Baſis eſt Quadratum Lineæ AC, & altitudo eadem AC; quæ Pyramis valet $\frac{1}{3}$ AC^c *. Multiplicatâ hac per CG, habemus $\frac{1}{3}$ CG × AC × AC^q, * 7. El. XII.

 ſum-

ſummam productorum ſingulorum punctorum Parallelogrammi DC, multiplicatorum per Quadrata diſtantiarum ſuarum à CG.

Similis ſumma, pro ſingulis punctis Trianguli DFG, æqualis eſt $\frac{1}{12}$ $GF \times AC \times ACq$. Hoc facilè detegent ſubtilioris Geometriæ gnari, & aliis illud explicare inutiliter laborarem. Duplicando producta hæc, habebimus ſimilem ſummam pro integrâ Figurâ ADFEB; & eſt hæc $\frac{2}{3}$ $CG \times AC \times ACq + \frac{1}{6} GF \times AC \times ACq = b \times ACq$; ponendo $b = \frac{2}{3} CG \times AC + \frac{1}{6} GF \times AC$.

1075. His poſitis, dicatur a altitudo, à quâ Globus demittitur; & Velocitas, cadendo acquiſita, quâ Globus in Lancem M incurrit, & quæ Radici
* 374. quadratæ hujus altitudinis proportionalis eſt *, poterit $\sqrt{a}$ deſignari.

Multiplicando hanc Velocitatem per Globum G (Fig. 4.) & per Quadratum diſtantiæ AC, & dividendo hoc productum per ſummam omnium Corporum, in Experimento motorum, reſpectivè multiplicatorum per Quadrata diſtantiarum ſuarum à Centro motûs, habemus Velocitatem puncti
* 1069. A poſt Ictum *.

Partem hujus ſummæ jam determinavimus, quoad Jugum nempe, quod ſupereſt habemus multiplicando Pondera Lancium L, & M, ut & P, Q, & G (Fig. 4.) per Quadratum diſtantiæ AC; nam omnia hæc Corpora
* 183. conſiderari poſſunt quaſi darentur in ipſis punctis ſuſpenſionis A & B *. Summam Ponderum Lancium, ut & P, Q, & G, dicimus c, & Velocitas
* 1069. puncti A poſt Ictum erit $\frac{ACq \times G\sqrt{a}}{b \times ACq + c \times ACq} = \frac{G\sqrt{a}}{b+c}$ *.

Ut, datâ hac Velocitate, altitudinem ad quam elevatur punctum A cum altitudine a conferamus, determinandum eſt Centrum Oſcillationis, quod
* 425. movetur, ut Corpus in quod gravitas tantum agit *; diſtantia autem Centri
* 474. Oſcillationis à Centro Motûs eſt $\frac{b \times ACq + c \times ACq}{P \times AC}$ * $= \frac{b \times AC + c \times AC}{P}$.

Diſtantia verò AC ſe habet ad diſtantiam hanc Centri Oſcillationis, id eſt, (multiplicando utramque diſtantiam per P, & ipſam dividendo per AC), P ad $b+c$, ut Velocitas Puncti A ad Velocitatem Centri Oſcillationis; & in eâdem ratione altitudo ad quam àdſcendit A, quam dicimus d, ad altitudinem ad quam adſcendit Centrum Oſcillationis; ergò

$P,\ b+c :: \frac{G\sqrt{a}}{b+c},\ \frac{G\sqrt{a}}{P}$ = Velocitati Centri Oſcillationis. Et

$P,\ b+c :: d,\ \frac{db+dc}{P}$ = altitudini, ad quam Centrum Oſcillationis adſcendit.

Altitudo hæc etiam Quadrato Velocitatis hujus Centri exprimitur, cum
* 374. 380. a exprimat altitudinem, ad quam Corpus Velocitate $\sqrt{a}$ pertingit *. Habemus

bemus ergo hanc æquationem $\frac{G^q \times a}{P^q} = \frac{db + dc}{P}$ id eſt $G^q \times a = db \times P + dc \times P$: & $a = \frac{\overline{b+c} \times d \times P}{G^q}$.

Pro Litteris ut Numeri ſubſtituantur, conſiderandum, b æquale eſſe $\frac{2}{3}$ GC × AC + $\frac{1}{6}$ GF × AC, dum ipſa Figura ADFEB, id eſt, 2GC × AC + GF × AC *, Jugi pondus repræſentat; quare hoc pondus Jugi ad b, ut 2GC + GF ad $\frac{2}{3}$ GC + $\frac{1}{6}$ GF. 1076. * 34. El. I.

In noſtrâ machinâ eſt GC ad GF, ut 3 ad 4; id eſt, 2GC + GF ad $\frac{2}{3}$ GC + $\frac{1}{6}$ GF, ut 15 ad 4. Jugi pondus eſt novemdecim Unciarum cum Dragmis duabus & Scrupulo uno, id eſt Scrupulorum 463. Ergò

$$15, 4 :: 463, b = 123\tfrac{1}{2}. \text{ Scrup.}$$

Pondera Lancium, additis Q & G, nempe $c - P$ valent 1320 Scrupula, id eſt, $c = 1320 + P$; Globus G, ponderat Scrupula 67; altitudo d æqualis eſt 0, 21. Poll. id eſt, excedit paululum quintam Pollicis partem.

Et præcedens æquatio mutatur in hanc

$$a = \frac{\overline{b+c} \times d \times P}{G^q} = \frac{\overline{123\frac{1}{2} + 1320 + P} \times 21\,P}{67^q \times 100} = \frac{\overline{1443\frac{1}{2} + P} \times 21\,P}{448900}.$$

Subſtituendo ſucceſſivè, pro P quatuor, octo, & duodecim Uncias, id eſt, Scrupula 96, 192, 288 detegimus $a = 6, 91$. $a = 14, 68$; & $a = 23, 32$.

Quæ altitudines parum admodum differunt cum altitudinibus Experimento detectis; differentia autem tribuenda eſt mutationi Figuræ Jugi in computatione *. * 1074.

In hac computatione neglexímus conſiderationem diſtantiæ inter Centrum Libræ & Centrum Gravitatis Jugi; quia error inde oriundus nullo modo percipi poteſt.

S C H O L I U M III.

De Centro Oſcillationis, & Percuſſionis.

Superius *, ex demonſtratis circa Preſſionem, deduximus Methodum determinandi Centrum Oſcillationis; eandem ibi traditam Regulam quàm facillimè deducimus ex demonſtratis circa Vires. 1077. * 474. 475.

Corpus eandem acquirit Velocitatem, ideoque Vim, à certâ altitudine cadendo, quamcunque viam in deſcenſu ſequatur *; & Vis acquiſita huic altitudini proportionalis eſt *. Dum Corpora, Pendulo compoſito juncta, deſcendunt, nulla Actione Vis deſcendendo acquiſita deſtruitur; nihil etiam datur quo augeri poſſet; ergò ſumma Virium æqualis eſt ſummæ Virium, quas Corpora, ſeparatim à ſuis altitudinibus cadendo, potuiſſent acquirere. * 393. * 754.

Sint

Sint Corpora A, B, C, D; diſtantiæ à Puncto ſuſpenſionis $a, b, c,$ & $d.$ Altitudines, à quibus Corpora hæc deſcendunt, ſunt ut $a, b, c,$ & $d,$ & in eâdem ratione Velocitates. Dicatur diſtantia Centri Oſcillationis à Puncto ſuſpenſionis x, & Velocitas acquiſita deſcendendo ab altitudine, à quâ Centrum hoc deſcendit, $\sqrt{x}$; ideò Velocitas Corporis A, ſi liberè
* 374. cecidiſſet $\sqrt{a}$ *; & ipſius Vis Aa *; ſummaque Virium, ſi ſingula Cor-
* 757. pora liberè cecidiſſent, $Aa + Bb + Cc + Dd$. Si quædam Corpora dentur ad partem oppoſitam Puncti ſuſpenſionis, adſcendunt hæc, & horum Vires negativæ ſunt.

In Corporibus Pendulo junctis, Velocitas Corporis A detegitur hac Regulâ, $x, a :: \sqrt{x}, \frac{a}{\sqrt{x}}$ Cæterorumque Corporum Velocitates ſunt $\frac{b}{\sqrt{x}}, \frac{c}{\sqrt{x}},$ & $\frac{d}{\sqrt{x}}$;
* 757. ſummaque Virium eſt $\frac{Aaa}{x} + \frac{Bbb}{x} + \frac{Ccc}{x} + \frac{Ddd}{x}$ *; quæ cum memoratæ ſummæ æqualis ſit, detegimus $x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd}{Aa + Bb + Cc + Dd}$ juxta Regulam N. 474.

Centrum Percuſſionis cum Centro Oſcillationis coincidere ſuperius obſer-
* 1051. vavimus *; hoc nunc demonſtrabimus.

1078. *Centri Percuſſionis hæc eſt proprietas, dari æquilibrium inter Actiones, quibus Corpora ab utraque parte hujus Centri, in Pendulum agunt.*

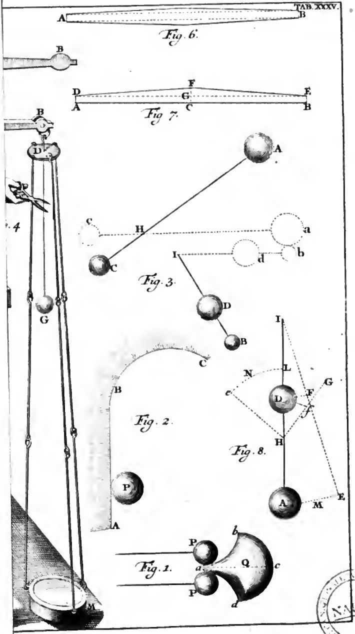
Poſſumus ergò conſiderare Pendulum quaſi Vectem, cujus Suſtentaculum eſt Obex, in quem incurrit, poſitus in ipſo Centro Percuſſionis, & æquilibrium dari, dum in hunc Vectem Corpora incurrunt, Velocitatibus, quibus in Pendulo moventur.

1079. Penduli A I, cui applicata ſunt Corpora A & D, juncta Lineâ inflexili,
TAB. ſuſpenſâ in ', Centrum percuſſionis erit H, ſi, poſitis, Vecte, cujus Su-
XXXV. ſtentaculum eſt H, & in hunc incurrentibus Corporibus A & D, in ipſis
Fig. 8. punctis A & D, Velocitatibus, quas in Pendulo habent, detur inter haſce Actiones æquilibrium; tunc enim punctum I Penduli ullo motu affici non poteſt, aut, ſi retineatur, ullam exſerere Preſſionem in Retinaculum.

Ut hunc caſum æquilibrii determinemus, poſitis variis Corporibus, ſingulorum Actiones determinari debent; id eſt, ſunt hæ Actiones conferendæ inter ſe.

1080. Relictâ nunc Penduli conſideratione, ad ſolum Vectem attendendo, ſit *Corporis* A Velocitas m, & a diſtantia AH; Corporis D Velocitas n, & d diſtantia HD. Eodem modo in Vectem agit Corpus A, utrum in A ad partem M, aut in L ad partem N, eâdem Velocitate in hunc incurrat, poſitis HA & HL æqualibus. Actio etiam erit eadem, ſi, ſervatis Corporum Velocitatibus, concipiamus hæc rotari circa Centrum H, & ita agitata *in Vectem* incurrere per e L & f D. Continuetur Hf in G, ut HG & He, aut HA, ſint æquales; æquilibrium dabitur, ſi Velocitas puncti e ſe
* 1058. habeat ad Velocitatem puncti G, ut Ddd ad Aaa *, id eſt Ddd, Aaa

$:: m,$



NAPOLI

Digitized by Google

$1 : m, \frac{an}{d}$, hæc enim eſt Velocitas Puncti G; ergo $Aam = Ddn$; unde patet *Actionem ſequi rationem producti Maſſæ Corporis per Velocitatem, & per diſtantiam à Fulcro.*

In Pendulo Velocitas ſequitur rationem diſtantiæ à Puncto ſuſpenſionis; & diſtantia à Fulcro, eſt diſtantia à Centro Percuſſionis; ergo Actio Corporis ſequitur rationem producti Corporis per ſuas diſtantias à Centri Suſpenſionis & Percuſſionis; daturque æquilibrium inter Actiones ab utraque parte Centri Percuſſionis, quando producta hæc ab utraque parte hujus Centri ſunt æqualia; quam eandem cùm *Centrum Oſcillationis* habeat proprieta- 1081.
tem *, ſequitur, hoc *cum Centro Percuſſionis coincidere.* * 471.

CAPUT VI.

De Congreſſu Corporum Elaſticorum.

Corpora elaſtica concurrentia, poſt Ictum, ut jam 1082.
notavimus, ſeparantur *, ſed Vi diverſâ in cir- * 930.
cumſtantiis ſimilibus; nam in variis Corporibus Elaſticitas differt.

DEFINITIO.

Elaſticitas dicitur perfecta, quando partes introcedentes 1083.
ad priſtinum ſitum redeunt Vi æquali illi, cum quâ fuere icta.

De perfectâ agimus Elaſticitate, quamvis nullâ Corpora, tali Elaſticitate prædita, nobis nota ſint; Regulæ enim generales niſi quoad perfectam Elaſticitatem tradi non poſſunt; quo magis ad hanc Corpora accedunt, eo magis exactè Motus horum cum Regulis congruunt.

Imperfecta Elaſticitas innumeros gradus habere po- 1084.
teſt; & Experimentis detegere debemus, quantum in Corporibus peculiaribus à perfectâ Elaſticitate deficiat hæc; ut, quantum à Regulis recedunt horum Corporum Motus, determinemus.

Nulla Vis in Colliſione Corporum perit, præter il-
* 934. lam, quæ intropremendo partes conſumitur *; ideò, ſi Corpora ſint Elaſtica, tota Vis hæc impenditur in inflexione partium Elaſticarum; hæ autem æquali Vi ad priſtinam figuram redeunt; ergo Vis deſtructa ite-
1085. rum inſtauratur; & *ſumma Virium Corporibus inſitarum poſt Ictum æqualis eſt ſumma Virium ante Colliſionem*; quæ demonſtratio univerſalis maximè eſt, & Colliſionibus quibuſcunque applicari poteſt.

1086. Hinc ſequitur *Corpus Elaſticum, in Obicem firmum Elaſticum impactum, eâdem celeritate redire, quâ acceſſit. Si directio perpendicularis ſit ad Obicem, etiam in eâdem Lineâ redibit*; cùm non magis unam quàm aliam partem versùs poſſit deflecti.

In reliquis de directâ Impactione tantùm in hoc Capite ago. Ipſa autem partium Elaſticarum Actio accuratè magis perpendenda eſt.

1087. *Elaſterium flexum, poſitum inter duo Corpora quieſcentia, dum ſeſe expandit, ambo movet Corpora.* Si Preſſio, quâ partes Corporum cohærent, ſuperet Preſſiones quas Elaſterium in Corpora hæc exſerit, tota Elaſterii Actio, cùm nulla detur partium introceſſio, in movendis Corporibus conſumitur, *& ſumma Virium, Corporibus communicatarum, valet Vim, quâ Elaſterium fuit flexum.*

1088. Elaſterium hocce, durante toto Tempore, quo ſeſe expandit, continuò æqualiter premit ad utramque par-
* 361. tem *; id eſt, exſerit Preſſiones, quarum Intenſitates ſunt æquales; tranſlationes Obſtaculorum, ſingulis minimis momentis, ſunt inversè ut Corpora, quæ hiſce
* 138. Preſſionibus moventur *; & in eâdem ratione ſunt Ve-
* 119. locitates, hiſce momentis communicatæ *; in eâdem etiam

etiam ratione ſunt Actiones Elaſterii ad utramque partem *; ut & Vires Corporibus impreſſæ *. Cùm autem hæc ratio ſingulis momentis minimis obtineat, quamdiu durant Actiones Elaſterii, *integræ Velocitates communicatæ, Vireſque integræ impreſſæ*, in hac ipsâ *ſunt ratione inverſâ Maſſarum* *; quæ duo conveniunt inter ſe, ut antea demonſtravimus *. * 723. * 700. 1089. * 12. El. V. * 701.

MACHINA,
Quâ Elaſterium, inter Corpora ſuſpenſa flexum relaxatur.

1090. Machina hæc conjuncta eſt cum Rectangulo, omnino ſimili illi, de quo ſupra egimus *; huic etiam eodem modo Cylindri cuprei, & Pondera plumbea, inſeruntur *; & ipſum Rectangulum, cum adjunctâ Machinâ, exactiſſimè æqualiter ponderat, cum memorato Rectangulo, quando ipſi conjunctum eſt quoddam ex Corporibus, in explicatione Rectanguli memoratis *. TAB. XXVI. Fig. 6. * 769. * 774. * 771.

1091. Machina, de quâ nunc agitur, conſtat ex Elaſterio involuto E, illis ſimili, quibus Horologiis portatilibus Motus communicatur; eodem modo ut in his, illud cum Axe cohæret, cui circumvolvitur, & cum quo conjuncta eſt Rota dentata; hæc dum relaxatur Elaſterium circumagitur, & Motu ſuo ſecundam agitat Rotam, ut, additis Rotis minoribus, Motus prioris temperetur, methodo vulgò uſitatâ in ſimilibus circumſtantiis.

1092. Motus autem Elaſterii, ubi hoc ipſum involutum eſt, ſiſtitur auxilio Lamellæ, quæ ultimam minorum Rotarum retinet, quæ facillimè relaxatur, quo Motus Rotarum inſtauratur; hæc autem omnia in Figurâ repræſentari non potuêre, ſed difficultatem non habent.

1093. Elaſterium memoratum, cum omnibus Rotis, continentur inter duas Lamellas, in quibus Rotarum axium extrema inſeruntur; hæc Machinæ pars non dimidium anterioris ſuperficiei Rectanguli tegit, unumque hujus ſuperficiei latus occupat, & ad interiorem partem terminatur Laminâ *V V*.

Axis Rotæ majoris *t*, cum quo Elaſterium E cohæret, trajicit Laminam *V V*, extremitatique prominenti, jungitur Lamina *i*; quam ſeparatam, & juxta veram magnitudinem delineatam, in I exhibemus.

Lamina chalibea *FG*, quæ integram Machinam ab anteriori parte tegit, illa eadem eſt, quam ſuprà explicavimus *, & quæ in Fig. 3. & 4. hujus Tabulæ exhibetur.

*740.

*740.741. Retinacula, quæ in Experimentis ſeparanda ſunt *, & hic etiam Malleo ſeparantur *m*, qui, ut ille de quo in N. 741. egimus, etiam caudâ inſtructus eſt, quæ ad Angulos Rectos in *o* conjungitur cum Axe verſatili; ſeparatio quoque Retinaculorum eodem modo ut ibi habetur, deprimendo Malleum; quod quomodo in hoc caſu fiat, dicam.

1094. Cum Mallei caudâ, in medio circiter, cohæret Uncus *n*, qui applicatur circumferentiæ Laminæ *i*, aut I; cujus circumvolutione Malleus elevatur, dum circumferentia *plq* juxta Uncum tranſit; ubi autem extremitas *q* Uncum *n* relinquit, ſubitò Malleus deprimitur. Ut hoc autem impetu ſufficienti fiat, & Retinacula, in Experimentis ſeparentur, utimur cuſpide tenui, chalibeâ, elaſticâ, *s r*, quæ in Laminâ laterali Machinæ, in *s* firmatur, ope Cochleæ Cuſpidem, juxta caput *s*, circumdantis; extremitas altera Cuſpidis libera eſt, & applicatur-

catur caudæ Mallei, quem deprimit; ſed dum hic elevatur, Cuſpis flectitur, & Preſſio ex Elaſticitate augetur; haeque de cauſâ cum impetu deſcendit Malleus ubi liberatur.

EXPERIMENTUM I.

Elaſterium ſuprà deſcriptum * Rectangulo applicatur, ut in Experimento ſecundo Capitis ſecundi hujus Libri *. Eandem, quâ in illo ipſo Experimento uſi fuimus, adhibemus Machinam, & eodem modo ſuſpendimus Rectangulum *. Suſpendimus quoque & aliud Rectangulum; illud nempe cui Machina cohæret, quam ultimùm explicavimus *.

* 1095. * 739. * 778. * 778. * 1090.

Habemus nunc duo Corpora ſuſpenſa, ut in plerîſque Experimentis Capitis præcedentis. Eodem modo illa diſponuntur; & tunc Lingula Elaſterii reſpondet foramini in medio Laminæ Retinaculis inſtructæ, ut in Experimento indicato *. Eodem etiam modo, ut ibi, & alibi diſtinctius, jam explicatum eſt *, Lingula in foramen intruditur; ſed ita, ut primi Lingulæ dentes & hic, ut in aliis Experimentis *, uſu veniant.

* 778. * 743. * 745. 778.

Ut autem Fila reſpondentia parallela ſint, flexo jam Elaſterio, utimur methodo, alibi in peculiari caſu, adhibitâ *.

* 942.

Elaſterium, quo Motus Rotis communicatur, involvitur *; & impeditur ipſius Motus *.

* 1091. * 1092.

Relaxatur hoc, ubi Corpora ſuſpenſa quieſcunt, quo quies paululum al quando turbatur; ſed durat Motus per aliquot momenta, ut interea Corpora ad quietem redeant; tandem Malleus ſponte cadit *, & Corpora ſeparantur Actione Elaſterii inter hæc inflexi. Variaturque hoc Experimentum mutatis Corporum ſuſpenſorum Maſſis.

* 1094.

1096. In primo tentamine Cylindros * Corporibus inſeri-
TAB. XXXVI. mus, ut utraque Maſſa, R & S, valeat duo. Corpora,
Fig. 1. æqualibus Velocitatibus ſeparantur, & valent hæ 8, 4.
* 774. In ſecundo tentamine, una ex his Maſſis ſervatur,
1097. TAB. XXXVI. nempe Corporis S; mutatur alia, ut ſit ſedecim; &, relaxato Elaſterio, hujus Corporis Velocitas valet 1, 4;
Fig. 2. dum S movetur Velocitate 11, 2.
1098. Tertiâ vice ſi repetatur Experimentum, poſitis Maſ-
TAB. XXXVI. ſis, R tribus, S quatuor; Velocitates erunt, hujus 5, 5;
Fig. 3. illius 7, 3.

1099. In hiſce tribus occaſionibus ſumma Virium eſt eadem, & Velocitates ſunt inverſè ut Maſſæ.

In primo Caſu Maſſæ ſunt æquales, tales quoque Velocitates. Corporis Vis unius cujuſque eſt 2 × 8, 4 × 8, 4 = 141, 12. & ſumma valet 282.

In ſecundo, Maſſa Corporis R octies ſuperat Maſſam S, & illius Velocitas eodem modo ab hujus Velocitate ſuperatur. Vires ſunt 16 × 1, 4 × 1, 4 = 31, 36, & 2 × 11, 2 × 11, 2 = 250, 88; & ſumma; iterum valet 282. Tandem in ultimo caſu Maſſæ ſunt ut 3 ad 4. Velocitates in eâdem ratione, ſed inverſâ, ut 7, 3. ad 5, 5: Vires ſunt 3 × 7, 3 × 7, 3 = 159, 87, & 4 × 5, 5 × 5, 5 = 121, & ſumma quæ vix differt à 281, nullum ſcrupulum circa æqualitatem Virium relinquere poteſt.

Caſum hunc ipſum quem examinavimus habemus,
1100. *quando duo Corpora Elaſtica, Motibus contrariis, in ſe mutuò directè incurrunt, Velocitatibus quæ ſunt inverſè ut Maſſæ*; nam poſitis his non Elaſticis, poſt Ictum quieſ-
* 962. cunt *; ergò in ipſo momento concurſûs, ante Figuram inſtauratam, datur Elaſterium flexum inter duo Corpora quieſcentia. Separantur ideo hæc Velocitati-
bus

bus quæ ſunt inverſè ut Maſſæ *, id eſt, Velocitates * 1089.
poſt Ictum in eâdem ſunt ratione in quâ ante Ictum
erant; unde ſequitur *Corpus utrumque redire eâdem Velocitate quam ante Ictum habuit*; nam ſi minuatur in uno,
non ſervabitur ratio, niſi & in altero minuatur; quare ſumma Virium minor erit, quod impoſſibile *. De- * 1085.
monſtratio eadem eſt, ſi quis unius Corporis auctam
Velocitatem dicat.

Experimentum, quo hanc confirmamus Propoſitio- 1101.
nem, ut & reliqua, quæ ſequuntur de Corporum Elaſticorum Colliſione, inſtituuntur auxilio ejuſdem Machinæ, quâ Experimenta demonſtrantur de Colliſione Corporum non Elaſticorum *. * 760.

Quando de illis agitur, eburnea adhibemus Corpo- 1102.
ra. Primum eſt Globus G, cujus diameter eſt Seſquipollicis; ſex tales adhibemus. Reliqua Corpora ſunt TAB. XXVI. Fig. 7.
Cylindrica & ejuſdem diametri ut B & C; in extremitate
unâ hemiſphærio terminantur, Baſis autem altera plana
eſt; ſed Diameter parum tantum excedit Pollicem unum.
In formandis hiſce Cylindris obſervandum, dentis Axem
debere cum Axe Cylindri coincidere. Pondera Corporum G, B, & C, ſunt inter ſe ut unum, duo & tria.

Globi duobus uncis *v*, *v*, ſuſpenduntur; ſingula alia 1103.
quatuor Filis ſuſtinentur, ut Rectangula, quæ in Experimentis de Colliſione Corporum non Elaſticorum uſu
veniunt *. Corpora, ut dixi, dantur ſex ut G, unum * 769.
ut B, & duo ut C.

Ut Corpora hæc ſuſpendantur, firmamus Uncos medios *g*, *f*, & *h*, *i* *, attendendo ad illa quæ in N. 765. TAB. XXVII. Fig. 1.
fuere dicta; tunc diſtantia datur Seſquipollicis inter *g* * 764.
& *f*, ut & inter *h* & *i*. Si tunc duos Globos ſuſpenda-

mus,

mus, reductis Filis reſpondentibus ad eandem altitudinem, hi ſeſe mutuò tangent.

1104. TAB. XXVI. Fig. 7. Si agatur de Cylindris B & C, Unci ſequentes uſu veniunt; qui ab Uncis mediis jam firmatis ponuntur ad diſtantiam æqualem diſtantiæ *v* V in Corpore ſuſpendendo; quæ diſtantia immediatè, admoto Corpore ipſo, determinatur.

Corpora hæc, reductis Filis ad deſideratam longitudinem, eodem modo, ut de Globis dictum, ſeſe mutuò tangunt, quando liberè pendent, ſive duo ſint Cylindri ut C, aut ut B, ſive unus ut C alter ut B, ſive tandem alteruter cum Globo Machinæ applicetur; diſtantia enim Uncorum *v*, *v*, aut V, V, ab extremitatibus Corporum eſt trium partium quartarum unius Pollicis.

In reliquis circumſtantiis, Experimenta cum Corporibus Elaſticis ab Experimentis, in Capite IV. explicatis, non differunt; eodem modo, ac in his, Velocitates deſideratæ Corporibus communicantur, & Velocitates poſt Percuſſionem menſurantur; cum autem in ipsâ Percuſſione Parallelismus nunquam turbetur ad illa non attendimus quæ in N. 942. fuère indicata.

Experimentum 2.

1105. TAB. XXXVI. Fig. 4. Corpora duo P & Q, quorum Maſſæ ſunt ut unum ad tria, in ſe mutuò incurrunt, in p, q, hoc Velocitate quinque, illud Velocitate quindecim; poſt Ictum utrumque ad eandem ferè à quâ cecidit altitudinem redit, in *p* & *q*.

Defectus Elaſticitatis in causâ eſt quare non exactè ad eaſdem, à quibus cecidère Corpora, redeant altitudines.

In

In hoc Experimento, ut & in ſequentibus, Velocitas, 1106.
inſtauratione Figuræ generata, duodecimâ parte deficit ab illâ, quæ produceretur, ſi ipſa perfecta eſſet; ſi autem magna ſit Corporum Velocitas reſpectiva, major eſt, ſervatâ proportione, defectus Velocitatis.

Quæ de Elaſterio, inter Corpora quieſcentia ſeſe expandente, demonſtrata ſunt, ad Elaſterium inter Corpora, eâdem cum his Velocitate tranſlatum, & reſpectu Corporum quieſcens, referri debent; *ſi* ergo *in Nave* 1107.
duo Corpora Elaſtica, Velocitatibus, quæ ſunt inversè ut Maſſæ, in ſe mutuò impingantur, Velocitatibus iiſdem in Nave redibunt *. * 1100.

Poſitis quæ in N. 987. dicta ſunt; in Nave, quæ Ve- 1108.
locitate BI fertur, Corpora non Elaſtica poſt Ictum TAB. XXXVII.
quieſcunt, & mutationes Velocitatum ſunt inversè ut Fig. 1. 2.
Maſſæ, deſtructis Velocitatibus, quibus in Nave ad ſe invicem acceſſere: ſi nunc ſint Elaſtica, in Nave à ſe mutuò recedunt iiſdem hiſce Velocitatibus, quibus in Nave ad ſe mutuò acceſſere *; id eſt, ſecunda in Ve- * 1107.
locitatibus datur mutatio æqualis primæ; quare utrumque Corpus duplam patitur in Velocitate mutationem, & *Velocitas reſpectiva poſt Ictum æqualis eſt Velocitati re-* 1109.
ſpectivæ ante Ictum. In Fig. 1. Corpus motum Velocitate BN, in Nave ante Ictum habebat Velocitatem IN, hanc amiſit, & huic æqualem in contrariam partem acquiſivit IG; habet ideo Velocitatem BG. Corpus aliud, cujus Velocitas erat BE, in Nave ante Ictum redibat, id eſt, lentius ipsâ Nave movebatur, quantitate IE; poſt Ictum, æquali Velocitate IP in contrariam partem, id eſt, celerius ipsâ Nave, fertur, Velocitaſque eſt BP.

Eodem modo in Fig. 2. Corpus quod habebat Velocitatem B N, amiſit Velocitatem I N, quam in Nave habebat; & Velocitate, huic æquali I G, nunc in Nave redit; id eſt, Velocitate B G poſt Ictum fertur: Corpus aliud cujus Velocitas erat B E, in Nave redibat Velocitate I E; nunc, mutato Motu, Velocitate huic æquali I P, in Nave à Puppi ad Proram fertur; & ipſius Velocitas abſoluta eſt B P.

Ex hiſce deducimus Regulas duas, quibus Corporum Elaſticorum Velocitates poſt Ictum determinamus.

R E G U L A I.

1110. *Si Corporis Velocitas, poſitis Corporibus non Elaſticis in ſe mutuò impactis, Ictu augeatur, augmentum duplicatum priori Velocitati eſt addendum, ut Celeritas poſt Impactionem determinetur, ſi Corpora fuerint Elaſtica.*

R E G U L A II.

1111. *Duobus Corporibus non Elaſticis in ſe mutuò incurrentibus, ſi Corpus ex Velocitate amittat, pars amiſſa duplicanda eſt, quando Elaſtica ſunt Corpora, & à priori Velocitate ſubtrahenda, ad determinandam Celeritatem poſt Percuſſionem.*

1112. Circa ſecundam Regulam obſervandum, Corpus quod redit, non modo amittere priſtinam Velocitatem, ſed præterea pro Velocitate amiſſâ etiam haberi Velocitatem, in contrariam partem acquiſitam; & in hoc caſu, ſumma ambarum harum Velocitatum duplicanda eſt, & ex priori Celeritate ſubtrahenda. Quando autem major Velocitas ex minori ſubducitur, exceſſus in contrariam partem ſumendus eſt.

E X P E R I M E N T U M 3.

1113. TAB. XXXVI. Fig. 5. Corpus P, cujus Maſſa eſt duo, & Celeritas novem, impingitur in Corpus quieſcens Q, cujus Maſſa eſt unum;

unum; ſi perfecta eſſet Elaſticitas, poſt Impactum Q ferretur Celeritate duodecim, & P motum continuaret Velocitate tria; quod computatione juxta has Regulas detegitur; nam ſi Corpora non eſſent Elaſtica; Celeritas amborum poſt Occurſum eſſet ſex *; Corpus ergo * 992.
Q acquireret ſex gradus Velocitatis; ideo per Reg. I. * * 1110.
acquirit nunc duodecim gradus. Corpus P, quod ſepoſitâ Elaſticitate, amittit tres gradus Velocitatis, per Reg. II. * amittit ſex, qui ſi ſubtrahantur à novem, * 1111.
Velocitate priori, reſtant tres gradus Velocitatis. Imperfecta autem eſt Elaſticitas; & in ipſo Experimento Velocitas Corporis Q, eſt undecim cum ſemiſſe; & P in Motu perſeverat tribus gradibus Velocitatis cum quartâ parte; quod congruit cum iis quæ monuimus *; * 1106.
mutationem ex Elaſticitate oriundam duodecimâ parte eſſe minuendam.

Experimentum 4.

Corpus P in aliud Q, quieſcens, & triplum, Velocitate duodecim impingitur, & Velocitate ſex, ſi perfectè eſſent Elaſtica, rediret. In hoc caſu Corpora non elaſtica moverentur Celeritate tria; Corpus ergo P amiſiſſet novem gradus Velocitatis, amittit ergò per Reg. II. * octodecim gradus; qui ſi ſubtrahantur à * 1112.
priori Velocitate duodecim, dantur ſex grad. in contrariam partem *. Corpus Q, quod acquirit tres gra- * 1112.
dus Velocitatis, quando Corpora non ſunt Elaſtica, nunc deberet acquirere ſex. Secunda autem hæc mutatio duodecimâ ſuâ parte minuenda eſt, & Velocitas eſt quinque cum tribus partibus quartis. Propter defectum Elaſticitatis, ſecunda mutatio Velocitatis Corporis P eſt tantum octo cum quartâ parte; & Velocitas, ſubtrahen-

1114. TAB. XXXVI. Fig. 6.

da ex duodecim, valet ſeptemdecim cum quartâ parte, Corpuſque redit Velocitate quinque cum quartâ parte; & hæc Experimento detegimus. Eodem modo, ſequentibus Experimentis, confirmatur quod per Regulas detegitur; ſi ad defectum Elaſticitatis attendamus.

Experimentum 5.

1115. TAB. XXXVI. Fig. 7. Corpus P, cujus Maſſa eſt duo, & Velocitas octo, incurrit in Corpus Q, cujus Maſſa eſt unum, & quod Velocitate quinque eandem partem versùs fertur; ſi perfecta eſſet Elaſticitas, poſt Occurſum Corpus Q moveretur Velocitate novem, & P Velocitate ſex gauderet, ut per Regulas præcedentes determinatur. Si enim Corpora non eſſent Elaſtica, ambo Celeritate ſeptem poſt Impactum moverentur * * 988.: Corpus Q acquireret duos gradus Celeritatis, qui per Reg. I. duplicari debent, & priori Celeritati quinque addi, unde habemus novem: Corpus P amitteret unum gradum Velocitatis, per Reg. II. amittit duos, ei ergo reſtant ſex. Attendendo ad defectum Elaſticitatis, P habet Velocitatem ſex cum unâ parte duodecimâ, & Q movetur Velocitate octo cum quinque partibus ſextis. Experimentum hoc quoque demonſtrat.

Experimentum 6.

1116. TAB. XXXVI. Fig. 8. Corpus P, Velocitate novendecim, fertur eandem partem versùs cum Corpore triplo Q, moto Celeritate tria; poſt Impactum Corpus P regreditur Velocitate quatuor, Q motum continuat Velocitate decem cum duabus partibus tertiis.

Experimentum 7.

1117. TAB. XXXVI. Fig. 9. Corpus P Celeritate quinque, & Corpus Q triplum

Ce-

Celeritate undecim, in partes contrarias feruntur; poſt Occurſum, Q motum continuat Celeritate, quæ valet tria cum parte tertiâ, & P regreditur Velocitate octodecim.

Experimentum 8.

Eadem Corpora, P & Q, in contrarias partes feruntur, P Celeritate ſedecim, & Q Velocitate octo; ambo poſt Impactum regrediuntur; Velocitas ipſius P eſt octodecim cum ſemiſſe, & Q habet Velocitatem, quæ valet tria cum ſemiſſe. 1118. TAB. XXXVI. Fig. 10.

Experimentum 9.

1119. Si in ultimo Experimento mutetur Velocitas Corporis P, & hæc ſit octo, poſitis Corporibus perfectè Elaſticis, Q amitteret integrum ſuum Motum, & P rediret Velocitate ſedecim; in ipſo autem Experimento Q ſervat tertiam partem unius Gradûs Velocitatis, & Corporis P Velocitas eſt quindecim.

Omnes caſus Percuſſionum Corporum Elaſticorum Regulis memoratis determinantur; ſequentem etiam ex illis deducimus Propoſitionem.

1120. *Quando Corpora ſunt æqualia, & eandem partem verſùs feruntur, permutatis Velocitatibus motum continuant; ſi in contrarias partes ferantur, permutatis Velocitatibus regrediuntur.*

1121. Caſ. 1. Tendant Corpora eandem plagam verſùs, & ſit AB Velocitas unius Corporis, AC Velocitas alterius Corporis; propter Maſſas æquales, ſunt Velocitatum mutationes æquales *. Dividatur BC in duas partes æquales in D, & AD exprimet Celeritatem utriuſque Corporis poſt Occurſum, ſi non ſint Elaſtica; Celeritas AB augetur quantitate BD, duplici quan- TAB. XXXVII. Fig. 5. * 987.

* 1110. titate tali augeri debet propter Elaſticitatem *; in quo caſu Velocitas AB mutatur in AC. Eodem modo Celeritas AC, in Corporibus non Elaſticis, minuitur
* 1111. quantitate DC; duplicatâ hac quantitate minui debet *, & fit AB.

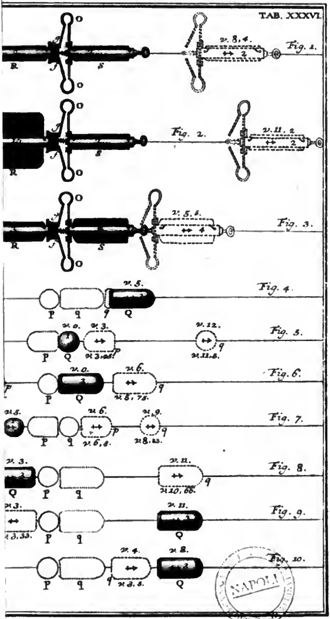
Experimentum 10.

1122. Corpora duo æqualia, primum Velocitate decem, alterum Velocitate quatuor, eandem partem versùs feruntur; mutatis Velocitatibus poſt Impactum motum continuarent, ſi perfecta eſſet Elaſticitas; quod etiam detegitur computatione ex præcedentibus Regulis. Sed in Experimento Corpus antecedens minus acquirit, conſequens minus amittit & utraque differentia valet quartam partem unius gradûs Velocitatis.

1123. Caſ. 2. Sit AC Celeritas unius Corporis, AB Ce-
TAB. XXXVII. Fig. 6. leritas alterius; ſi BC dividatur in duas partes æquales, Velocitas utriuſque poſt Occurſum, eandem par-
* 990. tem versùs eſt AD *, quando Corpora non ſunt Elaſtica. Corpus ergò primum amiſit Velocitatem DC, Corpus alterum amiſit totam Velocitatem AB, & in contrariam partem acquiſivit AD; tota ergò quanti-
* 1112. tas amiſſa eſt DB *, æqualis ipſi DC; hæc quantitas ſi duplicetur, erit BC quantitas Celeritatis ab utroque
* 1111. Corpore amiſſa *; quæ ſubtracta ex Velocitate utriuſque Corporis, dat in utroque caſu Velocitatem in con-
* 1112. trariam partem *, æqualem illi, quam alterum Corpus habuit.

Experimentum 11.

1124. Si Corpora æqualia, unum Celeritate duodecim, alterum Velocitate ſex, in contrarias partes ferantur, permutatis Velocitatibus ambo regrediuntur poſt percuſſionem,



NAPOLI

ſionem, deficiente utraque Velocitate, ab illâ, quam Corpus alterum habuit, tribus partibus quartis unius gradûs; quod computatione quoque detegitur, ſi ad defectum Elaſticitatis attendamus.

Corpus impingitur in aliud æquale quieſcens, ſi Velocitates permutentur, *Corpus primum poſt Impactum quieſcet, alterum verò cum Velocitate prioris movebitur.* 1125.

EXPERIMENTUM 12.

Si Corpus Velocitate duodecim impingatur in Corpus 1126.
æquale quietum; primum dimidiato gradu Velocitatis movetur, ſecundum acquirit Velocitatem undecim cum ſemiſſe, ſi Elaſticitas eſſet perfecta primum poſt Occurſum quieſceret, & aliud Celeritate duodecim moveretur.

In Corporibus Elaſticis ſubita admodum eſt Elaſterii actio. 1127.
Ideo ſi varia Corpora Elaſtica ſint contigua, & extremum percutiatur, omnia ſequentia agitantur, quaſi eſſent ſeparata; etiam ſi ex variis contiguis, eâdem Velocitate motis, antecedens in Corpus quodcumque incurrat, agit ut à reliquis ſeparatum ageret. Unde ſequitur *Corpus* 1128.
moveri ſolâ Actione Corporis vicini, & in vicinum Corpus tantum agere, partibus Elaſticis ad Figuram redeuntibus, antequam Actio Corpori ſequenti communicari poſſit.

EXPERIMENTUM 13.

1. Sint Corpora plurima, æqualia, Q, R, S, T, V, 1129.
in eâdem Lineâ diſpoſita, & ſeſe mutuò tangentia; TAB. XXXVII. Fig. 7.
Corpus P, reliquis æquale, impingatur in Q, quacunque Velocitate; poſt Occurſum P, Q, R, S, & T, quieta manent; aut potius parum agitantur, quod ex defectu Elaſticitatis ſequitur; & V ſolum movetur.

2. Moveantur æqualibus Velocitatibus Corpora duo TAB. XXXVII. Fig. 8.
contigua P & Q, ita ut Q impingatur in R, poſt Impactum

pactum P, Q, R, & S, quieſcunt, T & V verò ſimul moventur.

TAB. XXXVII. Fig. 9. 3. Eodem modo ſi tria moveantur, poſt Occurſum tria etiam moventur.

TAB. XXXVII. Fig. 10. 4. Si quatuor moveantur, etiam quatuor poſt Percuſſionem à reliquis ſeparantur.

TAB. XXXVII. Fig. 11. 5. Tandem ſi, P, Q, R, S, & T, ſimul moveantur, & T percutiat V, poſt Percuſſionem P ſolum quieſcit, Q, R, S, T, & V, ſimul moventur. Generaliter, quicunque ſit Globorum numerus, quot moventur ante Occurſum, tot etiam poſt illum moventur.

1130. TAB. XXXVII. Fig. 7. Agunt hæc Corpora quaſi eſſent ſeparata *. In primo caſu P impingitur in Q, & quieſcit *; Q, Ictu agitatum, impingitur in R, & etiam quieſcit; & ſic de cæteris; donec tandem T percutiat V, quod, cùm nullo Obſtaculo retineatur, ſolum in motu continuat.

* 1128. * 1125.

TAB. XXXVII. Fig. 8. In ſecundo caſu, Corpus Q eodem modo Corpus V propellit; inſequitur immediatè P, incurrens in Q, quod jam ex priori Impactu quieſcit; Motus etiam eodem modo communicatur Corpori T, quod non poteſt percutere V jam in motu; & cum Motus Corporum P, & Q, æquè veloces ſint, & illa Corpora quàm proximè ſeſe mutuò inſequantur, ſenſibile Tempus inter illas duas Motûs communicationes non datur; unde etiam Corpora V, & T, æquè velociter moventur & non ſeparantur.

1131. Alio Experimento conſtat, ita ſubitam eſſe Elaſterii actionem ut vix concipiatur.

Experimentum 14.

1132. TAB. XXXVII. Fig. 12. Globus eburneus cavus, diametri circiter duorum Pollicum, ex duobus conſtat Hemiſphæriis A & B,

quæ

quæ Cochleâ quàm arctiſſimè inter ſe conjungi poſſunt.

Hemiſphærium B demittitur ita, ab altitudine quacunque, ex. gr. octodecim Pollicum, ut Plano marmoreo cœruleo, paululum madefacto, impingatur; & quidem ut punctum medium ſuperficiei in Planum incurrat. Hoc haud difficulter obtineri poteſt, ſi in eo loco majorem habeat craſſitiem Hemiſphærium quàm extrema versùs. Menſuretur Macula, quam in Marmore Corpus Impactu imprimit.

Conjungatur Hemiſphærium A, & demittatur ab eâdem altitudine Globus ita, ut idem Punctum, ſuperficiei Hemiſphærii B, in Planum marmoreum incurrat; quod facile fiet, ſi Hemiſphærium A alio levius fuerit: Macula priori quàm exactiſſimè æqualis erit, & Globus multo minus reſiliet.

Tandem in Globi cavitatem inſeratur Plumbi fruſtum P, ejuſdem ponderis cum ipſo Globo; ibique firmetur; demiſſo eodem modo Globo, etiam in hoc tertio caſu Macula eadem erit, & Globus vix reſiliet.

Demiſſo autem ab eâdem altitudine Globo ſolido ex Ebore, Globo memorato æquali, Macula major eſt, & fere ad illam à quâ cecidit altitudinem Globus redit.

In hoc Experimento videmus, partes ictas Hemiſphærii B ad Figuram rediiſſe, antequam huic Hemiſphærio Actio Hemiſphærii A, aut Plumbi incluſi, communicari potuerit, licet ſatis arctè hæc Corpora cohæreant.

In Capite ultimo hujus Libri agam de Temporibus ipſis determinandis, in quibus inflexiones Corporum Elaſticorum fiunt; & videbimus in hoc Experimento Tempus, quo partes intropremuntur, eſſe novem Minutorum quintorum; aut $\frac{1}{21593}$ unius Minuti ſecundi. 1133.

Rr SCHO-

SCHOLIUM I.

In quo ad Corpora Elaſtica, demonſtrata in Scholio 3. Cap. IV. *hujus Libri, extenduntur.*

IN Scholio 3. Cap. IV. hujus Libri demonſtravimus quomodo Geometri-
cè, quæ, durante mutuâ Actione Corporum, in Colliſione contingunt,
quando hæc non ſunt Elaſtica, determinantur; quæ ibi de diminutionibus
Velocitatum, & Virium, demonſtrata ſunt, ad Corpora Elaſtica poſſunt re-
* 919. ferri *; & facile erit determinare, quæ in inſtauratione Figuræ obtinent.
1134. Poſitis quæ in dicto Scholio ſunt explicata, eſt E*e* Velocitas quâ ambo
TAB.* Corpora moventur, in ipſo momento integræ inflexionis partium. Dum
XXXVII. partes ad priſtinam Figuram redeunt, mutationes Velocitatum continuan-
Fig. 3. 4. tur, & quidem juxta eaſdem Leges quàm in intropreſſione *; quare con-
* 957. tinuatis CE & DE, ductâque HR Parallelâ ipſi *e*DA, Lineæ RS, RH,
Corporum Velocitates indicabunt; & Triangulum ESH repræſentabit Vim
inſtauratam. Vis hæc, ſi agatur de integrâ Actione partium Elaſticarum,
* 1085. æqualis eſt illi, quæ Colliſione deſtructa fuit *; ſunt ergo æqualia Trian-
gula DEC, EHS. Ideò ſi *e*R ſit æqualis *e*A, Corporum Velocitates poſt
ſeparationem erunt RS, RH. In Caſu Fig. 3. Corpus, quod habebat Ve-
locitatem AD, redit Velocitate RS, alterum directionem ſervat; In Fig. 4.
Corpus, cujus Velocitas erat AD, in Motu perſeverat Velocitate RS, al-
terum regreditur Velocitate RH.

Hæc ita ſe habent, poſitâ perfectâ Elaſticitate; ſi defectus detur, ducen-
da erit *rb*, parallela ipſi RH, ita, ut *er* ſe habeat ad *e*R, ut Velocitas,
quæ revera, inſtauratione partium, generatur, ad illam, quæ, datâ per-
fectâ Elaſticitate, produceretur. Tunc *rs*, *rb*, ſunt Velocitates quæſitæ.

In figuris, quæ Experimentis hujus Capitis inſervirent, *er* ſe haberet ad
*e*R, aut *e*A, ut undecim ad duodecim.

SCHOLIUM II.

Uberior demonſtratio N. 1085.

1135. DEmonſtravimus in Congreſſu Corporum Elaſticorum ſummam Virium
TAB. ante & poſt Ictum eſſe eandem *; unde ſequitur, poſitis explicatis in
XXXVII. N. 1108. 1109. $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$ *, cu-
Fig. 1. 2. jus & hîc geometricam dabimus Demonſtrationem.
* 1085. Primò tendant Corpora eandem partem versùs. Formentur Quadrata Li-
* 757.
TAB. nearum BE, BG, BN, & BP; ducatur omnium Diagonalis BV. Du-
XXXVII. catur IS parallela ad PV; & per S, Punctum in quo Diagonalem ſecat,
Fig. 1. 13. ducatur XSK, parallela PB: continuentur GR & EQ in Z & K. Quia
IN

IN & IG ſunt æquales, ut & IP & IE, Triangula YST, RSZ, ſunt æqualia; etiam Triangula SXV, SKQ. Idcircò Trapezium GRTN æquale eſt Rectangulo GZYN; & Trapezium EQVP æquale Rectangulo EKXP.

Semidifferentia Quadratorum Linearum BN, BG, eſt Trapezium GRTN, aut Rectangulum GZYN. Eodem modo ſemidifferentia Quadratorum Linearum BP, BE, eſt Rectangulum EKXP; ſed Rectangula hæc, propter communem altitudinem IS, ſunt ut Baſes *; aut ut Baſium ſemiſſes IN, IE; etiam, ut ſunt ſemidifferentiæ Quadratorum, ita integræ differentiæ: Ergò $BN^q - BG^q$, $BP^q - BE^q$ :: IN, IE; id eſt, ut BC ad AB, ex conſtructione. * 1. El. VI.

Idcircò $AB \times BN^q - AB \times BG^q = BC \times BP^q - BC \times BE^q$; ideò $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$. Quod demonſtrandum erat.

Tendant nunc Corpora in partes contrarias. Formentur iterum Quadrata Linearum BP, BN, BE aut Be, & BG aut Bg. Propter æquales IN, IG, & IP, IE, æquales ſunt NP, EG aut eg; addamus utrimque eN, erunt æquales eP, gN. Differentia Quadratorum BV & BQ, id eſt, Quadratorum Linearum BP, BE, eſt Rectangulum, cujus Baſis eſt PV & eQ, id eſt, PE, & altitudo eP; differentia Quadratorum BT, BR, id eſt, Quadratorum Linearum BN, Bg aut BG, eſt Rectangulum, cujus Baſis eſt NT & gR, id eſt, NG, & altitudo gN; propter æquales altitudines Rectangula hæc ſunt ut Baſes PE, NG, aut ut harum ſemiſſes IE, IN, quæ ſunt ut AB, BC; ergò 1136. TAB. XXXVII. Fig. 2. 14.

$$BP^q - BE^q,\ BN^q - BG^q :: AB,\ BC.$$

Idcircò $AB \times BN^q - AB \times BG^q = BC \times BP^q - BC \times BE^q$; unde deducimus $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$. Quod demonſtrandum erat.

SCHOLIUM III.

Illuſtratio circa mutuam Corporum Elaſticorum Actionem.

Licet circa ſummæ Virium æqualitatem, ante & poſt Ictum, dubium ſupereſſe nullum poſſit, cum hæc ex ipſâ perfectâ Elaſticitate ſequatur *; & etiam, ut in præcedenti Scholio fecimus, ex Regulis computationis deducatur, obſcurum quid nihilominus in hiſce dari, non diffiteor; cum ex demonſtratis non pateat, quomodo Elaſterium, quod dum ſe inter Corpora expandit, & ad partes oppoſitas Vires, quæ ſunt inverſè ut Maſſæ, communicat *, poſſit ſæpe unico Corpori integram non modò, quâ ſe expandit, imprimere Vim, ſed præterea quantum ex Vi alius Corporis tollit. Si ex. gr. Corpus A, duobus gradibus Velocitatis, id eſt, cum quatuor grad. Vis *, incurrat in Corpus B, ipſi æquale & quieſcens, poſt Ictum, ſepoſitâ Elaſticitate, ambo unico gradu Velocitatis gaudent *; & ſingula unicum gradum Vis habent *; 1137. * 1083. * 1089. * 757. * 992. * 757.

 id eſt,

id eſt, amborum Vis valet duo, & duobus reliquis gradibus Vis partes fuere
* 934. compreſſæ *; &, ſi Corpora ſint Elaſtica, hac ipſâ Vi Elaſterium fuit flexum, &
* 1083. eâdem Vi ſeſe expandit *: Poſt Ictum verò Corpus B duos habet gradus
* 1120. Velocitatis *, id eſt, Vim quatuor *; & quieſcit A: Elaſterium ergo ipſi B
* 757. tres gradus Vis communicavit, & gradum unum ex A ſuſtulit; quamvis duobus tantùm gradibus Vis fuerit flexum; & licet propter Corpora æqualia, æquales impreſſiones ab utrâque partes exeruerit.

1138. Ut hæc tollatur difficultas, inter Vim abſolutam & relativam diſtinguendum. Elaſterium, inter Corpora poſitum, Vires ipſis communicat, quæ
* 1089. ſunt inversè ut Maſſæ, ſi inter Corpora quieſcat *; id eſt, ſi, tranſlatis Corporibus, eodem Motu cum hiſce feratur; quales ideò Motus Corporibus communicantur in Nave, quæ eâdem Velocitate cum Corporibus fer-
* 1107. tur, & in quâ idcircò hæc cum Elaſterio quieſcunt *; ſed Propoſitio hæc ad Motus abſolutos referri non debet, quorum unus acceleratur, alter retardatur, tranſlato jam ipſo Elaſterio, ante hujus Actionem.

Circa Vires abſolutas notandum, has Corpori ſæpè communicari, causâ
1139. moventi quæ ipſa transfertur, in quo caſu *non ſola Cauſa movens in Corpus agit, ſed & in Corpus datur Actio illa, quæ ipſam transfert Cauſam moven-*
* 706. *tem; Corporique communicatur Vis, quæ valet ſummam harum Actionum* *; nam Vis hæc eſt Effectus ambarum Actionum conjunctarum; agitur enim de caſu in quo hæ alium nullum Effectum edunt.

Quando Elaſterium Obſtaculo inſiſtit, quod ad partem oppoſitam non cedit, totam Vim, quâ fuit inflexum, Corpori quod ab Obſtaculo repellit communicat, ut hoc ſequitur ex Demonſtratione N. 1089. & confirmatur Experimento 2. Cap. 2. hujus Libri, collato cum Experimento 1. hujus Capitis.

Si autem Elaſterium quod ab unâ parte inſiſtit Obſtaculo, quod non
1140. cedit, totam ſuam ad oppoſitam partem Vim exerat, multo magis *Elaſterium, quod ad illam transfertur partem, ad quam agit, integram Vim, quâ relaxatur, Corpori communicabit, cui etiam imprimet Vim, quæ valet Actionem,*
* 1139. *quæ ipſum transfert Elaſterium, dum relaxatur* *.

1141. Ex quibus quoque ſequitur, *quando Obſtaculo, non omninò immobili, inſiſtit Elaſterium, hoc ad partem oppoſitam exerere Vim ſuam totam, demtâ illâ, quâ Obſtaculum poteſt movere.*

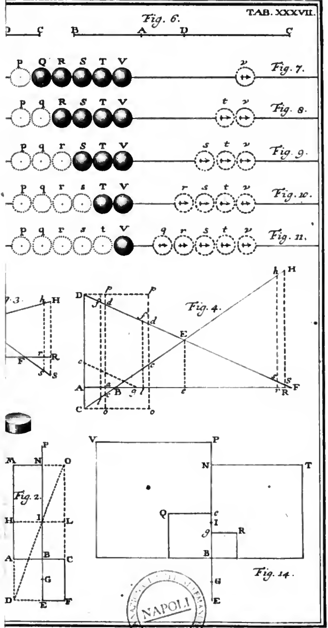
1142. Si hæc applicemus ad caſum memoratum, facile videmus, Corpori B communicari duos gradus Vis, quibus partes Elaſticæ fuere flexæ; & præ-
* 1140. terea Impreſſionem, quâ Elaſterium fuit translatum durante Expanſione *, quæ impreſſio eſt Actio Corporis A in Elaſterium, & valet Vim à Cor-
* 709. pore A in hac Actione amiſſam *. Amiſit autem A unum gradum Vis, qui ergò ipſi B, præter duos memoratos, fuit communicatus; accepit ergò B tres gradus Vis, qui additi uni gradui, quem ante Elaſterii Actionem habebat, dant quatuor gradus Vis. Quod explicandum erat.

1143. Ratiocinium omninò ſimile eſt in aliis caſibus, in quibus poſt ſeparationem ad eandem partem Corpora tendunt, aut unum quieſcit; ſi autem ad partes oppoſitas poſt Ictum moveantur, ex iiſdem principiis difficultas tollitur, ut hoc patebit exemplo.

Sit

Digitized by Google

TAB. XXXVII.



NAPOLI

Digitized by Google

Sit Corpus A cujus Maſſa eſt 1. quod Velocitate *6.*, id eſt, cum Vi *36.**, 1144.
incurrit in Corpus duplum quieſcens B; ponimus Corpora perfectè Elaſtica. * 757.
Poſt Ictum B habebit Velocitatem 4, id eſt, Vim 32, & A redibit Veloci-
tate 2, habebitque Vim 4. *. Hoc, jam ante demonſtratum, nunc eſt illu- * 992. 1110.
ſtrandum. 1111.

Ante inſtauratam Figuram, Corpora ambo cum duobus gradibus Veloci-
tatis moventur *, & Elaſterium fuit flexum Vi 24. *. Si Navem concipia- * 992.
mus in quâ Corpora poſt Ictum, ante ſeparationem, quieſcunt; id eſt, * 985. 934. 933.
cujus Velocitas etiam eſt duo; Corpora in hac ſeparantur Viribus, & Ve-
locitatibus, quæ ſunt inversè ut Maſſæ *; B Velocitate 2, & A Celeritate * 1089.
4; Si Elaſterium minus fuiſſet flexum, etiam Vires fuiſſent inverſè ut Maſſæ *; * 1088.
ergo, pro parte relaxato Elaſterio, in hac ratione ſunt Vires, ideoque
Velocitates *; idcircò ubi B habet unum gradum Velocitatis in Nave, A * 791.
duos habet, & Actio Elaſterii valet *6.* gradus Vis; hæc enim eſt ſum-
ma Virium hucuſque communicatarum.

Tum, Motus abſolutos conſiderando, B habet Velocitatem 3, & A quieſ-
cit; Elaſterium verò Vim 18. ſuperſtitem exſerit, dum in Nave Corpori B ſe-
cundum gradum Velocitatis, & Corpori A tertium & quartum communicat.
Habet nunc B, ſepoſitâ Nave, Velocitatem 4 & redit A Velocitate 2.

Corpus B, ante Elaſterium relaxatum, Vim habet 8 *; dum Elaſterium * 757.
primos *6.* gradus Vis exſerit, nondum redit A, verſamurque in caſu N. 1142.
ideo ſex hi gradus Corpori B communicantur, & præterea quantum amittit
A, ut hoc in N. 1140. explicavimus, id eſt, 4; haberque B, in hoc inſtanti,
Vim 18, quæ reſpondet Velocitati 3 *; Maſſa enim eſt duo. * 757.

Elaſterium nunc ab unâ parte inſiſtit Corpori quieſcenti, ad alteram Corpo-
ri agitato, ipſumque Elaſterium, huc uſque, totum fuit tranſlatum; nunc
autem pro parte tantùm transfertur, & poteſt repellere Corpus A, Vi 4;
ideoque reliquam tantùm Vim 14 poterit ipſi B imprimere *; hi additi * 1141.
gradibus 18, jam communicatis, dant gradus 32, quos, ut ex ante de-
monſtratis liquet, revera habet.

1145. Eodem modo illuſtramus caſum Analogum. Homo Corpus projiciens
ipſi imprimit duos gradus Velocitatis; ergo Vim quatuor. Si hoc in
Nave Velocitate octo tranſlatâ præſtaret, Corporis Velocitas fieret decem,
& Vis Corporis, quæ valebat ſexaginta quatuor, quamdiu Corpus ean-
dem Velocitatem cum Nave habuit, nunc valet centum, & eadem Actio,
quæ in Nave Corpori communicavit quatuor gradus Vis, ſi ad Navem
non attendamus Corpori dedit Vim, quæ valet triginta ſex. Si pro Ho-
minis Actione, ut hæc magis regularis ſit, ponamus Elaſterium, quod,
Corpori duos gradus Velocitatis communicat dum ipſi Navi inſiſtit, com-
putatio iniri poterit, ſimili methodo cum præcedentibus, determina-
tis ad libitum Maſſis Corporis & Navis; ſed facilius difficultatem tollimus,
ſi conſideremus, Corpus in Nave quieſcere, &, ſi ad hanc non attenda-
mus, moveri; effectumque ejuſdem Preſſionis, cujus Intenſitas determinata
eſt, ſequi rationem Velocitatis puncti cui applicatur *. Actionemque, non * 723.
attendendo ad Navem, eo eſſe majorem, quo Elaſterium majori Velocita-
te cum Nave transfertur.

SCHOLIUM IV.

Paradoxi explicatio.

1146. EX Corporum Elaſticorum proprietate in N. 1128. memoratâ, deducitur Paradoxi, quod non minus notabile eſt quàm vulgare, explicatio.

Fabri argentarii, qui Domûs cujuſcunque partem ſuperiorem occupant, Incudem Pulvino ſuperimponunt, quo magis Ictibus mallei Incus reſiſtit, & minus tremit Domus.

Ponamus, ſublato Pulvino, Trabi Incudem imponi, Incus Corpus eſt Elaſticum; & Trabs, quæ in extremitatibus fixa eſt; etiam Corpus eſt Elaſticum. Ponamus Malleo Incudem percuti.

Dicatur Mallei Maſſa M; Incudis Maſſa I; & Maſſa Trabis cum Corporibus cohærentibus, & quæ cum ipſâ agitantur, T; ſit etiam Velocitas Mal-
* 991. 1110. lei v. Multiplicando M per v, & dividendo productum per ſummam Maſſa-
* 128. rum Mallei & Incudis, habemus dimidium Velocitatis Incudi communicatæ *; nam, licet Trabi impoſita ſit Incus, agitatur quaſi ſola eſſet *; & ipſius Velocitas eſt $\frac{2\,M \times v}{M + I}$; quâ Velocitate Incus percutit Trabem & Corpora cum hac conjuncta; multiplicando Velocitatem Incudis per Maſſam habemus $\frac{2\,M \times I \times v}{M + I}$; dividendo duplum hujus producti per ſummam Maſſarum habemus $\frac{4\,M \times I \times v}{\overline{M+I} \times \overline{I+T}}$,
* 991. 1128. Trabis Velocitatem *. Denominator hujus fractionis $M \times I + I \times I + T \times M + T \times I$, propter M exiguum reſpectu I & T, vix ab hoc alio differt $M \times I + I \times I + T \times I$; quo poſito, Velocitas detecta mutatur in hanc $\frac{4\,M \times v}{M + I + T}$.

Interpoſito Corpore molli, Pulvino nempe, inter Trabem & Incudem, Corpora hæc unicam quaſi formant Maſſam; ideòque, cùm nunc Malleus majus percutiat Corpus majorem patitur Reſiſtentiam, & Velocitas Trabi communicata habetur dividendo $2\,M \times v$ per ſummam Maſſarum $M + I$
* 991. 1110. $+ T$ *; & Velocitas eſt $\frac{2\,M \times v}{M + I + T}$, dimidium Velocitatis ſublato Pulvino;
* 753. 712. quare agitatio, ſublato hoc ipſo, quadruplum poteſt edere Effectum *.

CA:

Digitized by Google

CAPUT VII.

De Motu compoſito.

SI *Corpus moveatur, & hujus Celeritas augenda, aut minuenda, ſit, manente directione*, evidens eſt, *Impreſſionem requiri, quæ proportionalis ſit differentiæ Quadratorum Velocitatis, quam Corpus ante Actionem habuit, & illius, quam poſt Actionem habet*; huic enim differentiæ Vis communicata, aut ſublata, proportionalis eſt *. 1147. * 753.

Ponamus duas Actiones, eodem Tempore, in Corpus, juxta eandem directionem agere. Dum augetur Velocitas, creſcit in hujus ratione duplicatâ Vis Corpori inſita *; id eſt, augmentum ipſius Vis ſequitur proportionem augmenti Trianguli, quod, dum augetur, eoſdem ſervat angulos, & cujus latus unum Velocitatem repræſentat *; Vis dum Velocitas eſt A *g*, eſt ad Vim, ubi Velocitas eſt A*l*, ut area A*gr* ad A*ls*. 1148. * 753. TAB. XXXVIII. Fig. 1. *19. El. VI.

Concipiamus Actiones alternatim in Corpus agere, per intervalla Temporis æqualia; Actione primâ communicari Vim A *do*, ſecundâ Vim *dope*; iterum Actione primâ communicari Vim *pefq*, & ſecundâ *fqrg*, & ſic ulterius: ſumma Arearum albarum repræſentat Vim integram, primâ Actione communicatam; & ſumma nigrarum deſignat Vim integram, ſecundâ Actione Corpori impreſſam. Cum per Tempora æqualia Actiones egerint, Vires hæ, nempe ſummæ Arearum, ſunt ut ipſæ Actiones; in quâ etiam ratione eſt Area quæcunque alba ad ſuam vicinam nigram. Si momenta Temporum fuerint infinitè exigua, ut ſunt,

quando

quando Actiones ſimul agunt, Areæ hæ pro Parallelogrammis haberi poſſunt, & Parallelogramma vicina eandem habebunt altitudinem; ideoque erunt inter ſe

* 1. El. VI. ut Baſes *: ergo Baſis albi ad Baſim vicini nigri, *ut Actio prima ad ſecundam*; & in eâdem ratione ſumma Baſium Parallelogrammorum alborum ad ſummam Baſium nigrorum; id eſt, *ita ſe habet Velocitas, quam communicavit Actio prima, ad Velocitatem, ex ſecundâ oriundam.* Quæ eadem demonſtratio in Acceleratione quacunque Corporis, quando plures Actiones ſimul hoc propellunt, locum habet.

1149. Si in Corpus motum, Actio detur juxta directionem diverſam à directione Motûs primi, mutationem
* 357. in directione dari ſuperius vidimus *; &, quæ Veloci-
* 360. tates in hiſce caſibus ſpectant, examinavimus *; de Vi-
TAB. XXXVIII. Fig. 2.3.4. ribus nunc agendum. Moveatur Corpus per AD, Celeritate quam hac Lineâ deſignamus; & Vis nova hoc pellat per AE, Celeritate quam hac aliâ Lineâ deſignamus; Corpus duabus Celeritatibus latum, movetur per

1150. AB *. *Non* tamen *in omnibus caſibus, Impreſſione æqua-*
* 360. *li, æqualis communicatur Velocitas lateralis.* Ponimus AD & AE, in tribus hiſce Figuris, reſpectivè æquales: in Fig. 3. Motus ſecundus, pro parte cum Motu primo conſpirat; ita ut in hoc Motu contineatur acceleratio Motûs per AD. Eodem modo retardatio Velocitatis per AD continetur in Motu per AE in Fig. 4. Idcircò Impreſſiones, quibus Corpora per AE pelluntur, ut Velocitatem hac Lineâ deſignatam Corporibus
* 714. ſingulis communicent, non ſunt æquales inter ſe *, neque Impreſſioni, quâ Corpori quieſcenti hæc poſſet com-
* 707. municari Velocitas *.

In

In ſolo caſu Fig. 2., in quo Angulus EAD eſt re- 1151.
ctus, Motus lateralis neque conſpirat, neque contrariè agit, cum Motu per AD; & Impreſſio, quâ Corpus movetur, in Corpus agit, quaſi quieſceret: idcircò, in hoc caſu, Vis Corpori communicata proportionalis eſt Quadrato ſuæ Velocitatis *; & cùm Impreſ- * 753.
ſio, quâ Motus, in hoc caſu, mutatur, nihil commune habeat cum Motu primo, non poteſt hæc Vim primam, in directione AD agentem, minuere: ergo Vis integrâ, quâ Corpus nunc gaudet, proportionalis eſt ambobus Quadratis Linearum AD & AE, quod congruit cum demonſtratis, nam fertur Corpus Celeritate AB *, cujus Quadratum valet memorata duo Qua- * 360.
drata *. * 47. El. I.

Ex his Virium menſura, ſi hæc ignota eſſet, detegi 1152.
pòſſet. Corpori, quod habet Vim, quæ reſpondet Celeritati AD, communicatur Vis, quæ Velocitati AE reſpondet; quæ cùm Corpori communicetur, quaſi quieſceret, Vim primam mutare non poteſt; valet ideò Corporis Vis integra ſummam harum Virium, dum ipſius Velocitas eſt AB; ergò Vis quæ huic reſpondet Velocitati, memoratæ ſummæ æqualis eſt. Quod fieri non poterit in omni caſu, niſi Quadratis Velocitatum Vires proportionales ſint *. * 47. El. I.

Deducimus ex his non intereſſe; neque reſpectu Im- 1153.
preſſionum, quibus Corpus agitatur, neque reſpectu TAB. XXXVIII. Fig. 2.
Virium, neque Velocitatum, utrum Corpus per AB feratur Celeritate AB, an per AD & AE Celeritatibus hiſce Lineis proportionalibus, quæ inter ſe Angulum rectum continent. Quare *Motus per AB, juxta di-* 1154.
rectionem ut AD, nil continet præter Motum Velocitate AD.

1155. Deducimus etiam *Motum Corporis reſolvi* poſſe *in duos alios*, innumeris modis; quod fiet, *ſi Linea, in directione Motûs dati poſita, & longitudine Celeritatem deſignans, ſit Hypotenuſa Trianguli Rectanguli*; nam *hujus reliqua duo Latera ſitu Motuum quæſitorum directiones dabunt, & longitudinibus ſuis reſpectivè Velocitates horum exprimunt: eruntque Vires, juxta has directiones, Quadratis Velocitatum proportionales.*

1156. Ut nunc determinemus, quâ Vi Corpus per AE ſit
TAB. XXXVIII. Fig. 3. agitandum, ut ei communicetur Celeritas AE, in caſu in quo Motus hic cum primo Motu pro parte con-
* 360. ſpirat; Motum per AE in duos reſolvo * per A*f* & A*g*, Angulum rectum continentes, & ducitur E*g* parallela A*f*. Per A*f* tantum Corpori Vis communicanda eſt, quâ Corpus, ſi quieviſſet, hac Celeritate potuiſſet
* 1151. 753. ferri, & quæ proportionalis eſt Quadrato A*f* *; per A*g* autem Vis communicanda eſt, quâ Celeritas AD quantitate A*g* augeatur, id eſt, fiat A*h*; quæ Vis pro-
* 1147. portionalis eſt differentiæ Quadratorum A*h*, AD *. Hæ Vires ſimul communicandæ erunt juxta AE, ut Corpus hac Celeritate poſſit ferri; & Vis integra Corporis proportionalis erit Quadrato Lineæ AD, differentiæ Quadratorum Linearum A*h* & AD, & Quadrato A*f*; primis duobus ex hiſce tribus quantitatibus in unam ſummam collectis, habemus Quadratum Lineæ A*h*; cui ſi addatur Quadratum Lineæ A*f*, aut *h*B, habemus Quadratum Lineæ AB; cui proportio-
* 753. * 360. nalem eſſe Vim Corpori inſitam, ex ante demonſtratis
1157. ſequitur *; cùm conſtet, Corpus Celeritate AB ferri *.

TAB. XXXVIII. Fig. 4. Si Motum per AE, eodem modo, in duos reſolvamus

vamus per A*f* & A*g**; Motu hoc ſecundo retardatur Motus per AD; unde ſequitur, ut Corpus per AE, Celeritate hac Lineâ deſignatâ, feratur, illi communicandam eſſe Vim, quæ proportionalis ſit Quadrato A*f*, & Impreſſionem, quâ agitatur, ulterius tantum valere debere, ut quantitate A*g* poſſit minuere Velocitatem AD: in hoc caſu, Corpus juxta directionem AD tantum ſuperſtitem habebit Vim proportionalem Quadrato A*h**, cui ſi addatur Vis proportionalis Quadrato A*f**, habemus Vim proportionalem Quadrato AB; quod iterum cum ante demonſtratis congruit *. *360. *1147. *1151. *360.753.

1158. Propoſitionem hanc, Vim ſequi proportionem Quadrati Velocitatis, non poſſe referri ad illam, cum quâ alia in eâdem Lineâ agit, facile ex ante demonſtratis ſequitur *; hac de causâ, ubi Vim in duas reſolvimus, hæ Quadratis Velocitatum proportionales non erunt, niſi ambarum directiones Angulum rectum contineant, ne aliter pro parte conſpirent, aut contrariè agant *. *1147. 1148. *1151.

1159. Ex quibus deducimus; *Vim reſolutam non iterum poſſe ita reſolvi, ut ſingulæ Quadratis Velocitatum proportionales ſint.* Motus per AB reſolvitur in duos Motus ejuſdem Corporis per AD & AE, & Vires quadratis Velocitatum ſunt proportionales; ſed ſi Motus per AE iterum in duos, per AF & AG, Angulum rectum continentes, ſeparetur, non erunt hæ ultimæ Vires quadratis Velocitatum proportionales; & non poterit hîc applicari N. 1155., in quo agitur de Viribus, quæ non modo inter ſe non conſpirant, neque contrariè agunt, ſed quæ cum tertiâ nil commune habent. Hîc autem ipſe Motus Corporis per AB in tres Motus reſolvitur, per AD, AF, & AG; in quibus AF & TAB. XXXVIII. Fig. 2.

AD pro parte conſpirant, AD & AG partim contrariè agunt; & Reſolutionem, quæ ad Velocitates poteſt applicari, cùm demonſtratio N. 360. eadem ſit, ſive Motus in Reſolutione conſpirent, ſive contrariè agant, ad Vires non poſſe referri, ex ante demonſtra-
* 707. 714. tis clarum eſt *.

1160. TAB. XXXVIII. Fig. 3. 4. In N. 1156. 1157. Motum per AB compoſitum habemus ex duobus, quorum unum in alios reſolvimus, ſed ita, ut poſt Reſolutionem omnes Motus darentur in duabus Lineis, Angulum rectum continentibus: quare Motus in ſingulis Lineis, ſeparatim conſiderari potuere; quod nunquam fieri poteſt, ubi Motus varii in pluribus quàm duabus Lineis dantur; tunc enim quidam Motus neceſſariò pro parte conſpirant, aut contrariè agunt; de his nihil demonſtravimus, ex eâdem tamen theoriâ Virium deduci poſſunt. Sed hæc non ſunt hujus loci; non enim datur unius Vis ſolutio in tres alias, niſi dentur tres Actiones, quæ ſeparatim determinari non poſſunt, ſed ſemper ſimul conſiderari debent; in Capite autem ſequenti videbimus, ſæpiſſimè unicam tantum dari Actionem, ubi Vis reſolvitur in duas; quæ ergo ſeparatim conſiderari, & determinari, poſſunt.

CAPUT VIII.

De Percuſſione obliquâ.

DEFINITIO I.

1161. A*Ngulus dicitur incidentiæ, quem directio Motûs Corporis, ad aliud accedentis, efficit cum perpendiculari ad ſuperficiem hujus in puncto, in quo percutitur.*

De-

DEFINITIO 2.

Angulus reflexionis eſt, quem, cum eâdem perpendiculari, efficit directio Motûs Corporis poſt Percuſſionem. 1162.

Si Corpus Elaſticum P *in Obicem firmum Elaſticum* F G *incurrat obliquè*, juxta directionem P *a*, *redibit* per *a p ita, ut Angulus incidentiæ* P *a* B *æqualis ſit Angulo reflexionis* B *a p.* Motus per P *a*, quam longitudine Celeritatem Corporis deſignare ponimus, poteſt reſolvi in duos, quorum unius directio parallela ſit Lineæ B *a*, alterius huic perpendicularis; & Corpus in Obicem incurret in *a*, quaſi Celeritatibus C *a*, B *a*, & juxta haſce directiones, ad hunc accederet *. Motus per C *a* Ictu non mutatur, & Celeritate *a* E Corpus Motum continuat, poſitis C *a* & *a* E æqualibus; Motu per B *a* directè in Obſtaculum incurrit, & per eandem Lineam, eâ quâ acceſſit Celeritate, redit *, id eſt per *a* B; hiſce autem duobus Motibus agitatum Corpus redit per *a p*, diagonalem Rectanguli Lineis *a* E, *a* B, formati *: Triangula verò B P *a*, B *a p* eſſe æqualia liquet; unde conſtat propoſitum. Simili methodo detegimus Motus Corporum obliquè in ſe mutuò impactorum. 1163. TAB. XXXVIII. Fig. 5. * 1155. * 1086. * 360.

Corpus Q quieſcit; Corpus P, directione & Celeritate P A, in illud impingitur. Per centra amborum Corporum, cùm P in A pervenerit, ducatur Linea D B, & ad illam perpendicularis P B, & abſolvatur Parallelogrammum A B P C; Motus per P A reſolvitur in duos alios, per P B & P C, aut B A, C A*. Motu per C A Corpus P non agit in Corpus Q; Actio ergo oritur ex ſolo Motu per B A, id eſt, *Corpus P, Impactu obliquo per P A, Celeritate P A, in Corpus Q agit, eodem modo ac ſi directè in illud incurreret per B A,* 1164. TAB. XXXVIII. Fig. 6. 7. * 1155. 1165.

Digitized by Google

Celeritate B A. Quare Motus Corporis Q ex illâ Actione, ſive Corpora ſint Elaſtica, ſive non, determinatur ex iis, quæ de Impactu directo dicta ſunt.

1166. Motus Corporis P poſt Impactum ex iiſdem principiis deducitur. Motus per C A non mutatur; ergò Motu illo, æquali Celeritate, Corpus P fertur, directione A E; ſit ideò A E æqualis C A. Mutatio in Motu B A determinatur reſpectu Corporis P, eodem modo ac Motus Corporis Q, ex iis, quæ de Colliſione directâ explicata ſunt. Sit Celeritas poſt Impactum A D, in Fig. 6., quando Corpus progreditur, & in Fig. 7., quando regreditur. Ex hoc Motu, & Motu per A E, oritur Motus compoſitus per diagonalem A *p*, quæ ſitu, & longitudine, directionem, & Celeritatem,
* 360. Corporis P poſt Impactum denotat *.

1167. *Quando Corpora ſunt æqualia, & Elaſtica,* totus Motus
* 1125. per B A Percuſſione deſtruitur *, & ſolus Motus per C A ſupereſt; quâ directione tunc etiam fertur Corpus P. In hoc caſu ſemper, poſt Impulſum, Corpora ambo, *quocumque modo Corpus P ad aliud accedat, ſeparantur directionibus, Angulum rectum continentibus.*

MACHINA,

Quâ Experimenta quædam de Colliſione obliquâ, & compoſitâ, inſtituuntur.

1168. Duo Plana lignea C D E, C D E, quorum latera
TAB. XXXIX. Fig. 1. C D, C D, ſunt longitudinis circiter trium pedum cum ſemiſſe, & latera D E, D E, unius pedis cum ſemiſſe, verticaliter poſita, Verticulis A & B juncta, diſponuntur ita, ut Angulum quemcumque efficiant.

Experimenta in hac Machinâ, Globis eburneis diametri unius Pollicis cum ſemiſſe, inſtituuntur.

Plana

Plana ita conjunguntur, ut ſi hiſce alia parallela, ad diſtantiam, quæ paululum ſemidiametrum Globorum excedit, concipiantur, horum interſectio ſit ipſe Axis circumvolutionis: quod præſtatur ſi Verticuli adhibeantur ut G (Fig. 2.), quorum partes *b*, *b*, ad majorem firmitatem, ligno inſeruntur.

In Centro Verticuli ſuperioris A, huic conjungitur Cylindrus parvus *a*, (Fig. 2.), in cujus baſi foramen datur, quod cum alio laterali conjungitur ita, ut per ambo tranſeat Filum *i b*, quo Globus P ſuſpenditur, & quod Paxillo annectitur.

Ope Cochlearum F, F, F, F, F, Machina in ſitu verticali diſponitur ita, ut Filum *b i* cum Axe Machinæ coincidat.

In *m*, *m*, Clavi duo Planis memoratis inſeruntur, his Globi Q, Q, ſuſpenduntur, ad talem diſtantiam à Planis, ut unumquodque illud, cui applicatur, ferè tangat; id eſt, ut Linea, quæ concipitur per Centra Globorum P & Q, huic Plano ſit Parallela; requiritur ulterius, ut hi Globi, ad eandem altitudinem poſiti, ſeſe mutuò tangant.

Fila, quibus Globi Q & Q ſuſpenduntur, trajiciunt foramina in prædictis Clavis, & Paxillis *l* & *l* annectuntur, ut commodè elevari, deprimique, & omnium Globorum Centra in eodem Plano, ad Horizontem Parallelo, diſponi poſſint. Regula ænea R, ita inflexa, ut juxta illam Globus P in ſuo Motu adſcendat, convertitur circa extremitatum alteram, & Centrum Motûs cum Axe Machinæ coincidit. Inſervit ad notandam viam Globi P, & altitudinem ad quam adſcendit.

Globus

Globus uterque Q juxta Planum, cui applicatur, demittitur; & altitudo, à quâ demittitur, notatur Indice Plano infixo; ad quod in utroque Plano foramina quatuor dantur, quæ Angulos æquales, reſpectu Motûs filorum, indicant.

Quando Globus Q à certâ altitudine demittitur, in Globum P impingitur; illumque ſecundùm eandem directionem propellit.

EXPERIMENTUM I.

1169. TAB. XXXIX. Fig. 3. Exhibetur hìc Horizontalis ſectio hujus Machinæ, cui ſuſpenduntur Globus P, & unus ex Globis Q; Planis ad Angulum rectum diſpoſitis, quâcunque directione, & à quâcunque altitudine cadendo, Corpus P impingatur in Corpus Q, poſt Impactum Corpora directiones Planorum ſequuntur.

1170. Ex iiſdem Principiis, ex quibus Motus Corporum deducimus, quando unum quieſcit, quoque determinamus Motus duorum Corporum poſt Percuſſionem, quando ambo moventur, quomodocumque in ſe mutuò ferantur. Caſus præcipui repræſentantur in Tab. XXXVIII., & omnes eodem modo reſolvuntur.

1171. TAB. XXXVIII. Fig. 8. 9. 10. 11. 12. & 13. Corpus P moveatur directione, & Celeritate, PA; Corpus Q directione & Celeritate Q*a*; ducatur Linea B*b*, tranſiens per amborum Corporum Centra, ubi ſeſe mutuò tangunt; ad hanc ſint CA & *ca* perpendiculares, & abſolvantur Parallelogramma PBAC & Q*bac*. Motus Corporis P reſolvitur in duos alios, quorum Celeritates, & directiones, deſignant CA, BA. Motus, in quos reſolvitur Motus Corporis Q, * 1155. deſignantur per *ca*, *ba* *. Motibus, per CA & *ca*, Corpora non agunt in ſe mutuò; non mutantur ergò hi

hi Motus, & poſt Occurſum deſignantur per AE & *ae*, ipſis CA & *ca* æquales. Percuſſio ex Motibus per Lineas BA, *ba*, eſt directa, & determinatur in Capitibus IV, & VI. Sit Corporis P Motus D verſus, & ejus Celeritas AD; Corporis Q Motus *d* versùs, & ejus Celeritas *ad*; poſt Occurſum ergo Motus Corporis P componitur ex Motibus per AE & AD, & movetur per diagonalem A*p*. Corporis Q Motus poſt Impactum componitur ex Motibus per *ae* & *ad*, & Corpus hoc fertur per diagonalem *aq*; & longitudines illarum diagonalium Celeritates Corporum poſt Occurſum denotant *. In Fig. 8, 9, & 10, Corpora non Elaſtica ponuntur. Fig. 11, 12, & 13, eoſdem caſus, datis Corporibus Elaſticis, repræſentant. In Fig. 8. litteræ quædam deficiunt; quia puncta, ipſis deſignata, cum aliis coincidunt. * 360.

Hac Methodo obliquas Impactiones ad directas reducimus *in Lineâ, in quâ ſi Corpora agitata forent*, re- 1172.
vera *directè concurrerent*; in hac Lineâ *Velocitatum mutationes ſunt inverſè ut Maſſa* *, *non mutatis Velocitatibus* * 987.
lateralibus. Hoc nunc demonſtravimus in caſu peculiari, in quo directiones motuum lateralium cum dictâ Lineâ angulum efficiunt rectum.

Eſtque Univerſalis hæc Propoſitio, quomodocunque Reſolutio Motuum fiat, ſi modò ambo ad dictam Lineam reducantur.

Sint duorum Corporum in C concurrentium dire- 1173.
ctiones AC, BC; F*f* Linea in quâ Percuſſio dire- TAB. XL. Fig. 1.
cta eſt; AL, BM ad hanc perpendiculares; habemus nunc Motuum Reſolutionem Rectangulam; primi in AL & LC, ſecundi in BM, & MC, ut in N. 1171.

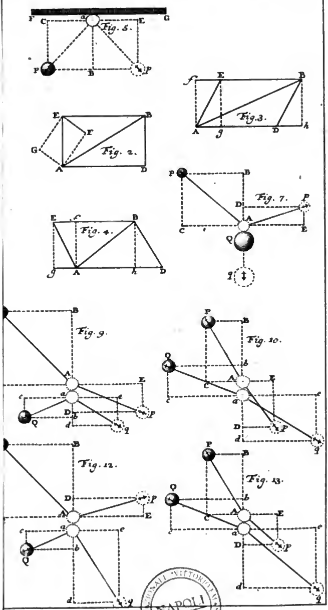
Digitized by Google

Motibus LC, MC, Corpora directè concurrunt, & poſitis LC, C*l*, æqualibus, ut & MC, C*m*, ſi dividatur *ml* in O ita, ut *m*O ſe habeat ad O*l*, ut Maſſa A ad Maſſam B, erit CO Velocitas communis
* 987. ambobus Corporibus poſt Ictum *. In O erectâ ad F*f* perpendiculari, fiant, O*b* æqualis BM, & O*a* æqualis LA; habemus C*a*, directionem, & Velocitatem, Corporis A, poſt percuſſionem, deſignantem; & C*b*
* 1171. eadem pro Corpore B exhibentem *.

1174. *Quando Corpora non ſunt Elaſtica*, de quibus hic agitur, hæc non ſeparantur *poſt Percuſſionem*, relatis Motibus ad Lineam in quâ Percuſſio eſt directa; id eſt, *verſantur continuò, dum in Motu perſeverant, in eâdem perpendiculari, ad* hanc ipſam *Lineam, in quâ Percuſſio directa eſt.*

1175. Redeamus nunc ad primos Motus per AC, BC, quorum Velocitates hæ Lineæ exprimunt; reſolvimus hos ad libitum, in Motus per AF, FC, & BG, GC, ita ut, pro utroque Corpore, unus ex Motibus detur in Lineâ F*f*, in quâ Percuſſio directa eſt. Hoc nobis nunc demonſtrandum eſt; Laterales Velocitates AF, BG, ſervari, mutatis directis FC, GC, in ratione inversâ Maſſarum Corporum A & B. Fiat Motuum Reſolutio poſt Percuſſionem; Motus per C*a*, ductâ AI parallelâ ad AF, reſolvitur in Motus per CI & I*a*; & ductâ *b*H, parallelâ ipſi BG, Motus per C*b* reſolvitur in duos per CH & H*b*. Triangula *a*IO & ALF ſunt æquiangula, quia latera ſunt reſpectivè parallela; latera autem *a*O, AL, feci-
* 34. El. I. mus æqualia *; ergò quoque æqualia ſunt I*a*, AF *. Eo-
* 26. El. I. dem modo demonſtramus æquales eſſe Velocitates, quæ Lineis BG, H*b*, repræſentantur; & utrumque Corpus ſuam ſervare

TAB. XXXVIII.



NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

ſervare lateralem Velocitatem manifeſtum eſt.

Ponamus C*f* æqualem FC; & C*g* æqualem GC: Velocitates in Lineâ F*f*, ante Percuſſionem erant C*g*, C*f*; poſt Percuſſionem ſunt CH, CI; mutationes ergò ſunt *g*H, I*f*, quas dicimus eſſe inversè ut Maſſas, id eſt, directè ut A ad B. Propter æquales FC, C*f*, ut & LC, C*l*, ſunt æquales FL, *lf*. In Triangulis AFL, *a*OI, æquiangulis & æqualibus, ſunt æqualia latera FL, OI; ergò ſunt æquales *lf*, OI; ſublatâ (aut additâ ſi Figura exigat) communi *l*I, æquales ſuperſunt O*l*, I*f*. Eodem modo demonſtramus æquales eſſe *m*O, *g*H. Sed *m*O ad O*l*, ut A ad B; ergò quoque *g*H ad I*f* in eâdem ratione A ad B. Quod demonſtrandum erat.

LIBER II.

Pars III. De Colliſione Compoſitâ.

CAPUT IX.

De Colliſione duplici.

DEFINITIO.

Compoſitam dicimus Colliſionem quando plures Ictus, reſpectu ejuſdem Corporis, eodem Tempore, locum habent. 1176.

Contingit hæc, ubi plura dantur quàm duo Corpora concurrentia; aut ubi Corpus unum in plura plana, eodem Tempore, incurrit.

In hoc Capite quædam examinabo circa Impactionem Corporis in duo Plana, & circa Colliſionem trium Corporum, in caſibus in quibus duæ tantum dantur Impactiones; de tribus Colliſionibus poſtea dicam.

1177. Corpus P, Velocitate A P, incurrit in Angulum
TAB. XLI. Fig. 1. 2. G C F, juxta directionem A P; determinandum quâ Actione in utrumque Planum G C & F C incurrit.

Notandum Corpus, integram ſuam amittere Vim; ponimus enim Obſtaculum fixum.

Ductis A B & A D, quæ cum C G & C F Angulos efficiunt rectos; ſint P E & P H ad has reſpectivè parallelæ.

Si nunc concipiamus Corpus P, eodem Tempore ferri per A E & A H, Velocitatibus hiſce Lineis proportionalibus, revera movebitur per A P, Velocitate
* 360. A P *; ideò poſſumus conſiderare Corpus, dum pertingit ad P, agitari Velocitatibus H P & E P, & juxta haſce directiones in Plana C G, C F, incurrere directè; ita ut quæſtio eò reducatur, quibus Viribus Corpus, eodem Tempore, per A E & A H agere poſſit?

Si Angulus F C G eſſet rectus, & rectus eſſet Angulus E A H; idcircò Motus hi neque contrariè agerent, neque ad eandem partem tenderent; & Quadratis Velocitatum A E, & A H, Actiones proportionales eſ-
* 1155. ſent *.

Ubi autem Angulus, quem Plana continent, eſt acutus, aut obtuſus; ut in hiſce Figuris, ducendæ ſunt ad A P perpendiculares E L, H I. In Motu per A E continetur Motus per A P, Velocitate A L; in Motu per A H continetur Motus per A P, Velocitate A I; & nil præterea, ex Motu per A P, in his Motibus contine-

Digitized by Google

tinetur, propter Angulos rectos ALE, & AIH *; ita * 1154.
ut non interſit, quantum ad Motum Corporis, utrum, eodem Tempore, moveatur per AH & AE, Velocitatibus hiſce Lineis proportionalibus; an in Lineâ AP moveatur, Velocitatibus AI & AL. In utroque caſu revera movetur Corpus per AP, Velocitate AP; quæ ergo valet ambas Velocitates AL, AI, quod & aliunde conſtat: Nam AL & IP ſunt æquales propter Triangula ſimilia & æqualia AEL, HIP habentia latera reſpectivè parallela, quorum AE & HP ſunt æqualia *. * 34. El. I.

Jam cùm Motus per AL contineatur in Motu per AE, quo agit in Planum GC; & Motus per AI contineatur in Motu per AH, quo in aliud Planum Corpus agit; ſequitur Actiones in Plana eſſe Vires, quibus Corpus, eodem Tempore, fertur Velocitatibus AL & AI: Vires verò ſunt ut ipſæ Velocitates *, & in- * 1148.
AI: Vires Corporis, quæ Quadrato Velocitatis AP proportionalis eſt *, ſecari debet in duas partes, quæ * 753.
ſint inter ſe ut AL & AI, partes hæ ſunt Rectangula AP per AL, & AP per AI.

Si, poſito Angulo GCF obtuſo, directio Motûs 1178.
AP cum Crure uno, ut CF, Angulum etiam efficiat TAB. XLI. Fig. 3.
obtuſum in hoc ultimum Planum tantùm Actionem exſerit Corpus, proportionalem Quadrato Lineæ AD, perpendicularis, ad FC, & Ictu non integram amittit Vim, ſed per CF Motum poſt impactionem continuat, Velocitate Lineæ DC proportionali.

Hæc ex Reſolutione Motûs * ſequuntur, nam aliun- * 1155.
de demonſtramus in Planum GC nullam dari Actionem.

In caſu Fig. 2. ubi Angulus, quem AP cum CF

efficit, eſt acutus, Actio in Planum G C minuitur, aucto Angulo hoc; ſi hic rectus ſit, ut in Fig. 3. datâ Corporis directione *a* P, Parallelogrammi A E P H diagonalis A P coincidit cum latere A H, & latera A E & A L evaneſcunt, & cum hiſce Actio in Planum
* 1177. G C etiam tollitur *; quæ ergò, auctâ inclinatione viæ Corporis reſpectu hujus Plani, etiam nulla erit.

In determinandis quæ ſpectant directam Colliſionem trium Corporum, in eâdem Lineâ motorum, illi ſimili utimur methodo, quam circa duorum Corporum Col-
1179. liſionem in Cap. IV. adhibuimus. *Ubi tria dantur Corpora, duæ dantur Velocitates reſpectivæ*, à *quibus* pen-
* 948. dent Actiones Corporum in ſe mutuo *, & partium introceſſiones, quæ, *manentibus* Corporibus, & hiſce duabus Velocitatibus, *eadem ſemper ſunt*; ideoque & *Vi-*
*934.956. *res Ictu deſtructæ* *.

1180. *Quando Corpora poſt Ictum quieſcunt, ſumma Virium eſt, datis Velocitatibus reſpectivis, omnium minima*; ſi enim ſumma minor daretur, minor Vis Ictu deſtrueretur, quod
* 960. fieri non poteſt *.

1181. Demonſtramus autem in Scholio I. hujus Cap. *Vim, datis Velocitatibus reſpectivis, eſſe omnium minimam, ſi motis duobus Corporibus unam partem verſùs, aliud in contrariam partem ita feratur, ut hujus Maſſæ productum per ſuam Velocitatem valeat ſummam productorum Maſſarum reliquorum duorum, ſingularum multiplicatarum per ſuas Velocitates.*

In hoc autem caſu Corpora poſt Ictum quieſcere, & ideo ſummam Virium eſſe omnium minimam, etiam deducimus ex demonſtratis circa Colliſionem Corporum duorum, ad quam trium Corporum Colliſionem referimus.

Sint

Sint Corpora tria A, B, C; Velocitas primi fh; ſecundi gi; tertii li. Ponimus producta A per fh, & B per gi, ſimul ſumta, valere productum C per li. 1182. TAB. XLI. Fig. 4.

Concipiamus Corpus C in duas partes reſolvi D & E ita, ut D per li valeat A per fh, & E per li æquale ſit B per gi; id eſt, ſit D ad E, ut A per fh ad B per gi. In hoc caſu A ad D, ut li ad fh *; & Corpora hæc concurrentia poſt Ictum quieſcunt *: quieſcunt etiam B & E *; quia B ad E, ut li ad gi. Hæc autem quatuor Corpora à tribus datis, memoratis Velocitatibus agitatis, non differunt. TAB. XLI. Fig. 5. * 16. El. VI. * 962. * 962.

Vis in Ictu quocumque amiſſa, datis Velocitatibus reſpectivis, valet ſummam Virium, in caſu in quo Corpora quieſcunt *; hæc autem ſumma, ſolis datis Velocitatibus reſpectivis exprimi poteſt; &, ut in Scholio 1. demonſtramus, *in omni Concurſu directo trium Corporum, Vis amiſſa proportionem ſequitur ſummæ trium productorum, quæ efficiuntur, multiplicatis duabus Maſſis in ſe mutuò, & per Quadratum Velocitatis reſpectivæ harum ipſarum, diviſâ ſummâ hac per ſummam trium Maſſarum.* * 1179. 1183.

Datis Corporibus A, B, & C; 1. multiplicari debet Maſſa A per Maſſam B, & productum hoc per Quadratum Velocitatis reſpectivæ A & B; 2. productum Maſſæ A per Maſſam C multiplicandum eſt per Quadratum Velocitatis reſpectivæ horum Corporum; 3. tandem ductis Maſſis B & C in ſe invicem, productum multiplicari debet per Quadratum Velocitatis reſpectivæ horum Corporum; ſumma verò trium horum productorum dividenda eſt per ſummam Maſſarum, & habebimus Vim Ictu amiſſam.

Si non fuerint Elaſtica tria Corpora, de talibus enim agimus, 1184.

* 939. mus, *poſt Ictum* eàdem Velocitate feruntur *, & hæc eſt Velocitas, quam Navis haberet, in quâ Corpora juxta Legem in N. 1181. indicatam agitata forent; quia poſt Ictum in Nave Corpora quieſcerent, tranſlatis ipſis eâdem cum Nave Velocitate. Navis *Velocitatem* in Scholio 1. *detegimus*, & habetur, *multiplicando ſingulorum Corporum Maſſas per ſuas Velocitates, & dividendo per ſummam Maſſarum ſummam productorum, ſi tria Corpora ad eandem partem tendant; ſin minus, Motuum contrariorum producta à ſe invicem ſubtrahi debent.*

1185. Videmus quæ ſpectant trium Corporum Colliſionem, in multis cum iis, quæ de duobus Corporibus demonſtrata ſunt, convenire, quod etiam referri poteſt ad demonſtrata de mutationibus Velocitatum in ratione
* 987. inversâ maſſarum *. Nam ut in Scholio 1. demonſtra-
1186. mus; *Mutationes Velocitatum duorum Corporum, oriunda ex Actione mutuâ horum Corporum in Colliſione, ſunt inversè ut Corporum Maſſa, licet & aliâ Actione, eodem Tempore, unius Motus mutetur.*

1187. Si nunc concipiamus Corpora perfectè Elaſtica, hæc in Nave memoratâ, ſolâ Elaſterii Actione moventur, & à ſe invicem recedunt iiſdem Celeritatibus, & Viribus, quibus ad ſe invicem acceſſere; in hoc enim caſu ſingula Elaſteria, quæ, dum relaxantur, Vires ge-
* 1083. nerant æquales illis, quibus fuere flexa *, deſideratam, ut hunc præſtent Effectum, patiuntur Reſiſtentiam, æqualem nempe illi, quam in inflexione paſſa ſunt; nam eodem modo Corpus reſiſtit, dum certam amittit
* 713. Vim, & dum eandem acquirit *.

1188. Unde generalem hanc deducimus concluſionem, *mutationem Velocitatis, in Impactione Corporum Elaſticorum quorum-*

rumcumque, reſpectu ſingulorum duplam eſſe illius, quæ in eodem Incurſu, datis Corporibus non Elaſticis, locum haberet : ideò Regulæ N. 1110. 1111. & hìc applicari poſſunt.

1189. TAB. XLI. Fig. 4. In demonſtratione hac ponimus Actione mutuâ duorum Corporum, ut A & B, Elaſticas horum Corporum partes tantùm intropremi; id eſt, illud tantùm flecti Elaſterium, quod datur inter hæc Corpora, ubi in *a*, *b*, concurrunt; nullamque hujus Actionis partem transferri ad inflectendas partes Elaſticas inter *b* & *c*.

Hæc ſic ſeſe revera habere, ſequi videtur ex ſubitâ admodum partium Elaſticarum inflexione, & inſtauratione, quam ſuperius demonſtravimus *. *1127. 1128.

Si autem concipiamus partes lentius intropremi, ut intropremuntur partes Corporum mollium, non ſeparantur Corpora Elaſtica, ut ad ſe mutuò acceſſere, & difficilior eſt Motûs determinatio.

1190. *In Concurſu* enim trium *Corporum mollium* A, B, & C, *eodem momento ad ſe mutuò accedentium, introceſſiones ſunt æquales* inter *a* & *b*, & inter *b* & *c*; *licet Actiones ſint inæquales* : nam dum C agit in B, ſi hæc Actio Actionem ſuperet, quam A in B, ad partem oppoſitam, exſerit, non modo *c* intropremit partes inter *b* & *c*, ſed & premit *b* ita, ut augeatur Actio inter *b* & *a*; quare, Actione mutuâ Corporum *c* & *b*, non modò partes inter hæc Corpora intropremuntur, ſed & augetur introceſſio partium inter *a* & *c*; & hæc Actio diſpergitur ita, ut *b*, quod inter *a* & *c* quieſcit, æqualiter ab utraque parte prematur; quare, ab útraque parte, introceſſiones, ſi æquè facilè partes introcedant, æquales ſunt; ſumma verò Cavitatum ambarum ſequi-

*841.934. tur proportionem Vis deſtructæ in his efficiendis *.

EXPERIMENTUM I.

1191. Utimur in hoc Experimento Pyxide cylindricâ O,
TAB. XXVIII. Fig. 11. cujus longitudo eſt duorum Pollicum cum quarta parte, quæ in utraque extremitate excavata eſt, ad profunditatem quæ Pollicem dimidiatum ſuperat. Cava hæc replentur Argillâ, ut in Experimentis aliis vi-
*939.969. dimus *. Uncis quatuor ſuſpenditur Cylindrus hic, quorum *v*, *v*, ab unâ extremitate removentur, quantum V, V, ab aliâ diſtant; diſtantia autem inter *v*, & reſpondentem V, eſt Seſqui-pollicis.

TAB. XXVII. Fig. 1. Adhibenda nunc eſt Machina, quâ ſæpius uſi fuimus *, dictamque Pyxidem in medio ſuſpendimus, junctis Uncis
*760. mediis, *g*, *f*, ut & *h*, *i*; ita ut diſtantia inter hos ſit
*764.765. Seſqui-pollicis *.

Unci ſequentes hiſce admoventur ita, ut Lamellæ ſuperiores conveniant; reliqui ab his removentur, ut diſtantia inter Uncos ſit trium Pollicum; quod commodè præſtari poterit, ſi longitudo Regularum *bb* & *dd* ita determinata ſit, ut hæc inter Uncos detur diſtantia, quando ultimi Tubuli, quibus Unci adhærent, à medio Re-
TAB. XL. Fig. 2. gulæ, quantum poſſunt, removentur; ut in Figurâ exhibemus.

TAB. XL. Fig. 3. Suſpendimus nunc ad latera Pyxidis Rectangula duo *,
*769. quibus ſæpius in Experimentis uſi jam fuimus; & ipſis
*738.771. jungimus Conos ſimiles *h*, *h* *, quorum unum in Experimentis, 2. 7. 8 &c. Cap. III. hujus Libri, adhibuimus. Talis autem eſt Uncorum in Machinâ diſpoſitio, ut, reductis filis ad debitam longitudinem, Corpora, quando quieſcunt, in eâdem Lineâ horizontali ſint diſpoſita, & Conorum vertices Argillam tangant;

gant, in centris baſium Cylindri, ipſam continentis. Velocitates menſuramus, ut in aliis Experimentis ſimilibus fecimus.

Sint nunc Maſſa R duo, Maſſa S novem; ambo Corpora eodem momento demittuntur ita, ut ſimul, hoc duobus gradibus Velocitatis, illud Velocitate novem, incurrant in Corpus quieſcens O; poſt Ictum quieſcent quoque, ut in Experimento 4to. Cap. iv. hujus Libri *: Cavitates autem erunt æquales inter ſe, & ſimul valebunt Cavitatem, quam in memorato Experimento habuimus, ſi eandem adhibeamus Argillam; ut menſuratis Cavitatibus detegitur, & ex Experimento ſequenti facilè deducitur. 1192. * 969.

Vis, in dicto Experimento *, deſtructa eſt 198 *; eadem & hìc deſtructa eſt; ergò ſingulæ Cavitates valent 99 *: quod & ſequenti Experimento demonſtramus. * 969. * 979. * 841.

Experimentum 2.

Planis factis iterum Argillæ ſuperficiebus in Corpore O, ſint Maſſæ ſingulæ R, & S, quatuor; demiſſis his, eodem momento, ut Velocitatibus æqualibus, quæ parum admodum deficiant à 5, in Corpus O incurrant, quieſcent Corpora; & Cavitates, quæ ſingulæ effectæ ſunt deſtructione Vis, quæ paululum deficit à $4 \times 5 \times 5 = 100$ *, ideoque valet 99, ſunt æquales inter ſe, & illis, quas in præcedenti Experimento habuimus. 1193. TAB. XL. Fig. 4. * 757.

Si nunc *concipiamus partes Elaſticas flecti, ut memoratorum Corporum mollium partes introcedunt*, inflexio inter *a* & *b* æqualis erit illi, quæ datur inter *b* & *c*; & *conſideranda ſunt Corpora quaſi ſeparata Actione Elaſteriorum* 1194. TAB. XLI. Fig. 4.

 duo-

duorum, æquè potentium, inter hæc poſitorum. Quomodo in hoc caſu ſeparatio determinetur in Scholio 2. videbimus.

1195. In Colliſione directâ trium Corporum, datis omnibus Motibus in eâdem directione, caſus dari poteſt diverſus ab illo, quem hùc uſque examinavimus; ſi enim unum Corpus ſit perforatum, duo Corpora ſimul, quorum unum per alterum penetrat, eodem momento in tertium agere poterunt.

Ut determinemus quid in hoc caſu contingere debeat, pro tribus quatuor Corpora ponam; ſed ita determinata, & agitata, ut Motus omninò conveniat cum ipſo propoſito; caſum quoque ſimplicem ſeligam.

1196. Sit C Corpus in quod alia agunt; hoc quieſcere po-
TAB.XLII. Fig. 1. nimus; Corpus A in hoc incurrit directè, Velocitate quacunque; duo Corpora B, B, æqualia, æqualibus Velocitatibus, diverſis à primâ, ita incurrunt, ut Actiones ſimul pro directâ haberi poſſint. Superficies Corporis C plana eſt; Corpora A, & B, B, Cylindricè terminantur, & extremitates ſunt Cylindri recti, & juxta horum Axium directiones moventur Corpora.

Tria hæc Corpora eodem momento accedunt ad C in *a*, *b*, *b*; Actioneſque eodem momento inchoantur. In caſu autem hujus Figuræ, Velocitas Corporum B, B, quæ minuitur, dum ex omnibus Actionibus continuò augetur Velocitas Corporis C, ad æqualitatem reducitur cum hac ultimâ Velocitate, eo Tempore, quo Velocitas Corporis A hanc, communem Corporibus C, & B, B, Velocitatem, ſuperat. Hoc momento ceſſat Actio Corporum B, B, & horum Velocitas non amplius minuitur; ſed A continuat Actio-

nem

nem in A, quo Velocitas hujus adhuc augetur; quare C ſeparatur à B & B; & omnis Actio ceſſat, ubi Velocitates Corporum C, & A, ad æqualitatem pervenere, quæ hac eâdem Velocitate Motum continuant.

Computatio Velocitatum, in ſimilibus caſibus, eſt paulò intricatior; Conſtructio Geometrica, quâ eaſdem determinamus, magis plana eſt; ipſam hìc dabo, demonſtratio in ſequenti Scholio 3. reperietur.

Ductis Lineis DX, DE, quæ Angulum rectum efficiant; pono, determinato puncto E ad libitum, Lineam DE Corporis A Velocitatem exhibere, & determinatur DF, ut repræſentet Velocitatem Corporum B, B. 1197. TAB. XLII. Fig. 2.

Ad diſtantiam ad libitum ſumtam, ducitur GO parallela FD; & determinantur puncta O & M, Lineis, per E & F, parallelis ipſi DX.

Sumtâ GH ad libitum, ſequentibus proportionibus alia puncta in Lineâ GO determinamus.

GH ad HI, ut Baſis Cylindri *d*, quo terminatur Corpus A, ad ſummam Baſium Cylindrorum *e*, *e* (*Fig*.1.).

GH ad ON, ut Maſſa Corporis A ad Maſſam Corporis C.

HI ad ML, ut ſumma Maſſarum Corporum B, B, ad Maſſam Corporis C.

Ductis nunc Lineis DH, DI, FLT, ENX, duæ mediæ ſeſe mutuò interſecant in Q; & QP, perpendicularis ad DX, repræſentat Velocitatem communem Corporum B, B, & Corporis C, in momento in quo hæc ſeparantur.

Si PQ ſurſum continuetur ut ſecet EX in R, Linea PR Corporis A Velocitatem exhibebit, eodem illo momento.

Ducuntur tunc QS, parallela DH, & ſecans EX in S; ut & SV, parallela ED, aut QP; & SV indicat Corporum A & C Velocitatem communem, poſt ceſſatam omnem Actionem.

1198. Aliquando, Linea EX ſecat DI inter D & Q, & tunc hæc ipſa EX, interſectione hac ſuâ cum DI determinat punctum Q.

TAB. XLII. Fig. 3. Sumtâ G*i* æquali HI, ducitur D*i*, cui parallela ducitur QS, & determinatur punctum S in Lineâ FT. In hoc caſu QP repræſentat Velocitatem Corporis A poſt Impactum, & SV Velocitatem, quâ Corpora B, B, & C, ſimul in Motu perſeverant.

Quomodo duo Corpora, directionibus diverſis mota, in tertium eodem momento directè incurrentia, hoc agitent, etiam explicabimus.

1199. TAB. XLI. Fig. 6. 7. Dentur Corpora A, B; directè, eodem momento, Velocitatibus quibuſcunque, incurrentia in Corpus quieſcens C, directionibus AK, BK. Productis hiſce directionibus, ſint KD Velocitas Corporis A, & KE Corporis B Celeritas; erigantur DF ad KD normalis, & EG cum KE Angulum rectum efficiens; dividatur KD in H ita, ut KH ſe habeat ad HD, ut Maſſa Corporis A ad Maſſam C; eodem modo dividenda eſt KE in L, ut KL ſit ad LE, ut Maſſa B ad Maſſam C. Ductis nunc FH, GL, ſeſe mutuò interſecantibus in N, Linea KN ſitu directionem, & longitudine Velocitatem, demonſtrabit Corporis C poſt Ictum.

1200. Corpora autem A, & B, in Lineis KD, KE, Motum continuant, cùm nullâ Actione horum directio mutari poſſit. Velocitates verò determinantur demiſſis

ſis ex N, ad KD & KE, perpendicularibus NI, NM;
eſtque KI Corporis A, & KM Corporis B, Velocitas
poſt Ictum.

Nulla datur Actio, quâ Corpora A & C, in Ictu di- 1201.
recto, cùm non ſint Elaſtica, ſeparari poſſint *; & li- * 931.
cet Actione Corporis B moveatur Corpus C, eo qui-
dem minuitur Actio Corporis A, ſed non C ab A, jux-
ta directionem KD, ſeparatur; tunc enim C ab Actione
ipſius A ſubduceret; ergò poſt Ictum A & C eâdem
Velocitate moventur juxta directionem KD: idcircò
ſi C percurrat AN Velocitate, quam hac Lineâ ex-
primimus, movebitur A Velocitate KI; Motus enim
per KN, juxta directionem KD, nil continet præ-
ter Velocitatem KI *; & Corpus A amittet Velocita- * 1154.
tem DI.

Ulterius ad hoc debemus attendere, ductis Lineis
NO, NP, parallelis KE & KD, Corpus C, Impa-
ctu Corporum A & B, eodem Tempore, juxta dire-
ctiones KO & KP propelli, & quidem Velocitatibus
hiſce Lineis proportionalibus, ſi per KN, Velocitate
KN, moveatur *; mutatio autem Velocitatis Corporis * 360.
quieſcentis C, ex Actione Corporis A, erit KO; er-
gò KO ad ID, ſi N ritè ſit determinatum, ut Maſſa
A ad Maſſam C *; id eſt, ut KH ad HD; quod tan- * 1186.
tùm obtinet ſi punctum N detur in FH: productâ
enim PN donec ſecet FD in Q, habemus PN ad NQ,
ut KH ad HD; ſed PN æqualis eſt KO, & NQ
ipſi ID *. Eodem modo demonſtramus quæſitum pun- * 34. El. I.
ctum N dari in Lineâ GL; ideoque in interſectione
hujus Lineæ cum Lineâ FH. Quod demonſtrandum
erat.

Si

Digitized by Google

1202. Si Corpora ſint Elaſtica, mutationes Velocitatum du-
* 1188. plæ ſunt * : ergò ſi producatur, & duplicetur KN, habebimus Motum Corporis C per K*n*, Velocitate K*n*; & ſumtis, I*i* ipſi ID, & M*m* Lineæ ME, æqualibus, habebimus K*i* & K*m* Corporum A &
1203. B Velocitates. *In hoc caſu ſumma Virium ante & poſt*
* 1085. *ictum ſunt æquales* *; quod etiam ex hac Velocitatum determinatione ſequi, in Scholio 4. demonſtrabimus.

1204. Quando Angulus EKG eſt obtuſus, cùm Corporum A & B Motus pro parte contrarii ſint, & hìc referri debent, quæ in N. 1189. notata fuere.

1205. In hiſce, Velocitatum Mutationes in utraque Colliſione æquali Tempore fieri, poſuimus; id eſt, Actiones ambas eodem momento ceſſare: hoc ita ſe habet ſi ſuperficies Corporis C plana ſit in locis, in quibus impactio datur, & Corpora A & B terminentur figuris Pa-
* 862. raboloïdeis, de quibus ſupra diximus *, poſitis Parabolarum Parametris directè ut A ad B, & inversè ut ſumma A & C ad ſummam B & C, ut in Scholio 5. demonſtramus.

1206. Si Actionum Tempora ſint inæqualia, primum determinandæ ſunt Velocitates ſingulorum Corporum, in momento in quo Actio una ceſſat, ut vidimus in N. 1196, detectâ quoque directione Corporis C, in hoc momento. Inquirendum tunc in ſecundam mutationem, ex ſolâ Actione ſuperſtiti oriundam. Determinatio autem momenti, in quo Actio una ceſſat, inter difficillima Problemata referri debet, ſi quoſdam peculiares caſus excipiamus.

1207. Difficile admodum foret demonſtrata de duplici Colliſione

liſione Experimentis confirmare. Experimenta circa Corpora mollia inſtitui non poſſunt, quia omnia talia Corpora, quæ à nobis in his adhiberi poſſent, ſi omni Elaſterio deſtituantur, quod in Experimentis deſideratur, poſt Ictum cohærent inter ſe; & præterea, quod etiam in Corporibus Elaſticis locum habet, nunquam an exactiſſimè eodem momento ambo Corpora ad tertium acceſſerint, niſi ex Viâ quam ſequitur Corpus C, detegere poſſumus; quæ Via ergò Experimento determinari nequit. In eo ſolo caſu, in quo Corpora A & B ſunt æqualia, & æqualibus Velocitatibus mota, primo intuitu patet, Corpora hæc eodem momento in C impacta fuiſſe, ſi hujus Via Angulum DKE in duas partes æquales dividat: de hoc caſu ſequens inſtitui poteſt Experimentum.

EXPERIMENTUM 3.

Sectio horizontalis Machinæ, in N. 1168. deſcriptæ, hîc repræſentatur. Applicatis huic Machinæ tribus Globis Eburneis, in deſcriptione memoratis, ſi Corpora Q, Q, eodem momento demittantur ab æqualibus altitudinibus, & formetur Parallelogrammum *abcf*, cujus latera *ab*, *ac*, ſunt directiones Corporum Q, Q, continuatæ, & æqualia ſubtenſis Arcuum, per quos Corpora Q, Q, deſcendunt; Corpus P, ſi Angulus QPQ ſit acutus, minori adſcendit Velocitate, quàm quâ adſcendendo poſſet percurrere Arcum, cujus ſubtenſa memorati Parallelogrammi foret diagonalis. 1208. TAB. XXXIX. Fig. 4. 5.

Poſito autem Angulo obtuſo, ad majorem adſcendit altitudinem, quàm quæ Diagonali Parallelogrammi determinatur. 1209.

Quæ cum Explicatis in N 1199. 1202. conveniunt.

1210. Poſuimus in his omnibus, ambo Corpora, quæ in TAB. XLI. Fig. 6. 7. Corpus quieſcens impinguntur, in hoc directè impingi; ſed ſi obliquæ impactiones eſſent, hæ ad directas redu- * 1165. 1171. cerentur, ut de duobus Corporibus demonſtratum *, & ſepoſitis Motibus lateralibus, mutationes ex impactionibus ſolis directis deducerentur, quaſi hiſce ſolis Corpora agitarentur; poſtea Velocitates laterales iterum conſiderandæ forent, ut in impactionibus duorum Corporum.

1211. Si Corpus C etiam agitatum foret, Problema eodem modo ſolveretur, conſiderando Navem, in quâ Corpus hoc quieſceret, & determinando Motus in Nave; quibus datis Motus extra Navem facilè habentur.

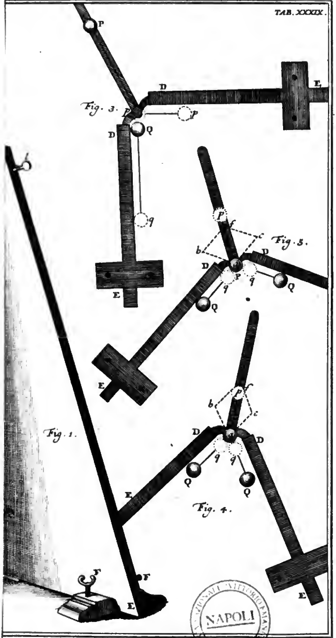
Non magis difficile foret, directam in hiſce adhibere ſolutionem; ſed Methodos multiplicare, non magnam haberet utilitatem.

SCHOLIUM I.

Demonſtrationes N. 1181. 1183. 1184. 1186.

1212. DEntur tria Corpora A, B, C, directè in ſe mutuò incurrentia; poſitâ primi Velocitate a, ſecundi b, tertii c: ſumma Virium eſt $Aaa+Ebb$ * 757. $+Ccc$ *. Si A & B ad eandem partem, & C in contrariam, tendant, diximus in N. 1181. ſummam hanc fore, datis Velocitatibus reſpectivis, omnium minimam, ſi $Aa+Bb=Cc$; quod ex quiete Corporum poſt Ictum, in N. 1182. demonſtratâ, quidem ſequitur; ſed directè etiam probatur, ſi Velocitatem quamcunque concipiamus auctam, aut imminutam, quantitate quacunque ut x, & computatio ineatur de ſummâ Virium.

Sit ex. gr. Corporis A Velocitas $a+x$; ut ſerventur Velocitates reſpectivæ, movetur B Velocitate $b+x$; & Corporis C Velocitas erit $c-x$. Summa Virium eſt $Aaa+2Aax+Axx+Bbb+2Bbx+Bxx+Ccc-2Ccx+Cxx$, quæ excedit primam, quantitate $Axx+Bxx+Cxx$, ſublatis $2Aax+2Bbx-2Ccx$, quæ ſeſe mutuò deſtruunt; cum autem exceſſus detur quomodocunque



NAPOLI
Digitized by Google

cunque Velocitates mutatas, ſervatis Velocitatibus reſpectivis, concipiamus, ſequitur ſummam in caſu memorato fuiſſe minimam.

Iiſdem poſitis, Velocitas reſpectiva Corporum A & B eſt $a-b$ *; Corporum A & C eſt $a+c$ *; & tandem Velocitas reſpectiva Corporum B & C valet $b+c$ *. Vis amiſſa, datis hiſce Velocitatibus reſpectivis, valet in omni caſu ſummam Virium in hoc caſu peculiari, in quo ſumma hæc eſt minima *, & in quo $Aa+Bb=Cc$. Vim hanc amiſſam diximus æqualem eſſe. 1213. * 918. * 919. * 919. * 1179.

$$\frac{AB\times\overline{a-b}^2+AC\times\overline{a+c}^2+BC\times\overline{b+c}^2}{A+B+C}$$ *. Quod ut demonſtremus, probandum, quantitatem hanc æqualem eſſe $Aaa+Bbb+Ccc$; aut * 1183.

$$AB\times\overline{a-b}^2+AC\times\overline{a+c}^2+BC\times\overline{b+c}^2=\overline{Aaa+Bbb+Ccc}\times\overline{A+B+C}.$$

Quia $Aa+Bb=Cc$, etiam $AAaa+2ABab+BBbb=CCcc=ACac+BCbc$; unde deducimus $AAaa+BBbb+CCcc=2ACac+2BCbc-2ABab$. Sed multiplicatis $Aaa+Bbb+Ccc$ per $A+B+C$, habemus $AAaa+BAaa+CAaa+ABbb+BBbb+CBbb+ACcc+BCcc+CCcc$, & ſubſtituendo pro $AAaa+BBbb+CCcc$ valorem detectum, habemus $\overline{Aaa+Bbb+Ccc}\times\overline{A+B+C}=ABaa-2ABab+ABbb+ACaa+2ACac+ACcc+BCbb+2BCbc+BCcc=AB\times\overline{a-b}^2+AC\times\overline{a+c}^2+BC\times\overline{b+c}^2$. Quod demonſtrandum erat.

Sint iterum tria Corpora A, B, C; Velocitas primi m; ſecundi n; & tertii p. Ut Regulam N. 1184. demonſtremus, dicimus x Velocitatem Navis ibi memoratæ; & Velocitates Corporum A & B in Nave, ſi concipiamus hæc ipſâ Nave celerius ferri, erunt $m-x$ & $n-x$; C verò, ſi hoc Nave lentius moveatur, in hac in contrariam partem fertur Velocitate $x-p$. Cum agatur de caſu, in quo poſt Ictum Corpora quieſcunt, habemus $Am-Ax+Bn-Bx=Cx-Cp$ *. 1214. * 1180. 1181. 1212.

Unde deducimus $x=\dfrac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$. Quod demonſtrandum erat.

Si non omnia Corpora ad eandem partem tendant, illorum* quæ in contrariam partem feruntur Velocitates ſunt negativæ, & producta in Numeratore negativa. 1215.

Ponamus, ut in præcedentibus Demonſtrationibus, Corpora A, B, & C; & concipiamus hæc ad eandem partem ferri ita, ut in Nave, quæ movetur eâ Velocitate, quâ Corpora poſt Ictum agitantur, Velocitates Corporum A & B, à puppi ad proram, ſint fb, gi, Corporis C Velocitas à prorâ ad puppim, li. In hoc caſu Corpus ſolum C lentius Nave movetur, & Actione amborum aliorum acceleratur. Cùm in Nave Corpora poſt Ictum quieſcant, ſumma productorum A per fb, & B per gi, valet C per li *. 1216. TAB. XLI. Fig. 4. * 1180. 1181. 1212.

Diviſo C in duas partes D & E, ut ſupra *, quæ ſint inter ſe, ut A per fb ad B per gi; ſi A agat in D, & B in E, etiam Corpora in Nave quieſcunt *; id eſt, conſiderando Motus abſolutos, non attendendo ad Navem, agitatis D & E, ante Ictum, æqualibus Velocitatibus, & æqualiter accelerantur hæc TAB. XLI. Fig. 5. * 1182. * 1182.

Actionibus Corporum A & B, quantitate nempe il; & Vires iis communi-
* 748. cantur, quæ ſunt inter ſe, ut Maſſæ D & E *; id eſt, ut producta A per
TAB. XLI. fb & B per gi. Unde ſequitur, in Colliſione trium horum Corporum,
Fig. 4. Actiones Corporum A & B in C, dum ſimul accelerant Motum hujus Corporis, eſſe inter ſe, ut A per fb & B per gi; in quâ ratione ſunt etiam
* 1148. Velocitates, quæ hiſce Actionibus Corpori C communicantur *.

Diviſâ integrâ Velocitate communicatâ il in duas partes im, ml, quæ ſint inter ſe, ut A per fb ad B per gi, erit im Velocitas communicata Actione Corporis A.

Multiplicando im & ml per C, quo ratio non mutatur, habemus im per C ad ml per C, ut A per fb ad B per gi; unde deducimus im per C plus ml per C, id eſt, C per il, ad im per C, ut A per fb plus B per gi ad A per fb: antecedentia autem ſunt æqualia, ergò & conſequentia.

Idcircò A ad C, ut im, mutatio Velocitatis Corporis C ex Actione Corporis A, ad fb, mutationem Velocitatis Corporis A. Id eſt, mutationes in Velocitatibus horum Corporum, oriundæ ex Actione mutuâ in Colliſione, ſunt inverſè ut Maſſæ, ut hoc notavimus in Num. 1186.

S C H O L I U M II.

Inveſtigatio Motûs memorati in N. 1194.

1217. Concipiamus tria Corpora A, B, C, perfectè Elaſtica; ſit primi Velocitas m; ſecundi n; tertii p; tendant hæc ad eandem partem: Poſt Ictum,
* 1184. 1214. ante inſtauratam Figuram, Velocitas eſt $\frac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$ *; dicatur hæc v.

* 1183. 1213. Vis Ictu deſtructa eſt $\frac{AB\times\overline{m-n}^2+AC\times\overline{m-p}^2+BC\times\overline{n-p}^2}{A+B+C}$ *. Sit hæc æqualis $2Aff+2Bff+2Cff$.

Si non omnia Corpora ad eandem partem tenderent, Velocitas poſt Ictum, & Vis deſtructa, iiſdem Regulis determinari poſſent.

Sepoſitis Elaſteriis, poſt Ictum Corpora in Nave, Velocitate v motâ, quieſcerent; ſolis ergò Elaſteriis in hac poſt Ictum moventur, & iiſdem Velocitatibus in Nave moventur, quibus iiſdem Elaſteriis Corpora, ſi revera quieſcerent, agitarentur; determinatis ergò Motibus in hoc ultimo caſu, habebimus Motus in Nave, unde Motus abſoluti facilè deducuntur.

1218. Ponimus igitur Corpora quieſcentia A, B, C, & inter hæc Elaſteria flexa, Viribus, quibus in Ictu partes fuere compreſſæ, quæ valent $2Aff+2Bff+2Cff$. Cùm agatur de caſu, in quo inter A & B, & inter B & C, partes æqualiter inflectuntur, Vis, quâ Elaſterium utrumque comprimitur, eſt $Aff+Bff+Cff$; talemque Vim Elaſterium, dum ſeſe expandit, Corpo-
* 1087. ribus communicat *.

Elaſterium, inter A & B ſeſe expandens, Corpori A communicat Vim
* 1089. $Bff+Cff$, & in Corpus B Actionem exſerit, quæ valet Vim Aff*. Eodem modo

modo Elaſterium aliud Corpori C communicat Vim $Aff+Bff$, & in B exſerit Actionem quæ valet Vim Cff *. * 1089.

Corpus B premitur ergò duabus Actionibus in partes oppoſitas; ſi A ſuperet C, magis hoc Corpus versùs premitur Corpus B, Actione quæ valet differentiam Actionum Aff & Cff; de cætero Actiones in utramque partem ſunt æquales inter ſe, & valent Cff.

Dum Elaſteria Actionibus æqualibus in ſe mutuò premunt, utrùmque agit quaſi Obſtaculo immobili inſiſteret; & integram ſuam Vim in partem oppoſitam exſerit *; id eſt, Elaſteria agunt in Corpora A & C ita, ut ſingulis, * 1089.
præter memoratas Vires, communicent Vim Cff; quare Vis Corpori A communicata valet $Bff+2Cff$, & C movetur Vi $Aff+Bff+Cff$, dum B ad partem C pellitur Actione quæ valet $Aff-Cff$.

Sed B non poteſt moveri, quin eâdem Velocitate propellatur Elaſterium inter B & C; & ab Elaſterio, ita agitato, accipit Corpus C Vim ſtatim memoratam; eodem modo ac in Nave, in quâ Elaſterium Obſtaculo, quod cedere non poſſet, inſiſteret, Actione Elaſterii moveretur; id eſt, Velocitas, quâ Corpus C à B recedit, aut B celerius movetur, illa eſt, quæ competit Impreſſioni ſtatim memoratæ; quæ Velocitas eſt $f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$*. Si Corporis * 757.
B Velocitas dicatur x, erit $x+f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$ Velocitas Corporis C. Summa Virium Corporum A & B, eſt $Aff+Bff+Cff$ & præterea $Aff-Cff$, id eſt, valet ſumma hæc $2Aff+Bff$; Unde deducimus $Bxx+Cxx+2fx\sqrt{AC+BC+CC}+Aff+Bff+Cff=2Aff+Bff$*; aut * 757.
$xx+\frac{2fx\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C}=\frac{Aff-Cff}{B+C}$; & $x=\frac{f\sqrt{AB+2AC}-f\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C}$: additâ Velocitate $f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$, quâ C recedit à B, habemus ipſius C Velocitatem $\frac{fC\sqrt{AB+2AC}+fB\sqrt{AC+BC+CC}}{BC+CC}$.

Corporis autem A Velocitas, ex ipſius Vi ante determinata, detegitur; eſtque Velocitas hæc $\frac{f\sqrt{AB+2AC}}{A}$.

Velocitates hæ ex Velocitate v ſunt ſubtrahendæ, aut ipſi ſunt addendæ, 1219.
prout cum Motu Navis conſpirant, aut contrariè agunt.

Si in primo Motu A celerius B feratur, id eſt, m ſuperet n, Velocitas Corporis A, poſt Ictum, erit $v-\frac{f\sqrt{AB+2AC}}{A}$; reliquæ Velocitates detectæ Corporum B & C ipſi v addendæ ſunt.

In Scholio 2. Capitis ſequentis demonſtrabimus ſummam Virium poſt Ictum æqualem eſſe $Amm+Bnn+Cpp$; quod cum ante demonſtratis congruit *. * 108[illegible].

SCHOLIUM III.

Demonſtratio N. 1197.

1220. Poſitis quæ in N. 1196. 1197. fuere explicata, cùm de Corporibus aga-
TAB. tur Cylindricè terminatis, clarum eſt, ſingula Corpora, quæ ſimul in
XLII. C agunt, hujus Velocitatem mutare, ut ſi ſola agerent; nam mutatio
Fig. 2. eadem eſt, quomodocunque moveatur C *. Mutationes Velocitatum Cor-
* 1034. poris C, ex Actionibus Corporum A, & B, B, ſunt inter ſe ut GH, ad
* 1036. HI *: ita ut GI exprimat integram Velocitatem quam C, certo Tem-
pore, acquiſivit. Mutatio Velocitatis Corporis ex Actione Corporis A, ad
mutationem Velocitatis Corporis A, eodem Tempore, ut GH ad ON *;
* 967. 1186. & mutatio Velocitatis Corporis C, ex Actionibus Corporum B, B, ad
1216. mutationem Velocitatis horum Corporum, eodem Tempore, ut HI ad ML.
Ergo eo momento quo Corporis C Velocitas eſt GI, reliquorum Corporum diminutiones Velocitatum ſunt ON, ML; & Corporis A Velocitas eſt GN; Corporum B, B, Velocitas eſt GL. Mutationes hæ Velocitatum conſtantem inter ſe rationem ſervant; ergò Lineæ DI, EN, FL, ſecando Lineam quamcumque parallelam ipſi ED, determinabunt Corporum ſingulorum Velocitates eodem momento. Unde patet Corporum C, & B, B, Velocitates ad æqualitatem reduci, ubi C acquiſivit Velocitatem PQ; tumque inter hæc Corpora omnem Actionem ceſſare. Corporis autem A, hoc ipſo momento, Velocitas eſt PR, & Actio hujus in C continuatur, cujus Velocitas nunc tantùm augetur Actione ipſius A; hac de causâ QS, parallela DH, augmentum hoc Velocitatis indicat, & ubi Velocitas hæc eſt VS, eâdem Velocitate etiam movetur A, & nulla Corporum Actio ulterius datur; Motuque communi C, & A, ſeparata à B, B, in Motu perſeverant.

SCHOLIUM IV.

Demonſtratio N. 1203.

1221. Diximus ſummam Virium poſt Ictum, æqualem eſſe ſummæ Virium,
TAB. XLI. ante Ictum, in Colliſione in N. 1203. explicatâ: Poſitâ igitur Velo-
Fig. 6. citatum determinatione ibi traditâ, demonſtrandum Corpus C tantùm Virium acquirere, quantum amittunt A & B.

Quadratum Lineæ KN æquale eſt Quadratis Linearum KO & ON, aut
* 12. El. II. KP, & bis Rectangulo IOK *; etiam æquale eſt idem Quadratum Quadratis
* 11. El. II. KO & KP & bis Rectangulo MPK *: unde ſequitur æqualia eſſe Rectangula hæc; & Quadratum KN valere Quadratum KO, & Rectangulum IOK, ut & Quadratum KP cum Rectangulo MPK; ergò Quadratum KN æquale eſt Rectangulis IKO & MKP; & Quadratum K*n*, duplæ ipſius KN, quod Quadruplum eſt Quadrati KN, valebit quater ſummam Rectangulorum IKO & MKP. Multiplicatis his per C, habemus Vim
* 757. Corporis C, Ictu acquiſitam, æqualem $4C \times KO \times KI + 4C \times KP \times KM$ *.

Vis,

Vis, quam Ictu amiſit Corpus A, habetur multiplicando A per differentiam Quadratorum KD, K*i*, Velocitatum ante & poſt Ictum *: Diffe- * 1147.
rentia autem hæc, propter æquales DI, I*i*, valet quater Rectangulum
KID *; & Vis amiſſa eſt 4A×ID×KI: Sed in N. 1201. vidimus A, * 8. El. II.
C::KO, ID; ergò A×ID=C×KO, & Vis quam amittit A eſt 4C ×KO×KI.

Eodem modo demonſtramus, Vim quam amittit B, æqualem eſſe 4C×KP ×KM; ideoque ſummam Virium amiſſarum valere Vim, quam C acquiſivit. Q. D. E.

Vix differt demonſtratio, quando agitur de caſu Fig. 7.

SCHOLIUM V.

Demonſtratio N. 1205.

IN N. 1205. caſum indicavimus, in quo, datâ duplici Colliſione, ambæ 1222.
æqualiter durant.

Agitur de Corporibus, quæ terminantur figuris, revolutione Parabolarum, effectis; in quibus Tempus Actionis à Velocitate non pendet *; * 862. 915. 1017.
quare ſingulas Colliſiones ſeparatim conſiderare poſſumus; cùm mutatio Velocitatis ex unâ Actione non poſſit mutare durationem alius, quæ à Velocitate non pendet.

Colliſio datur inter Corpora A & C; ut & inter B & C. Sit *a* Parameter Parabolæ, quæ determinavit Figuram Corporis A; *b* Parameter Figuræ Corporis B. Si Corpora in obſtacula plana, & fixa, incurrerent, Tempora forent $\frac{A}{a}$, & $\frac{B}{b}$ * ſed, propter Colliſionem, nunc ſunt $\frac{AC}{aA+aC}$, & $\frac{BC}{bB+bC}$ *. * 915. * 1017.

In Caſu in quo Tempora hæc ſunt æqualia, eſt $a, b :: \frac{A}{A+C}, \frac{B}{B+C}$.
Q. D. E.

CAPUT X.

De Motu Centri Gravitatis.

SInt A, & B, Centra Gravitatis duorum Corporum; TAB. XLI. Fig. 8.
ſi ad C, Centrum Gravitatis commune, accedant 1223.
ambo, Velocitatibus, quæ ſunt inter ſe ut diſtantiæ ſuæ ab hoc Centro, nempe ut AC ad BC, id eſt, *inversè ut Maſſæ ipſorum Corporum* *, *quieſcit in hoc Motu Centrum* * 192. 199.
Gra-

Gravitatis ; nam dum, eodem Tempore, percurrunt A *a*, B *b*, quæ ſunt ut A C, B C, reſtant *a* C, *b* C, in eâdem ratione inverſâ Maſſarum ; quare, & in hoc
* 192. ſitu, C eſt commune Gravitatis Centrum *, quod in Motu hoc non fuit tranſlatum.

1224. Eadem demonſtratio poteſt applicari ad Motum *Corporum à commune Gravitatis Centro recedentium*, *Velocitatibus, quæ ſunt inverſè ut Maſſæ ;* in quo caſu ergo etiam *Centrum* hoc *quieſcit.*

1225. Si juxta directiones diverſas, & non per Centrum Gravitatis tranſeuntes, Corpora moveantur ; talibus poterunt transferri Velocitatibus, ut augmenta, aut diminutiones, diſtantiarum à Centro Gravitatis ſint in ratione inverſâ Maſſarum, in quo caſu quoque quieſcet Centrum Gravitatis.

1226. TAB. XLI. Fig. 9. *Si plura* dentur *Corpora*, ut A, B, D, & hæc *in eâdem lineâ mota*, *accedant omnia ad* C *commune Gravitatis Centrum, aut recedant ab hoc*, Velocitatibus, quæ in ſingulis Corporibus ſunt ut diſtantiæ ab hoc Centro, *quieſcit* etiam *hoc ipſum.* Nam, *cùm* in ſitu A, B, D, ſumma Productorum Maſſarum per diſtantias à C, ad unam partem hujus Puncti, æqualis ſit ſimili ſummæ ad
* 199. 202. aliam partem *, & hoc locum habebit mutatis omnibus diſtantiis, ut hìc ſit, in eâdem ratione ; quare
* 199. C manet Centrum commune Gravitatis *; quod ergo quieſcit.

In hoc caſu, *multiplicatis ſingulis Maſſis per ſuas Velocitates, ſumma Productorum, ab unâ parte Centri Gravitatis, æqualis eſt ſimili ſummæ ad aliam partem* ; ponimus
1227. enim Velocitates ut diſtantias à Centro hoc. *Quæ Productorum æqualitas, ut & indicata ratio inter Velocitates,* *ex*

ex Quiete Centri Gravitatis, ſi hanc dari ponamus, eodem modo *deducitur*.

Ex hiſce ſequitur, in Nave, Velocitate quacumque, uniformiter, motu rectilineo, tranſlatâ, Corpora duo, per Lineas quaſcumque rectas, uniformiter ita poſſe moveri, ut horum commune Centrum Gravitatis in hac ipsâ Nave quieſcat: & in hoc caſu, *ſi* Corporis 1228.
unius, ſervatâ directione, mutetur Velocitas, non *in Nave Centrum commune Gravitatis duorum Corporum* quieſcet: ſi verò *per momentum Temporis quieſcat* hoc, *manentibus Velocitatibus, & directionibus Corporum, Centrum Gravitatis in quiete perſeverabit*; quia uniformiter ab ipſo hoc Centro recedunt, aut ad hoc accedunt, Corpora in Lineis, quæ ſitum ſervant reſpectu ejuſdem Centri.

Tunc autem extra Navem habemus duo Corpora, 1229.
in Lineis rectis uniformiter mota, quorum Centrum Gravitatis commune quoque uniformiter progreditur in Lineâ rectâ.

Relictis nunc his, ponamus duo alia Corpora quæ- 1230.
cumque, utcumque uniformiter, in lineis rectis, ad libitum diſpoſitis, mota, patet commune Centrum Gravitatis quoque uniformiter progredi, ſi moveatur. Concipiamus enim Navem, quæ per momentum Temporis, quantumvis exiguum, cum ipſo Centro hocce moveatur, in hac Centrum quieſcet, per hoc momentum; & in quiete continuabit, ſi Navis uniformiter, ſervatâ directione, in motu perſeveret *; id eſt, cum * 1228.
Nave Centrum progredietur.

Si tertium Corpus concipiamus, quod etiam uni- 1231.
formiter, juxta directionem quamcunque, moveatur,

commune trium Corporum Centrum Gravitatis movebitur, quaſi duo prima in horum commune Gravitatis
* 212. Centro darentur *, & cum hoc Centro progrederentur; ita ut Centrum Gravitatis trium Corporum moveatur eodem modo, ac ſi de duobus ageretur, id eſt, unifor-
* 1230. miter * : cùm verò demonſtratio hæc ad quatuor, &
1232. plura Corpora, poſſit referri, ſequitur *Corporum quorumcunque, per Lineas rectas utcumque uniformiter motorum, Centrum Gravitatis, aut quieſcere, aut uniformiter per Lineam rectam progredi.*

1233. In Colliſione Corporum, Motus reſpectivos, à Motibus abſolutis diſtingui, in variis occaſionibus jam notavimus; his nunc ulterius addendum, Corporum ipſorum Motus abſolutos cum Motu abſoluto omnium Corporum, ſimul conſideratorum, non debere confundi.

DEFINITIO.

1234. *Motum abſolutum Corporum quorumcumque, ſimul conſideratorum, vocamus Motum Centri Gravitatis communis.*

In ſingulis Corporibus Motum determinamus ex Motu Centri Gravitatis, & hoc ad plura ſimul conſiderata applicari poſſe clarum eſt.

1235. Circa Motum hunc Centri Gravitatis obſervamus, quod in Scholio ſequenti 1. demonſtramus: *ſummam Virium Corporum quorumcumque, æqualem eſſe ſummæ Vis, quam haberent omnia Corpora ſimul agitata eâ Velocitate, quâ fertur commune Gravitatis Centrum, & omnium Virium, quibus Corpora reſpectu Centri hujus moventur.* Id eſt, ſi ſumma Maſſarum per Quadratum Velocitatis Centri Gravitatis multiplicetur, & ſingulæ Maſſæ multiplicentur per Quadrata Velocitatum, quibus, reſpectu Gra-
1236. vitatis Centri, moventur, aut quibus *in Nave, in quâ*

quâ Centrum Gravitatis quieſceret, agitata forent, ſumma omnium Productorum æqualis erit ſummæ Productorum ſingularum Maſſarum ductarum in Quadrata Velocitatum ſuarum. Idcirco *ſi, mutatis Motibus, ſumma Virium in hac Nave non mutetur, neque mutabitur ſumma Virium abſolutarum.*

Quædam alia quoque de hoc ipſo Motu Centri communis Gravitatis demonſtrabimus.

Dentur Corpora duo quæcumque mota, quorum Centrum Gravitatis, aut quieſcit, aut uniformiter progreditur; manifeſtum eſt in ſingulis momentis, Lineam, quæ tranſit per ſingulorum Centra Gravitatis, etiam tranſire per commune Gravitatis Centrum; & dictorum Centrorum diſtantias, ab hoc ultimo, eſſe in ratione inversâ Maſſarum Corporum *. 1237.

* 192. 202.

In hoc quoque caſu, *ſi Corporum mutentur Motus, & mutationes ſint in eâdem directione, ſed oppoſitæ, & ſint in hac directione Velocitatum mutationes in ratione inversâ Maſſarum, eo Motus Centri Gravitatis non mutabitur.* 1238.

TAB. XL. Fig. 5.

Sint Corpora in H & I; commune Gravitatis Centrum G; moveantur hæc, primum per HD, ſecundum, eodem Tempore, per IE; communis Gravitatis Centri via erit GF. Concipiamus nunc mutari Motus in ipſis punctis D, & E; mutationeſque fieri per D *d*, E *e*, quas parallelas concipimus, & in ratione inversâ Maſſarum; & illas ipſas indicare Spatia, quæ, novis his impreſſionibus, potuiſſent à Corporibus percurri, eo Tempore, quo primis Motibus DB, EA, percurriſſent. Corporum Motus nunc ſunt per D*b*, & E*a**; ſed via Centri Gravitatis eſt eadem. Ductâ enim AB, tranſit hæc per Centrum Gravitatis C, poſito

* 360.

 hujus

* 1232. hujus Motu non mutato *; hunc autem Motum non fuiſſe mutatum conſtabit, ubi demonſtratum erit idem hoc Punctum C, eſſe Centrum commune Gravitatis Corporum, poſitis his in *b* & *a*.

Ductis C*a*, C*b*, in Triangulis AC*a*, & BC*b*,
* 29. El. I. habemus angulos CA*a*, CB*b*, æquales *; & latera proportionalia AC, BC :: A*a*, B*b*; quia utraque ratio eſt inverſa Maſſarum. Alternando AC, A*a* :: BC,
* 6. El. VI. B*b*; & Triangula ſunt ſimilia *; ergo Anguli AC*a*, & BC*b*, æquales; & *a*C, C*b*, unicam efficiunt Li-
* 15. El. I. neam rectam *. Sunt quoque inter ſe AC, *a*C, ut
* 4. El. VI. BC, *b*C, *; ideoque ut AC, CB, ita *a*C, C*b*; quæ ergo ſunt in ratione inverſâ Maſſarum; & eſt C quoque Centrum Gravitatis Corporum, ubi ad *a* & *b* pervenere. Quod demonſtrandum ſupererat.

1239. Si plura dentur Corpora, horum omnium non mutatur commune Gravitatis Centrum, quamvis duo Corpora ſitum mutent, ſi modò horum duorum commune
* 212. Gravitatis Centrum maneat *. Ergo Motus Centri Gravitatis plurimorum Corporum, uniformiter agitatorum, non turbatur, mutatis motibus duorum quorumcunque
* 1238. ex his, juxta conditiones ſupra memoratas *; neque repetitis ad libitum talibus mutationibus. Omnes autem Actiones Corporum mutuæ, ſunt in eâdem Li-
* 361. neâ, & oppoſitæ *, ſunt quoque Velocitatum mutatio-
* 967. 1186. nes, inde oriundæ, in ratione inverſâ Maſſarum *; ergo
1240. *nunquam ex mutuis Corporum Actionibus communis Centri Gravitatis Motus turbari poteſt.*

1241. Conſtat ergo *Motum abſolutum plurimorum Corporum, ſimul conſideratorum, in Colliſione quacunque, non mutari*;
1242. ideoque *Centrum Gravitatis commune variorum Corporum*

in

Digitized by Google

in eâdem Lineâ, eâdem Velocitate, ante & poſt Ictum, moveri. Quod in ſingulis Colliſionibus ante explicatis, ex iis quæ de his expoſuimus, quoque deduci poteſt.

Hoc nunc demonſtrabo, ut eo magis illuſtrentur quæ ad hanc materiam pertinent.

Corporum duorum, aut trium, in ſe mutuò directè incur- 1243.
rentium ita, ut poſt Ictum, ſi non ſint Elaſtica, quieſcant,
*ante Ictum quieſcit Centrum Gravitatis *. In hoc eodem* 1244.
Concurſu, etiam poſt Ictum quieſcit Centrum hoc, ſi Corpora * 962. 1223. 1180. 1181. 1226.
*ſint Elaſtica.**. * 1100.

Si Corpora duo, aut tria, directè in ſe mutuò incurrant, 1188. 1224. 1226.
& Navis concipiatur ita agitata, ut Corpora, poſitis 1245.
his non Elaſticis, in hac poſt Ictum quieſcant, in hac ipsâ ante Ictum quieſcit Centrum Gravitatis * : & in * 1243.
tali Conflictu poſt Ictum etiam quieſcit idem hoc Centrum, ſi Corpora ſint Elaſtica *. Unde ſequitur Na- * 1244.
vem hanc moveri, eâ Velocitate, quâ ante, & poſt Ictum, commune Corporum *Gravitatis* Centrum fertur, cujus ergo *Centri Motus non mutatur.*

Eodem modo, in caſu explicato in N. 1196. & 1246.
1197., concipere debemus Navem, eâdem Velocitate TAB. XLII.
tranſlatam cum Centro Gravitatis commune omnium Fig. 1. 2.
Corporum. In hac Nave omnia Corpora ad hoc Centrum Gravitatis tendunt Velocitatibus, quæ ſunt ut diſtantiæ ab hoc Centro *; & productum Corporis C, per * 1227.
ſuam Velocitatem in Nave, valet producta aliorum Corporum, etiam multiplicatorum per Velocitates, quas in Nave habent *. In hac ipsâ Nave, durante Percuſſio- * 1227.
ne, minuuntur Corporum omnium Velocitates, dum C amittit GI, A amittit ON, & Corporum B, B, Velocitas minuitur quantitate ML. Sed productum C per GI valet producta A per GN, & B, B, per ML; diminutiones ergo

 ſunt

ſunt ut primæ Velocitates, & Velocitates ſuperſtites
* 19. El.V. in eâdem ratione *; & in quiete perſeverat Centrum Gravitatis, quamdiu mutuæ durant trium Corporum
* 1226. Actiones *. Ceſſante unâ ex his, duo Corpora in ſe mutuò tantùm agunt, quorum Centri Gravitatis non
* 1245. mutatur Motus *; quare trium Corporum Centri Gravitatis quies in Nave non turbatur.

1247. Propoſitionem, de quâ agitur, quoque locum habere in Motibus memoratis in N^is^. 1194. 1199. 1202. demonſtrabimus in Scholio ſequenti ſecundo.

1248. *In Concurſu obliquo duorum Corporum* duos conſideravimus Motus, unum quo directè in ſe mutuò incurrunt,
* 1171. alterum lateralem *, qui in Impactu non mutatur; quare neque mutatur Centri Gravitatis Motus lateralis; ſed neque juxta aliam directionem Centri Gravitatis Motus mutari poteſt, quia Impactu directo non
* 1245. mutatur *. Idcirco nullo reſpectu Motus hic variat, & *Velocitatem directionemque ſuam ſervat commune Corporum Gravitatis Centrum.*

SCHOLIUM I.

Demonſtratio N. 1235.

1249. Quamdiu Corpora moventur in eâdem Lineâ, Propoſitio, in N. 1235. memorata, ſimplici algebraicâ computatione patet.

Sint Corpora A, B, C; primi Velocitas m; ſecundi n; tertii p; Centri Gravitatis Velocitas d. Tendant Corpora ad eandem partem; & ſint m & n majores ipſâ d; p verò minor: Ergo Velocitates, quibus Corpora ad Centrum Gravitatis tendunt, ſunt $m-d$, $n-d$, $d-p$; & $A \times \overline{m-d} + B \times \overline{n-d} = C \times \overline{d-p}$; quare $2Amd - 2Add + 2Bnd - 2Bdd = 2Cdd - 2Cdp$, multiplicando integram æquationem per $2d$. Demonſtrandum autem $Amm + Bnn + Cpp = \overline{A+B+C} \times dd + A \times \overline{m-d}^2 + B \times \overline{n-d}^2 + C \times \overline{d-p}^2$. Ultima hæc quantitas ſic

ſic poteſt exprimi $A\,mm - 2\,A\,md + 2\,A\,dd + B\,nn - 2\,B\,nd + 2\,B\,dd + C\,pp - 2\,C\,pd + 2\,C\,dd$. Sed $-\,2\,A\,md + 2\,A\,dd - 2\,B\,nd + 2\,B\,dd$ & $-\,2\,C\,pd + 2\,C\,dd$ ſe ſe mutuò deſtruunt, & quantitas hæc tantùm valet $A\,mm + B\,nn + C\,pp$. Quod demonſtrandum erat.

1250. TAB. XLI. Fig. 10. Sint iterum tria Corpora A, B, C, quorum tantùm Gravitatis Centra conſideramus; ſit commune Gravitatis Centrum D; ponamus Corpora ita moveri per AE, BE, CE, Velocitatibus, hiſce Lineis proportionalibus, ut in unum punctum concurrant. Directio & Celeritas Centri Gravitatis D eſt DE. Velocitates, quibus Corpora ad Centrum commune Gravitatis tendunt, ſunt AD, BD, CD; hæ enim eſſent Corporum Velocitates in Nave, in quâ Centrum Gravitatis quieſceret. Idcirco demonſtrandum

$A \times AE^q + B \times BE^q + C \times CE^q = \overline{A + B + C} \times DE^q + A \times AD^q + B \times BD^q + C \times CD^q$.

Ad DE ducantur perpendiculares AF, BG, CH, LDL. Diſtantiæ Corporum A, B, C à Lineâ LDL ſunt FD, GD, HD; ergo, quia D eſt Centrum commune Gravitatis, $A \times FD + B \times GD = C \times HD$*; unde patet D eorum Corporum eſſe commune Gravitatis Centrum, poſitis his in F, G & H*. Si in hoc ſitu concipiamus Corpora moveri, A Velocitate FE, B Velocitate GE, & tandem C Velocitate HE; Centri Gravitatis Velocitas erit DE; Etgo $A \times FE^q + B \times GE^q + C \times HE^q = \overline{A + B + C} \times DE^q + A \times FD^q + B \times GD^q + C \times HD^q$*; addendo utrimque $A \times AF^q + B \times BG^q + C \times CH^q$, & ſubſtituendo Triangulorum rectangulorum AFD, BGD, CHD, AFE, BGE, CHE, Quadrata Hypotenuſarum pro Quadratis laterum *, habebimus propoſitum.

* 199. 217.
* 199.
* 1249.
* 47. El. I.

Demonſtratio ſimilis eſſet, ſi ex uno puncto exirent Corpora.

1251. TAB. XL. Fig. 6. Ponamus tandem Corpora utcumque moveri; A per Aa, B per Bb, D per Dd; hæcque, eodem Tempore, percurrere haſce Lineas, dum Centrum Gravitatis percurrit Cc: demonſtrabimus & in hoc caſu Propoſitionem locum habere.

Ex C, Centro Gravitatis Corporum in A, B, & D, poſitorum, concipio Lineas ductas, CE parallelam & æqualem Bb; CF parallelam & æqualem Aa; tandem CG parallelam & æqualem Dd. Si Corpora agitata forent, A per CF, B per CE, & D per CG, eodem modo hæc recederent à Lineis, ad libitum ductis, HI & IL, aut ad has accederent, quàm in motibus per Aa, Bb, & Dd: Ergo, in utroque caſu, eodem modo mutatur communis Centri Gravitatis diſtantia ab hiſce Lineis*. Idcirco, cùm in primo caſu Centrum hoc tranſlatum ſit à C in c, & in ſecundo caſu eodem modo erit tranſlatum; & c quoque eſt Centrum Gravitatis commune Corporum poſitorum in F, E, G.

Propoſitio, de quâ agitur, Corporibus his applicari poterit, ſi Motus dentur per CF, CE, CG*; ideo quoque his applicari poterit dum moventur per Aa, Bb, Dd; nam, in utroque caſu, iidem ſunt ipſi Motus Corporum, eadem tranſlatio Centri Gravitatis, & iidem Motus reſpectu Centri Gravitatis; propter parallelas & æquales vias Corporum in utroque caſu.

* 217.
* 1250.

SCHO-

SCHOLIUM II.

Demonſtrationes N. 1247.

1252. * 1247. Diximus * in caſu N. 1194., quem in N. 1217. peculiarius explicavimus, etiam Motum Centri Gravitatis non mutari; quod ut demonſtretur, probandum Corpora ita à ſe invicem ſeparari, ut, conſideratis ſolis Motibus, quibus ſeparantur, quieſcat Centrum Gravitatis; tunc enim, ſi concipiamus Corpora ſeparari in Nave, eâ Velocitate motâ, quâ Corpora conjunctim ante ſeparationem moventur, commune Gravitatis Centrum in Motu perſeverabit, eâ Velocitate, quâ Navis fertur.

1253. Poſitis quæ in N. 1218. fuere explicata, demonſtrandum A multiplicatum per Velocitatem ibi determinatam, quod productum eſt $f\sqrt{AB+2AC}$, valere ſummam productorum Corporum B & C, ſingulorum multiplicatorum per Velocitates ibi detectas. Producta hæc ſunt

$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC}-fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} \;\&$$

$$\frac{fC\sqrt{AB+2AC}+fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} \text{ quorum ſumma eſt}$$

$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC}+fC\sqrt{AB+2AC}}{B+C}, \text{ id eſt}, f\sqrt{AB+2AC}.$$ Quod demonſtrandum erat.

1254. Hiſce demonſtratis facile patet, quod in fine N. 1219. indicavimus, ſummam Virium, ante & poſt Ictum, in Motu in N. 1217. & ſeq. memorato, eſſe eandem. Vires, quibus partes Elaſticas inflexas poſuimus, ſunt Vires,
* 1213. 1226. quibus ad Centrum commune Gravitatis acceſſere Corpora *; ſervatâ eâdem Virium ſummâ à ſe invicem, uti ex computatione ipsâ ſequitur, fuere ſeparata: id eſt, illa ipſa fuit ſumma Virium quibus à Centro Gravita-
* 1252. 1253. * 1236. tis receſſere, cùm hujus Centri Velocitas Ictu non fuerit mutata *: unde ſequitur, ſummam Virium abſolutarum etiam eandem eſſe ante & poſt Ictum *.

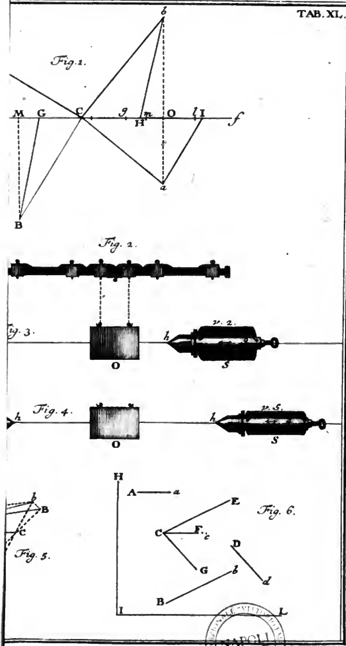
1255. In N. 1247. diximus, etiam Centrum commune Gravitatis Corporum, in Colliſionibus compoſitis in N. 1199. 1202. memoratis, eâdem Directione & Velocitate, Motum poſt Corporum Concurſum continuare.

TAB. XLI. Fig. 6. 7. Si concipiamus Corpora A & B ultra K, eâdem Velocitate, quâ ante Ictum movebantur, Motum continuare, quieſcente eodem modo Corpore C, neque directio neque Velocitas Centri Gravitatis communis mutata
* 1245. erit *. Conſtabit ergo propoſitum, ſi demonſtremus, in eodem puncto verſari Centrum Gravitatis, poſitis Corporibus, C in K, A in D, & B in E; aut poſitis his, C in N, A in I, & B in M; aut tandem poſitis, C in *n*, A in *i*, & B in *m*. Patebit autem, in hiſce tribus occaſionibus, idem eſſe Gravitatis Centrum, ſi demonſtremus hujus diſtantias à Lineis KF & KG non mutari.

Reſpectu Lineæ utriuſque demonſtratio eadem eſt, quare de KF tantùm agam.

Di-

TAB. XL.



NAPOLI

Digitized by Google

Diſtantia puncti N ab hac Lineâ eſt NM; puncti n eſt 2NM; punctorum D, I, & i, diſtantiæ ab eâdem KF deteguntur hiſce proportionibus,

$$PN, NM :: \begin{cases} KD, \dfrac{NM \times KD}{PN}. \\ KI, \dfrac{NM \times KI}{PN}. \\ Ki, \dfrac{NM \times Ki}{PN}. \end{cases}$$

Quibus detectis, diſtantiæ Centri Gravitatis communis Corporum, à memoratâ Lineâ KF, in tribus memoratis Corporum diſpoſitionibus, deteguntur $\frac{NM \times KD \times A}{PN \times \overline{A+B+C}}$, $\frac{NM \times C}{A+B+C} + \frac{NM \times KI \times A}{PN \times \overline{A+B+C}}$, & $\frac{2NM \times C}{A+B+C} + \frac{NM \times Ki \times A}{PN \times \overline{A+B+C}}$ *; * 217.
quas æquales demonſtramus.

Ex conſtructione ſequitur PN, NQ :: A, C; ergo $PN \times C = NQ \times A$. Sed NQ æqualis eſt ID, & valet $KD - KI$; ergo $PN \times C = KD \times A - KI\ A$; & $PN \times C + KI \times A = KD \times A$.

Eodem modo 2NQ valet 2ID, id eſt, iD, & æqualis eſt $KD - Ki$; unde deducimus $2PN \times C + Ki \times A = KD \times A$.

Multiplicatis hiſce tribus quantitatibus æqualibus $KD \times A$, $PN \times C + KI \times A$, & $2PN \times C + Ki \times A$, per NM, & diviſis productis per $PN \times \overline{A+B+C}$, habebimus quotientes æquales, à diſtantiis detectis non diverſos, Q. D. E.

SCHOLIUM III.

Inveſtigatio Motuum poſt Concurſum in N. 1004. memoratum.

SI demonſtratam in hoc Capite propoſitionem *, ante, & poſt mutuam 1256.
Corporum Actionem, Centrum Gravitatis eâdem Velocitate ferri, ap- * 1240.
plicemus ad Actionem in N. 1004. memoratam, Corporum poſt Concurſum Velocitates determinare poſſumus.

Tria Corpora, poſt Ictum, juxta directionem primi Motûs, feruntur Velocitate, quâ ante Ictum Centrum Gravitatis fertur *; nam nulla datur * 1245.
Actio, quâ directè ſeparari poſſint; Velocitas hæc detegitur Regulâ in N. 992. traditâ. Itaque moventur ut Corpora mollia poſt Impactionem directam; ſed, quæ in hac Corporum mollium Impactione deſtruitur, Corpora impacta Vim ſervant, in caſu quem examinamus; & hac idcirco lateraliter feruntur * : hæc Vis datur *; quare lateralis Velocitas, quæ nempe cum * 1151.
primâ directione angulum efficit rectum, detegi poteſt : ideoque directio- * 985. 1010.
nes & Velocitates abſolutas, quibus Corpora impacta poſt Ictum moventur, facilè determinamus.

Dicatur Q maſſa Corporis quieſcentis; ſint aliorum maſſæ P, P; & horum Velocitas v. TAB. XXXV. Fig. 1.

 Poſt

Digitized by Google

* 991. Poſt Ictum Corpus Q movetur Velocitate $\frac{2Pv}{2P+Q}$ *; eâdem Velocitate, juxta eandem directionem, feruntur Corpora P, P; ſed hæc præterea
* 985. 1010. lateraliter feruntur Viribus quæ valent $\frac{2PQvv}{2P+Q}$ *; quare utriuſque lateralis
* 757. Velocitas eſt $\frac{v\sqrt{Q}}{\sqrt{2P+Q}}$ *, & Velocitas abſoluta $\frac{v\sqrt{4PP+2PQ+QQ}}{2P+Q}$ *.
* 1151. Exemp. Sit $Q = 6$; $2P = 16$; $v = 8$; tunc Velocitas ipſius Q poſt Impactionem erit 5; Corporum P erit 7.

CAPUT XI.

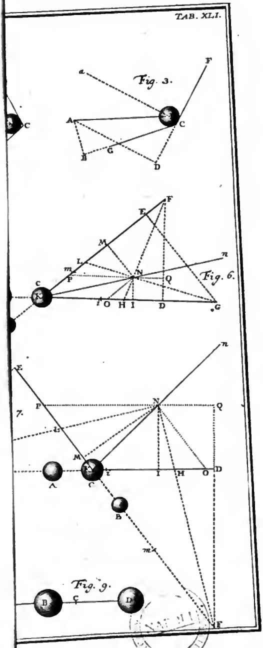
De trium Corporum Colliſione triplici.

1257. *Corpora in Motibus obliquis concurrere* poſſe, *ſine ullâ mutuâ Actione*, ex iis, quæ ſupra de Colliſione
* 1170. obliquâ duorum Corporum explicavimus *, deducitur facilè. In hunc caſum ſemper incidimus, *quando, reductis*
* 1171. *Motibus ambobus*, Methodo ibi explicatâ *, *ad eandem Lineam, tranſeuntem per amborum Centra Gravitatis in ſitu concursûs, conſequens Motus non antecedentem Velocitate ſuperat.*

1258. Agimus nunc de tribus Impactionibus; ſi ergo dentur Corpora tria concurrentia ita, ut tres dentur Concurſus, ante omnia ſeparatim hi ſunt examinandi, jux-
* 1257. ta hanc ipſam Regulam *, ut conſtet, ubique Impactionem dari. Si enim tres non darentur, referenda eſſet Col-
* 1210. 1211. liſio ad unam, aut alteram, ex ante explicatis *.

1259. Sint tria Corpora A, B, D; horum commune Gra-
TAB. XLII. Fig. 4. vitatis Centrum C; ſint hæc mota per Aa, Bb, Dd, Velocitatibus, hiſce Lineis proportionalibus, ita ut Concurſus detur in a, b, d. Examinatis ſeparatim ſolis Motibus Corporum A & B; deinde ſolis Motibus Corporum B & C; ut & ſolis Motibus Corporum A & C; detegimus tres dari Colliſiones, quas ponimus æqualiter durare.

Ut



1260.
* 222.

1261.

* 360.

1262.

1263.

Digitized by Google

* 991.

* 985. 1010.

* 757.
* 1151.

1257.

* 1170.

* 1171.

1258.

* 1257.

* 1210.
1211.

1259.
TAB.
XLII.
Fig. 4.

Digitized by Google

Ut nunc Motus poſt Impactum determinemus, quæ- 1260.
rimus commune Centrum Gravitatis *, ubi Corpora *222.
ſeſe mutuò tangunt; ſit hoc c. Per C & c ducitur
Linea, quæ continuatur ad *c* ita, ut æquales ſint Cc,
c *c*.

Ducendæ Lineæ ſunt, in quibus Impactiones ſunt di- 1261.
rectæ; & unius cujuſque Corporis Motus reſolvendus
eſt in duos in ipſis Lineis, in quibus Corpus hoc di-
rectè incurrit in duo alia. Motus per A a reſolvitur
in duos per AI & AL*, aut La & Ia; Motus per Bb *360.
in duos per Eb, Fb; tandem Motus per Dd in duos
per Gd, Hd; Velocitates verò horum omnium Mo-
tuum ipſis hiſce Lineis proportionales ſunt.

Per *c* Lineæ ducuntur perpendiculares ad dictas Li- 1262.
neas, in quibus Impactiones dantur, continuatas ſi
requiratur. Hæ ſunt *ei* perpendicularis ad EI; *hl* nor-
malis ad HL; & tandem *fg* cum FG Angulum effi-
ciens rectum.

Uni ex hiſce, ut *ei*, ad diſtantiam ad libitum deter-
minatam, ducitur parallela *mo*, quæ ſecat reliquas duas
in *x* & *z*.

In hac ipsâ parallelâ determinamus puncta *o* & *m* ita, 1263.
ut *ox*, *xz*, *zm*, ſint inter ſe ut Maſſæ B, D, A. In
quâ determinatione hanc obſervamus Legem; Linea *om*
parallela eſt *ie*, perpendiculari ad ba, relationemque
peculiarem habet ad Corpora A & B; & ponitur *zx*,
quæ jam determinata eſt, proportionalis tertio Corpo-
ri D. Linea *lh*, perpendicularis Lineæ da, & quæ
ergo peculiarem ad Corpora D & A relationem ha-
bet, determinat punctum *x*; & tertio Corpori B pro-
portionalem quærimus Lineam *xo*: id eſt, ut D ad B,

 ita

ita *z x* ſe habet ad *x o*. Eodem modo *z m* detegitur proportionalis alii Corpori A.

1264. Maſſa B determinavit punctum *o*, per hoc ducimus *o p*, parallelam d a, tranſeunti per Centra aliorum Corporum. Et per *m*, quod ope Maſſæ A fuit determinatum, duco *m p* parallelam d b, eodem modo tranſeunti per Centra aliorum Corporum; & hæ novæ Lineæ ſeſe mutuò ſecant in *p*: ducimuſque Lineas *c o*, *c p*, *c m*, quas indeterminatè producimus.

1265. Per Centrum Gravitatis c ducimus c V, parallelam E a, cui perpendicularis eſt *o m*; & in hac notamus puncta Q & V ita, ut c Q æqualis ſit I a; & c V æqualis ſit E b. Per hoc punctum V ducimus V T parallelam ipſi b d; & per Q ducimus Q T parallelam a d; hæ mutuâ interſectione determinant punctum T.

1266. Partem Q V, Lineæ c V, dividimus in R ita, ut Q R ſit ad R V, ut Maſſa Corporis B ad Maſſam Corporis A; à T per R ducitur Linea, quæ continuata Lineam *c p* continuatam ſecat in P. Per hoc punctum ducitur P O, parallela *po* & a d, quæ ſecat in O, Lineam *c o* continuatam; eodem modo P M, parallela *p m* & b d, in Lineâ *c m* continuatâ, determinat punctum M. Junctis punctis O & M, Linea hæc parallela erit Lineis *o m*, *i e*; per O & M quoque Lineæ ducuntur O N, M N, parallelæ reſpectivè Lineis *l h*, *f g*. Ita ducendæ hæ ſunt, ut Triangulum O N M punctum *c* includat; hac de causâ, in hac Figurâ O N parallelà ducitur *l h*, non ipſi *f g*.

1267. Ductis nunc c O, c M, c N, hæ Motus trium Corporum poſt Percuſſionem indicant, ſepoſitis Corporum magnitudinibus; Veri autem Motus demonſtrandi ſunt.

Pun-

Punctum O commune eſt Lineis OM, ON, per- 1268.
pendicularibus b a, d a; punctum a his ultimis Lineis
commune eſt, & c O motum indicat Corporis A; ductâque a *A*, parallelâ, & æquali, c O, habemus veram
Viam Corporis A, cujus Velocitatem hæc ipſa Linea
exprimit.

Eodem modo M ſpectat ad Corpus B; ductâque b *B*,
parallelâ, & æquali c M, habemus Viam, & Velocitatem, Corporis B, poſt Percuſſionem.

Sic etiam d *D*, parallela & æqualis c N, indicat
Viam & Velocitatem Corporis D poſt Impactum.

Hæc ita ſe habent, quando Corpora non ſunt Ela- 1269.
ſtica. Poſitis his Elaſticis, continuandæ ſunt Corporum
Viæ ante Concurſum, & ipſis Viis continuationes æquales ponendæ ſunt. A a continuatur ita ut a α æqualis ſit
ipſi A a; ductâque α *A*, producitur hæc in *a*, ut α *A*
& *A a* æquales ſint: Motus Corporis A, ſi Elaſticitas
ſit perfecta, erit per a *a*, Velocitate huic Lineæ proportionali.

Eodem modo detegimus reliquorum Corporum Motus per b *b*, & d *d*.

SCHOLIUM.

Demonſtratio præcedentis Conſtructionis.

Ponimus primum Corpora eſſe mollia; ergo mutuâ Actione non ſeparan- 1270.
tur; & cùm agatur de caſu, in quo Actiones omnes æqualiter durant,
neque aliis Actionibus ſeparantur. Idcirco, in hiſce tribus Colliſionibus, Cor-
pora concurrentia, poſt Impactum, eâdem Velocitâte feruntur in Lineis, 1271.
in quibus directè concurrunt: id eſt, ſepoſitis Corporum magnitudinibus, TAB.
continuò ambo manent in eâdem perpendiculari ad dictam Lineam, in XLII.
quâ concurrunt *. Ergo Corpora A & B, quæ in Lineâ EI concurrunt, Fig. 4.

 reſpectu

* 1174.

reſpectu hujus, ut & reſpectu c V, non ſeparantur, quamvis ab his lateraliter recedant.

1272. *Corpora* hæc ultima, *poſitis horum Motuum reſolutionibus ante memoratis* *,
* 1161. *concurrunt Velocitatibus*, I a, E b, *quæ Ictu mutantur; factâ autem ſimili re-*
* 1172. *ſolutione poſt Impactum, mutationes ſunt in ratione inverſâ Maſſarum* *, *quam-*
* 1186. *vis & alia Actio, eodem Tempore, in Corpus detur* *.

Hæc omnia locum habent in tribus Colliſionibus; ſi verò non tres hæ darentur, ratiocinia, quæ hac nituntur Hypotheſi, ipſas tres Colliſiones dari, falſa eſſent; hac de cauſâ, in anteceſſum examinandum diximus, an revera
* 1258. dentur *.

1273. Quæ diximus de Velocitatum mutationibus in ratione inverſâ Maſſarum *,
* 1272. locum habent, quæcumque ſit Motuum ſolutio *; hæc verò talis concipi po-
* 1172. teſt, ut Impactio ſit impoſſibilis; ut in hoc noſtro caſu reſpectu Motuum per Fb, Gd; ſed, ſi modò de Impactione verâ agatur, demonſtratio N. 1175. univerſalis eſt, quæcumque fuerint reſolutiones Motuum.

* 1271. Duæ, quas indicavimus Conditiones *, pro Solutione Problematis, de quo
1272. agitur, ſufficiunt; ſi enim ita Motus poſt Concurſum ſint determinati, ut hæ ipſis tribus Colliſionibus conveniant, habemus quod quærimus; nam Solutio talis unica eſt.

1274. Cum autem hac Methodo Conſtructio difficilis admodum fiat, melius eſt tertiam quoque addere Conditionem; nempe Centrum Gravitatis ante, &
* 1240. poſt Occurſum, eâdem Velocitate moveri *.

1275. Motus hujus Centri ante Percuſſionem eſt per Cc, quæ Linea quoque illius Velocitatem exprimit. Motus ergo poſt Impactionem eſt per cc; nam æqualis eſt hæc Linea ipſi Cc.

Per *o* ducatur parallela ad ON, & per *m* parallela ad MN; concurrunt hæ in puncto *n*, quod datur in Lineâ quæ à *c* ad N ducenda eſt; ut hoc facilè patet ex triangulis ſimilibus, quæ in hac Figurâ occurrunt.

Concipiamus nunc Corpora poſita eſſe, A in *o*, B in *m*, D in *n*; Corpora hæc habebunt commune Gravitatis Centrum *c*; nam 1°. ſunt hæc in æquilibrio circa Lineam *lh*; Corporum enim A & D diſtantia ab hac Lineâ ſe habet ad Corporis B diſtantiam ab hac eâdem, ut *xo* ad *xm*; ſed *xo*
* 1263. ad *xm*, ut Maſſa B ad ſummam Maſſarum A & D *; unde dictum æqui-
* 197. 217. librium deducitur * 2do. Diſtantia Corporum B & D, in *m* & *n* poſitorum, à Lineâ *fg*, ſe habet ad diſtantiam Corporis A, in *o* poſiti, ab eâdem Lineâ, ut *mz* ad *zo*; id eſt, ut Maſſa A ad ſummam Maſſarum B
* 1263. & D *; Ergo Corpora quoque in æquilibrio ſunt circa Lineam *fg* *.
* 197. 217. Unde ſequitur in interſectione Linearum *fg*, *lh*, id eſt, in *c*, dari commune Gravitatis Centrum trium Corporum.

Triangulum OMN ſimile eſt Triangulo *omn*, & punctum *c* reſpectu utriuſque eodem modo ſe habet; ergo hoc quoque eſt commune trium Corporum Gravitatis Centrum, ſi diſpoſita ſint A in O, B in M, D in N.

1276. Si nunc ponamus, ſepoſitis magnitudinibus Corporum, hæc poſt Impactio-
* 1267. nem moveri, A per cO, B per cM, D per cN, ut in Solutione diximus *,
* 1274. Conditioni tertiæ ſatisfactum erit *; ut & etiam Conditioni primæ *; ſi nunc
* 1271.
* 1272. demonſtremus, Conditionem ſecundam * in unâ Colliſione locum habere, de-

ter-

terminata erit Solutio; id eſt, non in aliâ Solutione hæc omnia concurrere poterunt; unde conſtabit Solutionem eſſe veram, & ſecundam Conditionem in aliis quoque Impactionibus locum habere.

Conſideramus Corpora A & B; poſt motuum reſolutiones *, Velocitates, in Lineâ in quâ Impactio fit, ſunt I a, E b; prima eſt æqualis c Q, & eſt Velocitas Corporis A; ſecunda, quæ eſt Velocitas Corporis B, æqualis eſt c V. 1277. * 1261.

Poſt Impactionem Motus ſunt ſolvendi ut ante Impactionem; id eſt, per O ducenda eſt parallela Lineæ A I, aut a d; id eſt, O P continuanda eſt in S *; & Velocitas in Lineâ c V, parallelâ Lineæ b a, in quâ Impactio datur, erit c S; & Corporis A mutatio Velocitatis in hac Lineâ eſt Q S. Motus Corporis B reſolvitur ductâ parallelâ Lineis B E, b d; eſt hæc M P *, quæ ſecat c V in X; & mutatio Motus in Lineâ c V eſt X V. Triangula P R S, Q R T ſunt ſimilia, propter parallelas P S, Q T *. Eodem modo, propter parallelas P X, T V *, ſimilia ſunt Triangula P X R, T V R. Unde deducimus, * 1266. * 1266. * 1265. 1266. * 1265. 1266.

R S, Q R :: R P, R T :: X R, R V.

Comp. R S + Q R = Q S, Q R :: X R + R V = X V, R V.

Altern. Q S, X V :: Q R, R V :: B, A *; * 1266.

id eſt, Velocitatum mutationes Q S & X V, prima Corporis A, ſecunda Corporis B, ſunt inverſè ut hæc Corpora: Quod demonſtrandum ſupererat.

Unicam autem eſſe hancce Problematis Solutionem ex hoc patet, quod Demonſtratio hæc ultima non procedat, niſi Lineæ O S, M X, ſeſe mutuò ſecent in communi interſectione Linearum *c p*, T R, id eſt, in P.

LIBER II.

Pars IV. De Legibus Elaſticitatis.

CAPUT XII.

De Fibris Elaſticis.

Quid ſit Elaſticitas, & unde oriatur, jam vidimus *; etiam quid ex hac in Congreſſu Corporum, ſive directè, ſive obliquè, in ſe mutuò impactorum, ſequatur; ſupereſt ut ipſius Elaſticitatis Leges examinemus, illudque ex Phænomenis. 1278. * 96.

Omnia

Omnia Corpora, in quibus Elaſticitatem obſervamus, conſtant ex Filamentis tenuibus, aut ſaltem quaſi ex talibus conſtantia conſiderari poſſunt; Corpus enim in Fila diviſum concipi poteſt; illaque Fila, inter ſe lateraliter juncta, Corpus efficere. Ut ergo, in caſu omnium minimè compoſito, Elaſticitas examinetur, Chordæ conſiderandæ ſunt, & quidem Metallicæ; Chordæ enim ex inteſtinis Ovium Spiram formant, quæ circumdat Filum rectum in medio, cum quo pars externa contorta certo modo cohæret; quare hæ Chordæ non ut fibræ, ex quibus Corpora formantur, conſiderari queunt.

1279. *Fibrarum Elaſticitas in eo ſita eſt, quod extendi poſſint; & ſublatâ Vi, quâ producuntur, iterum ad priſtinam Longitudinem redeant.*

1280. *Fibræ nullam habent Elaſticitatem, niſi certâ Vi tenſæ ſint;* hoc patet in Chordis parum tenſis, & quarum extremitates fixæ ſunt; hæ ſi à ſitu paululum removeantur, ad illum ſponte non redeunt: quiſnam verò ſit gradus Tenſionis, in quo Elaſticitas inchoetur, Experimentis nondum fuit determinatum.

1281. *Quando nimiâ Vi fibra tenditur, Elaſticitatem amittit*; & neque gradus hic Tenſionis notus eſt; illud conſtat, Tenſionem Fibrarum, quæ Elaſticitatem conſtituit, certis limitibus terminari.

1282. Ex hiſce patet differentia inter Corpora Elaſtica & Corpora non Elaſtica; quare Corpus Elaſticum Elaſticitatem amittat; & quomodo Elaſticitate deſtitutum proprietatem hanc acquirat. Lamina Metallica, repetitis mallei ictibus, quibus Fibræ tenduntur, fit Elaſtica; calefacta Vim hanc amittit; dum Actione Ignis ſitus partium turbatur.

In-

TAB. XLII.

Fig. 3.

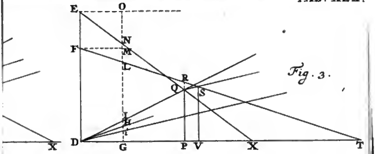
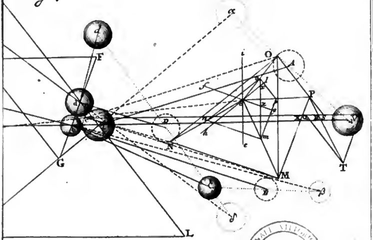




Fig. 4.



NAPOLI

Digitized by Google

Inter limites Tenſionis, quibus Elaſticitas terminatur, quæritur Vis, quæ, pro vario Tenſionis gradu, requiritur, ad Chordam certâ quantitate producendam; proportio quæ hìc locum habet Experimentis determinari debet; quæ, ut jam dictum, cum Chordis Metallicis inſtituenda ſunt. Cum verò hæ Chordæ vix ſenſibiliter producantur, directè Productionum proportiones menſurari nequeunt; aliâ methodo hæ determinantur.

Sit Chorda horizontalis A B, certâ Vi tenſa; cujus extremitates in A & B fixæ ſunt; pondere in medio Chordæ appenſo inflectatur Chorda, ut ſitum A C B acquirat. TAB. XLIII. Fig. 1.

DEFINITIO.

Linea, ut C*c*, *à puncto medio Chordæ, poſt inflexionem, ad punctum medium, in ſitu naturali, vocatur Chordæ Sagitta.* 1283.

Sit *c e* Circuli portio; centro B, & radio B *c*, deſcripti. Inflexione dimidia pars Chordæ producta fuit quantitate C *e*, quæ quantitas cum Sagittâ C *c* certam relationem habet, quam ſuo loco indicabimus. 1284.

Pondus etiam, quo Chorda inflectitur, certam cum Vi, quâ fibra tenditur, id eſt, per B C trahitur, relationem habet; & ita in variis Experimentis ex comparationibus Sagittarum, & Ponderum, quibus Chordæ inflectuntur, Productionum proportiones determinari poſſunt, ut in ſequentibus patebit. 1285.

Antequam autem diſtinctius haſce proportiones determinemus, generalia quædam explicanda ſunt Phænomena, quæ ab Elaſticitate pendent; & quæ eodem modo locum habent, quæcumque ſint Elaſticitatis Leges.

Quâ de causâ eodem modo obſervantur, ſive Chordæ ſint Metallicæ, ſive ex inteſtinis Ovium effectæ.

1286. TAB. XLIII. Fig. 2. Sit Chorda tenſa A B: & variis vicibus inflexa, in A c B, A c B, A C B; ſed ita ſemper, ut Sagitta ſit admodum exigua. Ponamus c B Tenſionem repræſentare; cum in his agatur de Sagittis minimis Lineæ, c B, c B, C B, vix ſuperant c B, & Productiones ſunt inſenſibiles; quare poſitâ Lege Elaſticitatis quacumque, exiguæ admodum Vires haſce dabunt Productiones: Error ergo non erit ſenſibilis, ſi in hiſce dicamus c B, c B, C B, repræſentare reſpectivè Tenſiones Fibræ, in hiſce ſingulis Inflectionibus. Tenſio autem Fibræ, in ſitu ut A C B, eſt Vis quæ punctum C per C B & C A trahit; & duplicata Sagitta repræſentat Vim, quæ

1287. idem punctum deorſum trahit *; quæ eſt *Vis inflectens.*

* 332. Hæc igitur, *quamdiu Sagitta eſt exigua, ad Vim tendentem, ante inflectionem, illam habebit rationem, quæ datur inter Sagittam duplicatam & dimidiatam Chordam.* Ex quâ Propoſitione ſequentes deducimus concluſiones.

1288. *Pondere ad libitum tendatur Chorda, & minori quocumque inflectatur; mutatis hiſce Ponderibus utcumque, ſi in eâdem ratione mutentur, non variatur Sagitta;* ſi nempe hæc ſit exigua, de hoc enim caſu in his omnibus agitur.

1289. Etiam, *manente eâdem Tenſione, Sagittæ minimæ ſunt inter ſe, ut Vires inflectentes.*

1290. *Chordæ* etiam, *quæ utcumque differunt, ſi ſint ejuſdem Longitudinis, & æqualiter tendantur, æqualibus Viribus æqualiter inflectuntur.*

1291. *Si Chordæ plures diverſas habeant Longitudines, ſed æquè tenſæ ſint, & æqualibus Ponderibus flectantur, erunt* in ſin-

* 1287. gulis Sagittæ duplicatæ ut Chordæ dimidiatæ *; ideo

&

& ipſæ *Sagittæ*, *ut Chordarum Longitudines*.

Si Chorda utcumque tenſa AB *flectatur*, ut Figuram 1292.
ACB acquirat, *&* *ſibi relinquatur*, Elaſticitate ad primam Figuram redit; & in hoc caſu Motus puncti C eſt acceleratus: nam in ſitu ACB Chordæ, Punctum hoc propellitur Vi, quâ in illo ſitu retineri poteſt; Motus hicce non deſtruitur, & ei ſuperadditur, in ſingulis punctis Sagittæ, Velocitas communicata Vi, quâ Punctum C in illis retineri poſſet. Celeritas omnium maxima eſt in c; & eâ Punctum C ulterius fertur, deinde redit, *variaſ*que *Vibrationes peragit*; in quibus Punctum C, niſi parva Spatia non excurrit: quâ de causâ Vis, qua in omnibus diſtantiis à c agitatur Punctum C, eſt ut hæc diſtantia *. *Et* quia cauſa movens *eſt Elaſticitas Chordæ*, transfertur cauſa hæc cum ipsâ Fibrâ ita, ut hanc, licet agitatam, premat, quaſi quieſceret; quare Vis hæc eſt *ejuſdem generis cum Gravitate* *. Congruit ergo Motus hicce cum motu Corporis in Cycloïde vibrati *, *& Vibrationes, licet inæquales, ſunt æquè diuturnæ.*

TAB. XLIII. Fig. 2. — * 1289. — * 371. — * 414.

Poſitis duabus Chordis ſimilibus, & æqualibus, ſed inæqualiter tenſis; Vires inæquales requiruntur, ut æqualiter inflectantur; ergo Vibrationes Temporibus inæqualibus peragunt. 1293.

Motus Chordarum harum conferri poſſunt cum Motibus Pendulorum in Cycloïdibus vibratorum *, & ſimiles Cycloïdes, Viribus diverſis, deſcribentium; quæ Vires ſunt inversè ut Quadrata Temporum Vibrationum *: in Chordis ergo etiam *Quadrata Temporum Vibrationum ſunt inter ſe inversè*, ut vires quibus æqualiter inflectuntur; quæ ſunt *ut Vires quibus Chordæ tenduntur* *.

* 1292. — * 432. — * 1288.

1294. *Quando Chordæ ſunt ſimiles, æquè tenſæ, ſed diverſæ Longitudinis*, harum Motus cum Motu Pendulorum etiam confertur. Quando de diverſis Gravitatibus in Motu Pendulorum agimus, attendimus ad Velocitates in ſimilibus circumſtantiis Corporibus communicatas; & quia Velocitates hæ ſunt ut ipſæ Vires, ideo proportionem Virium memoramus; quod etiam ad præcedentis numeri demonſtrationem referri poteſt.

In præſenti autem caſu debemus ad Velocitates, in ſimilibus circumſtantiis generatas, attendere, & rationem Velocitatum cum ratione diverſarum Gravitatum conferre.

TAB. XLIII. Fig. 1. 3. Chordæ, ACB, *adb*, quæ Ponderibus æqualibus inflectuntur, agitantur ut Corpora in quibus Gravitates agerent, quæ forent inter ſe ut *ab*, ad AB; in hac enim ratione ſunt Velocitates infinitè exiguæ, quæ, Vi-
* 138. ribus æqualibus, hiſce Corporibus communicantur *: Chordæ etiam hæ moventur ut Pendula, quorum Lon-
* 1291. gitudines ſunt ut *c*B ad D*b*, aut AB ad *ab* *: ergo Quadrata Durationum Vibrationum, quæ ſunt inversè
* 433. ut Vires, & directè ut Longitudines Pendulorum *, ſunt in ratione compoſitâ ex inversâ ratione *ab* ad AB, id eſt, AB ad *ab*, & directâ ipſius AB ad *ab*; quæ ratio compoſita eſt ratio Quadratorum Longitudinum. *Chordarum* igitur *Longitudines ſunt, ut Vibrationum Tempora.*

1295. Simili ratiocinio comparantur *Tempora Vibrationum Chordarum diverſæ craſſitiei, poſitis Chordis æqualibus, & æqualibus Viribus tenſis*; hæ æqualibus Viribus æqualiter
* 1290. inflectuntur *; & ideo agitantur ut Pendula æqualia, in quæ agunt Gravitates, quæ *ſunt* inversè, *ut* quanti-
tates

tates materiæ in Chordis *; id eſt, inversè ut Quadrata Diametrorum; quæ ratio iterum invertenda eſt ad habendam proportionem Quadratorum Durationum Vibrationum *; Ideo *Diametri* ipſæ ſunt ut Durationes. * 138. * 432.

1296. *Datis Chordis ejuſdem generis quibuſcunque, Vibrationum Durationes* inter ſe poſſunt comparari; *ſunt* enim *in ratione compoſitâ ex ratione inversâ Radicum Quadratarum Virium, quibus Chordæ tenduntur *, ratione Longitudinum Chordarum *, & ratione Diametrorum *.* Multiplicando Diametrum per Longitudinem, dividendo productum per Radicem Quadratam Vis, quâ Chorda tenditur, & pro variis Chordis operationem hanc ineundo, quotientes diviſionum erunt inter ſe ut Vibrationum Tempora. * 1293. * 1294. * 1295.

De ipſis Legibus Elaſticitatis nunc agam.

MACHINA,

Quâ Experimentis Leges Elaſticitatis explorantur.

1297. Pars hujus Machinæ præcipua eſt Aſſis A B, longus circiter Pedes tres; latitudinem habens unius Pedis, & craſſitiem fere unius Pollicis. Pedibus inſiſtit. TAB. XLIII. Fig. 4.

Cum hoc Aſſe conjungitur Lignum craſſius E F, cui inſeritur Vectis ferreus, tres partes quartas Pollicis latus, & craſſus; Hujus extremitates ſunt inflexæ ita, ut ad angulos rectos ipſi Vecti inſiſtant, & efficiant Brachiola duos Pollices longa. Vectis longitudo poſt inflexionem eſt trium Pedum. Hic in ligno E F abſconditur; ſola Brachiola D, D, apparent, non tamen integra. Ipſum Lignum E F cum Aſſe conjungitur Cochleis, quarum capita apparent in *c*, *c*.

1298. Unicuique Brachio imponitur Lamella, qualem ſeparatim

ratim exhibemus in GG; caudata hæc eſt in K; Cauda hæc Brachio inſeritur, & Cochleâ M, auxilio Manubrii S, ita firmatur, ut omnino immobilis ſit.

Cum hac ipsâ Lamellâ anſa cohæret H, per quam trajicit Cochlea I, cujus ope ſecunda Lamella L, priori minor, ipſi primæ GG conjungitur.

Lamella L, in medio ſuperficiei ſuperioris, ad exiguam profunditatem excavata eſt, ut Cochlea I, quæ in hanc Cavitatem penetrat, ſemper in eodem loco premat. Lamellæ ambæ chalibeæ ſunt, & ſuperficies contiguas aſperas habent.

1299. Fibra, aut Lamina, cujus Elaſticitas exploratur, tenditur, & ipſius extremitates, ab utraque parte, inter indicatas Lamellas firmantur, ipſas comprimendo Cochleis *i*, *i*.

Fibra ita tenſa parallela eſt ſuperficiei EF, & trajicit Laminam cupream *n*, quam ſeparatim in N exhibemus; & quæ in medio Fibræ ſuſpenditur.

1300. Lamina major cuprea P cum ipsâ Machinâ conjuncta ita eſt, ut parallela ſit plano EF, & ſuperficies anterior paulò minus diſtet ab hoc plano quàm ipſa Fibra.

1301. Super hac Laminâ liberrimè rotatur Index QR; hujus Motus menſuratur diviſionibus portionis Circuli, cujus Diameter eſt unius Pedis. In hujus circumferentiâ centum diviſiones occupant Pollices ſedecim; quæ diviſiones in minores ſubdividi poſſunt.

Axis Indicis ad partem poſticam Laminæ P retinetur, ne motus Indicis impediatur; nam hic caudatus deſideratur, ut in omni ſitu ſit in æquilibrio.

1302. Inter Laminæ P ſuperficiem & ipſum Indicem, cum eodem

eodem axe cohæret Trochlea tenuior, quæ cum Indice movetur: ſi tamen illa retineatur, hujus ſitus mutari poteſt; ut in Horologio, manentibus Rotis, Indicis ſitus mutatur.

Duobus ſulcis anguſtis circumdatur Trochlea; qui ſuperficiei proximus eſt, recipit Catenam, illis ſimilem, quæ in Horologiis portatilibus adhibentur; Diameter, in fundo ſulci menſurata, additâ latitudine Catenæ, eſt trium partium quartarum Pollicis. Sulcus alter recipit Filum ſericum, & Diameter Trochleæ in fundo hujus ſulci menſurata, additâ Diametro Fili, quoque eſt trium partium quartarum Pollicis.

Catenæ extremitas una in ſulco firmata eſt, & ipſa 1303.
pro parte Trochleam circumit; pars Catenæ reliqua verticaliter deorſum tenſa, ipſi Laminæ N, ſuſpenſæ in medio Fibræ, reſpondet. In Laminæ hujus N ſuperiori parte prominentia datur *o*; in quâ juxta craſſitiem inciſio datur; hanc trajicit Fibula tenuiſſima, quam amplectitur Uncus, in extremitate Catenæ cum hac cohærens. Filo, quod juxta contrariam Directionem circumdat Trochleam, conjungitur Cylindrus cupreus **T**, exactiſſimè ejuſdem ponderis cum Laminâ N & adhærente Unco V. Duplicem uſum Cylindrus hic habet; tenſam ſemper ſervat Catenam, & ſuſtinet Laminam N cum Unco V; quibus ergo non gravatur Fibra.

Adhibitâ hac Machinâ Leges Elaſticitatis explorari 1304.
poſſe, ex ante explicatis * ſequitur. * 1284. 1285.

Si Fibra, aut Chorda, metallica tenſa ſit, applicatis in medio ſucceſſivè variis Ponderibus, Sagittæ notari poterunt. Lamina N trahit Catenam; hæc circumdat Tro-

Trochleam, cujus Diameter decimam ſextam partem valet Diametri Circuli diviſi, quem Indicis extremitas
* 1301. percurrit *; ſingulæ autem Diviſiones hujus Circuli,
1302. reſpondent centeſimis partibus Pollicis in Sagittâ.

Datis autem Sagittis, inter ſe Productiones conferri poſſunt; & Tenſionum augmenta, quibus illæ debentur, determinari poterunt; ſed maximis incommodis obnoxia eſt hæc Methodus. Hac ipsâ, mutatis Ponderibus juxta progreſſionem Arithmeticam, ad regularem ſeriem Productionum, & Tenſionum, pervenire non potui, niſi adhibitis correctionibus in Sagittis, minoribus quidem, & milleſimam Pollicis partem vix ſuperantibus. Cùm tamen, neglectis his correctionibus, quæ difficulter deteguntur, & tamen inveſtigandæ ſunt, quia minimi hi errores vix evitari poſſunt, nihil regulare detegamus, aliam Methodum quæſivi; hoc ipſum eo magis neceſſarium duxi, quod, ubi Sagittæ ſunt majores, id eſt, ad Pollicem unum accedentes, aut hunc ſuperantes, & alia irregularitas detegatur, quam nimiæ inflexioni in medio tribuendam credo.

1305. Hiſce de cauſis mediam quandam Sagittam ſelegi; juxta quam in omnibus Experimentis inflexi Fibram; nullaſque alias deſiderari inflexiones, in ipſis Experimentis patebit.

1306. Minores autem Sagittas uſu venire, ubi de ipsâ Tenſione, ante inflexionem, determinandâ agitur, ex
*1287. ante dictis ſequitur *.

1307. Sagitta media quam adhibeo, eſt 0, 4. Pollicis. Pro-
TAB. XLIII. ductio *Ce*, partis CB, in hoc ſitu detegitur, dividen-
Fig. 1. do Quadratum Sagittæ *Cc* per Diametrum Circuli, cu-
*36.El.III. jus Arcus eſt *ce*, id eſt, per AB *; quæ longitudo in noſtrâ

noſtrâ Machinâ eſt 34, 5 Poll. Eſt ergo *Ce* æqualis 0, 0046. Poll.; id eſt, non attingit ducenteſimam Pollicis partem, & totius Fibræ Productio parum deficit à centeſimâ Poll. parte; valet 0, 0092. Pollicis.

Hanc autem detegimus Elaſticitatis generalem Legem, *Productionem Fibræ, utcunque tenſæ, cæteris paribus, ſequi proportionem Vis producentis.* 1308.

Fibra, ut vidimus, non habet Elaſticitatem, niſi certâ Vi tenſa ſit *; dum ita tenditur, producitur; * 1280. ſed de hac Productione non agitur.

Ponimus Fibram ita tenſam ut ſit Elaſtica; ſuperadditâ Vi quacumque, dicimus Productionem, ex hac oriundam, ſequi proportionem hujus ipſius Vis.

EXPERIMENTUM.

Utimur Chordâ æneâ, quales in quibuſdam Inſtru- 1309. mentis Muſicis adhibentur. In Experimento, quod nunc TAB. XLIII. exponam, talem adhibui, quæ ponderabat Grana 24. Fig. 4. Erat hoc pondus partis tenſæ inter Lamellas quæ ipſam retinent; hujuſque partis Longitudo eſt, ut diximus, triginta quatuor Pollicum cum ſemiſſe *. * 1307.

Chorda Machinæ applicatur *; primùm firmatur ex- 1310. tremitas una, Forficibus trahitur extremitas altera, quæ * 1299. inter Lamellas, ut GG, & L, tranſit, tenditurque Chorda, cujus tunc extremitas hæc altera quoque firmatur, converſione Cochleæ *i*.

Tranſit Chorda per aperturam O, ut diximus; in hujus parte ſuperiori levis datur inciſio, ut eidem puncto Laminæ ſemper reſpondeat Chorda.

Pondere, quod Drachmam valet, aut hanc paulò 1311. excedit, gravatur Uncus V Laminæ N, notatur diviſio cui Index reſpondet; & duabus, tribus, aut quatuor

Drachmis gravatur ulterius Lamina, & ſpatium ab Indice percurſum notatur. Eo determinamus augmentum Sagittæ minoris, ex additione unius Drachmæ; variiſque tentaminibus inter ſe collatis omne dubium removetur. Quamdiu Sagitta decem diviſiones non excedit, id eſt, minor eſt decimâ parte Pollicis, creſcit, & minuitur, hæc juxta rationem Ponderis inflectentis; unde ſequitur Tenſionem in hiſce Inflexioni-
* 1289. bus non mutari *.

Augmentum Sagittæ detectum valet ipſam Sagittam, ubi integrum Pondus inflectens valet Drachmam unam.

1312. Hac detectâ, determinandum augmentum Sagittæ ex pondere ipſius Chordæ. Hæc, ſibi permiſſa, incurvatur pondere ſuo; ſed, quando in medio gravatur, haberi poteſt pro conſtante ex duabus Lineis rectis; quæ, cùm in extremitatibus aliis ſuſtineantur, dimidiato ſuo pondere in Medio agunt; neglectâ nempe exiguâ inclinatione ad Horizontem.

1313. Tentaminibus indicatis detexi, tres Drachmas dare Sagittam, quæ valet 4; appendo hoc Pondus trium Drachmarum, & habeo Pondus inflectens trium Drachmarum, cum duodecim Granis, aut quintâ Drachmæ parte, propter Chordæ pondus. Huic reſpondens Sagitta eſt $4\frac{1}{4}$, ſi huic diviſioni reſpondeat Index, ipſæ diviſiones veras magnitudines indicant Sagittarum. Si cum aliâ diviſione Index conveniat, ſitus ip-
* 1302. ſius mutari poteſt *; ſed, cùm difficulter hoc ita fiat, ut exactè deſiderato puncto reſpondeat, ſatis in hiſce eſt obſervare, in hoc Experimento, initium diviſionum removeri à puncto, cui nunc Index reſpondet, quatuor diviſionibus cum quartâ parte; & habebimus detectum

tectum ſitum Indicis, quando Sagitta valebit quadraginta, aut quatuor decimas Pollicis partes. Situm hunc habuimus, quando Pondus inflectens valuit Uncias quatuor cum ſemiſſe; id eſt, Drachmas triginta ſex.

Repetitum eodem modo fuit Experimentum, auctâ Chordæ Tenſione ita, ut, appenſo Pondere unius Unciæ, Sagitta eſſet quinque; hanc habuimus quadraginta, appenſo Pondere octo unciarum cum Drachmis ſex. 1314.

Iterum Tenſio fuit ita aucta, ut, appensâ Unciâ unâ, Sagitta eſſet quatuor; fuit hæc quadraginta, appenſo Pondere decem Unciarum cum Drachmis ſex. 1315.

Inita computatione cum Sagittis minoribus *, detegimus Tenſiones ante ullam inflexionem, hiſce proportionibus. In primo Caſu *, 1316.

* 1287. * 1313.

0,04 : 8,625. :: 3. Dr. : 646, 8. Dr. = 5. Lib. & 7. Drach. fere.
In ſecundo caſu,

0,05 : 8,625. :: 8. Dr. : 1380. Dr. = 11. Lib. demta dimidiata Unc.
In tertio caſu.

0,04. : 8,625 :: 8. Dr. : 1725. Dr. = 13 $\frac{1}{2}$ Lib. demtis Dr tribus.
Si in hiſce tribus occaſionibus, auctâ inflexione, Tenſio non augeretur, creſceret Sagitta ut Pondus inflectens *. Tunc Sagitta valeret 0,40, in primo caſu, appenſo Pondere Drachmarum triginta. In ſecundo caſu Pondere ſemi Libræ. In tertio Pondere decem Unciarum. In his autem tribus caſibus, augenda fuere hæc Pondera æqualiter, ſex nempe Drachmis. Augmentum autem Tenſionis ex his ſex Drachmis detegimus, hac Proportione *,

* 1287. * 1287.

0,40. : 8,625. :: 6. Dr. : 129,4. Dr. = 1. Lib. cum 1 $\frac{1}{2}$ Dr. fere.

1317. Experimentum eodem modo procedit datâ aliâ Tenſione quacumque; unde ſequitur, auctâ Tenſione quantitate, quæ valet Libram unam cum ſeſqui Drachmâ, ſemper Productionem Fibræ valere 0, 0092. Poll.; ſi æquale Pondus iterum ſuperaddatur, Productio nova quoque priori æqualis erit, duplumque Pondus duplicatam dat Productionem; & Experimentum evincit, hanc illius
* 1308. Proportionem ſequi; ut ſupra diximus *.

1318. *In Chordis ejuſdem generis, craſſitiei, & æqualiter tenſis, ſed diverſæ Longitudinis, Productiones, quæ ex ſuperadditis æqualibus Ponderibus oriuntur, ſunt inter ſe ut Chordarum Longitudines.* Chorda enim in omnibus punctis eſt æquè tenſa: Productio ergo integræ Chordæ eſt dupla Productionis hujus partis dimidiæ, aut Chordæ dimidiæ Longitudinis.

1319. *Productiones Fibrarum ejuſdem generis, & craſſitiei, ſunt* ergo *in ratione compoſitâ Longitudinum, & Ponde-*
* 1308. *rum quibus producuntur* *.

Si craſſitie Fibræ differant, quamvis ſint ex eâdem
1320. Materiâ, *Vires, quæ æqualiter producunt Fibras, Longitudine æquales, non ſunt inter ſe, ut Materiæ quantitates in Fibris*; & in Experimentis, quæ adhibitis diverſis Chordis tentavi, hanc rationem aliquando majorem, aliquan-
1321. do illâ minorem, detexi. Unde ſequitur *majorem, aut minorem, Elaſticitatem, in Corporibus ejuſdem generis, cæteris paribus, pendere à peculiari quâdam partium diſpoſitione.* Quod etiam deducitur ex iis quæ de Elaſticita-
* 1282. te, in initio hujus Capitis, obſervavimus *.

C A-

CAPUT XIII.

De Laminarum Elaſticitate.

EX iis, quæ de Fibrarum Elaſticitate diximus, dedu- 1322.
cimus quæ ad Laminas pertinent. Lamina enim
poteſt haberi pro congerie Fibrarum, quamvis ex ha-
rum conjunctione ſingularum Elaſticitas mutetur *; ſi * 1321.
Laminam tenuem, non admodum latam, conſidere-
mus, de ipſius Productionibus, appenſis Ponderibus,
Experimenta inſtituere poterimus, eodem modo, ut
cum Fibris. Experimenta hæc demonſtrabunt eandem
legem Elaſticitatis, quam ſuperius indicavimus *, & * 1308.
hic locum habere; nempe, *Productionem Laminæ ſequi* 1323.
rationem Vis quâ producitur.

EXPERIMENTUM I.

Experimentum hoc eodem modo inſtituitur ut illud, 1324.
quod in præcedenti Capite fuit explicatum *; loco TAB. XLIII.
Chordæ Elaſticæ Lamina adhibetur. Fig. 4.

Duobus uſus ſum Elaſteriis ex iis, quibus motus * 1309.
communicatur Horologiis portatilibus; reſectis extremitatibus perforatis, unum ex his in partes duas æquales fuit diviſum; quæ junctæ fuere extremitatibus alius, firmiter admodum.

Juncta hæc Elaſteria Laminam effecerunt longam Pollices triginta & octo cum quartâ parte; & quæ ponderat grana octoginta quatuor; duplicata autem Lamina eſt in locis conjunctionum; quare Pondus hoc tribuendum eſt Laminæ triginta novem Pollices longæ. Pars, quæ inflexione producitur, longa eſt Pollices triginta quatuor cum ſemiſſe; additis partibus duplica-

tis, longitudo eſt triginta quinque Pollicum cum quartâ parte, & ponderat hæc Grana ſeptuaginta & ſeptem; & Pondus inflectens quodcumque augetur Gra-
* 1312. nis triginta tribus *, id eſt, Pondus hoc addendum fuit Ponderi applicato, ut Pondus inflectens determinaretur. Nos tria Grana negleximus.

1325. Lamina hæc Machinæ applicatur, tenditur, & fir-
* 1310. matur, ut de Chordâ dictum *; ſed Forfices, Cochleâ inſtructæ, adhibendæ ſunt. Tranſmittitur Lamina per foramen O; cujus latitudinem, Laminæ latitudo occupat; dum tamen liberè per foramen tranſit.

Hæc nunc ſunt diverſa Tentamina.

1326. Duæ Unciæ cum ſemiſſe dabant Sagittam decem; & octodecim Unciæ Sagittam quadraginta.

1327. Quatuor Unciæ Sagittam decem; viginti quatuor Unciæ Sagittam quadraginta.

Hæc habuimus in Tenſionibus minoribus; inutile eſt medias memorare, tranſeo ad majores.

1328. Octo Unciæ dabant Sagittam ſeptem; quinquaginta & tres Unciæ, cum tribus partibus quartis, dedere Sagittam quadraginta.

1329. Octo Unciæ dabant Sagittam ſeptem; ſexaginta & una Uncia cum ſemiſſe dabant Sagittam quadraginta.

1330. Computationes ineuntur, ut de Chordis dictum *.
* 1316. In hoc autem Experimento Pondus inflectens, datâ Sagittâ quadraginta, ſemper octo Unciis ſuperavit Pondus, quo ſepoſito augmento Tenſionis, hæc Sagitta haberetur.

Ipſæ autem Tenſiones fuere.

* 1326. In primo Tentamine *, fere tredecim Librarum cum ſemiſſe.

In

Digitized by Google

In ſecundo * paulò ſuperavit viginti & unam Libram * 1327.
& octo Uncias cum ſemiſſe.

In tertio * fuit Librarum ſexaginta & unius cum * 1328.
Unciis novem cum ſemiſſe.

Et tandem in ultimo * duabus Unciis deficiebat * 1329.
à Libris ſeptuaginta duabus.

Singuliſque in Tenſionibus hiſce, admodum differentibus inter ſe, habuimus Productionem eandem, nempe 0,0092. Poll., auctâ Tenſione Libris decem cum Unciis duodecim cum ſemiſſe.

In omnibus aliis Tenſionibus à nobis examinatis idem habuimus.

1331. Ergo concluſiones, quas ex Experimento Capitis præcedentis deduximus *, & ex hoc ſequuntur. * 1317. 1318. 1319.

1332. Laminæ Elaſticæ pleræque ſe ipſas ſuſtinere poſſunt; id eſt, firmatâ unâ extremitate, Lamina, pondere ſuo, parum flectitur; ſi Vi extraneâ flectatur, ſibi permiſſa movebitur variaſque Vibrationes peraget, ut de Fibrâ tensâ antea demonſtratum *. * 1292.

In tali Inflexione Lamina, in punctis diverſis, diversâ Vi producitur; id eſt, ſi concipiamus Laminam, in innumeras partes infinitè exiguas & æquales, diviſam, in inflexione partes hæ inæqualiter producuntur.

1333. *Si unius tantum particulæ Productio daretur*, cùm hæc ſequeretur rationem Vis producentis *, *ſibi permiſſa*, * 1308. *Tempore æquali*, *ſemper rediret ad priſtinum ſitum*; hìc enim applicare poſſumus demonſtrationem de Motu Fibrarum *. * 1292.

1334. Diverſæ verò particulæ, ſeparatim productæ, non æqualibus Temporibus redirent; quia diverſas Materiæ quan-

quantitates ſecum traherent; non enim agitur de partibus ſeparatis.

Ubi verò Elaſterium flectitur, & ſibi permittitur, eodem Tempore partes omnes Vibrationem peragunt; accelerato quarundam Motu, dum aliarum retardatur;
* 424. ut in Pendulo compoſito *.

In diverſis autem totius Laminæ Inflexionibus accelerationes hæ, & retardationes, ab eadem causâ pendent; nempe à materiâ movendâ Actionibus diverſarum particularum Laminæ.

Ex his deducimus, cùm Actiones hæ ſeparatim agentes, in Inflexionibus quibuſcumque, æquali ſemper Tempo-
* 1333. re Motus abſolverent *; has & nunc, ubi ſemper ab iiſdem cauſis mutantur, æquali Tempore quoque Mo-
1335. tus abſolvere; ideòque *omnes Vibrationes ejuſdem Laminæ, utcumque inæquales, eſſe æquè diuturnas; Laminamque agitari juxta Leges Penduli in Cycloide oſcillati*; ita enim Pendulum hoc agitari poſt N.^{m} 414. demonſtravimus.

Leges hæ ſunt, ut Actio in Corpus, in ſingulis punctis Viæ percurrendæ, ſit ut diſtantia puncti à loco in
* 414. quo Corpus quieſcere poteſt *; & ut Vis talis ſit, quæ
* 371. agat in Corpus motum ut in Corpus quieſcens *; qua-
* 1292. lem eſſe Vim Elaſticitatis in Capite præcedenti vidimus *.

1336. Unde deducimus, *varias ejuſdem Laminæ Inflexiones*
TAB. XLIII. *proportionales eſſe Viribus quibus Lamina in his inflexionibus*
Fig. 5. *retinetur*. Sit Lamina AB, cujus extremitas A fixa eſt, duabus retineatur Viribus, in ſitu A*b* & Ab; ſi una fuerit alterius dupla, b*b* & *b* B erunt æquales.

1337. EXPERIMENTUM 2.

TAB. XLIV. Fig. 8. Lamina A ex variis Laminis Elaſticis junctis conſtat;

The-

Thecæ B inſeritur; ibique ad latus utrumque movetur inter Regulas ut *cd*, *cd*; Fila duo ſupremæ parti Laminæ annectuntur, & per foramina, in fundo Thecæ, immittuntur, junguntturque Lamellæ cupreæ E; cum quâ etiam in medio Filum aliud cohæret, cui appenditur Pondus P Semi-libræ. Deſcendit Lamella per ſpatium Semi-pollicis; ſuperaddito æquali Pondere, deſcenſus iterum eſt Semi-pollicis; & ſic ulterius, donec non amplius comprimi poſſit Lamina.

Unaquæque Lamina minor proportionaliter ad Pondus inflectitur*, & Motus Ponderis, ex omnibus Inflexionibus junctis, eandem proportionem ſequitur. Cum pluribus Laminis junctis Experimentum inſtituitur, quia in variis Inflexionibus directio Actionis Ponderis in Laminas ſenſibiliter non mutatur. 1338. * 1336.

. Quæ de Inflexione Laminarum dicta ſunt, ad Laminam curvam ACB transferri poſſunt; ſi hæc duobus Ponderibus gravetur ut ſitus *acb*, acb, acquirat, & Pondera ſint inter ſe, ut unum ad duo, diſtantiæ *cc* & *c*C erunt æquales*; Introceſſiones igitur puncti C ſunt, ut Pondera quibus Lamina gravatur: quod etiam referri poteſt ad Introceſſiones plurimarum Laminarum junctarum. 1339. TAB. XLIII. Fig. 6. * 1336.

Integram Actionem, quâ Elaſterium flectitur, determinabimus colligendo in unam ſummam omnes Actiones minimas, quibus ſucceſſivè Inflexio augetur. 1340.

Sit AB Spatium in Inflexione percurſum; & BC Vis, quæ in eo ſitu retinet Laminam flexam; ductis AC, ut & DE parallelâ BC, erit DE proportionalis Actioni, quæ, in Inflexione AD, retineret Laminam*. Dum hæc flectitur, tranſit per omnes Inflectio- TAB. XLIII. Fig. 7. * 1330.

nes intermedias, inter minimam Inflexionem & maximam AB; & Actio integra, quâ ita Lamina fuit flexa, valet omnes Actiones ſimul, quibus in ſingulis Inflexionibus minoribus, per quas tranſiit, retineri potuiſſet. Summa hæc exhibetur per ſuperficiem Trianguli ABC; ut patet, ſi hìc referamus quæ in N°. 373. & N°. 750. *& ſeq.* continentur.

Vis, ergo, integra in Inflexione AD ad Vim integram in Inflexione AB, ut Triangulum ADE ad Trian-
1341. gulum ABC; Unde patet *Vires Integras Inflectentes eſſe*
*19.El.VI. *in ratione duplicatâ ipſarum Inflexionum* *.

1342. Ponamus appenſo, aut applicato, Pondere Inflexionem fieri; ſitque BC Pondus, quo in Inflexione AB retinetur Lamina. Integra Actio Ponderis, dum hoc deſcendit per AB, quæ ſequitur rationem Ponderis ipſius, & rationem Spatii deſcendendo percurſi, propor-
*23.El.VI. tionalis eſt, integræ ſuperficiei ABCG *, quæ du-
*41.El.I. plo major eſt Triangulo ABC *; & Productum Ponderis BC, quod inflexam retinet Laminam, per ipſam Inflexionem AB, quæ æqualis eſt Spatio deſcendendo à Pondere percurſo, duplum valet integræ Vis flectentis,
1343. id eſt, *integra Actio, quâ Elaſterium fuit flexum, valet Vim, quam acquirit Pondus memoratum, cadendo ab altitudine qua valet dimidiatam Inflexionem.*

Elaſterium, dum relaxatur, Actionem præſtat æqua-
* 1341. lem illi, quâ fuit flexum, ſi perfecta ſit Elaſticitas *;
* 1083.
1344. ergo *Vires, Relaxationibus Elaſterii communicatæ, ſunt ut*
* 1341. *Quadrata Inflexionum* *: Et *Velocitates ſunt ut Inflexiones* *;
1345. *quæ ſunt ut Vires, quibus in ſitu Elaſterium retinetur* *.
* 753.
* 1336.

EXPERIMENTUM 3.

1346. Omnia fere quæ, in Exp. 2. Capitis II. hujus Libri,

bri *, indicata fuere, & hìc uſu veniunt; poſitis ergo *778.
quæ in N. 778. habentur; obſervandum Retinacula $p\,q$, $p\,q$, (TAB. XXVI. Fig. 3.) à Laminâ cui applicantur, eſſe removenda, antequam hæc ſuo loco firmetur.

Axis quoque $t\,s$ (TAB. XXVI. Fig. 2.), cum Malleo m cohærens, removetur. Hæc omnia facilè, relaxatis cochleis minoribus, tolluntur. Orbiculus R ſuſtentaculis p, p, imponitur, & liberrimè rotatur.

Suſpenſo, ut dictum, Rectangulo A, ipſi inſeritur TAB. XLIV. Fig. 1.
Cylindrus, quo Maſſa ſit 4; ut in caſu ſecundo Exp. memorati ſecundi Cap. 2. hujus Libri. Lingula Elaſterii reſpondet foramini in Laminâ $g\,f$, à quâ Retinacula fuere remota. Filum tenue tranſmittitur per foramen in anteriori parte Lingulæ *: & trajicit filum du- *739.
plicatum Laminam $f\,g$, ut & ſequentem $b\,c$, & circumponitur orbiculo r.

Appenditur Pondus P trium Librarum; junctis pri- 1347.
mùm nodo Fili extremitatibus. Filum Forficibus ſubitò reſcinditur inter Orbiculum r & Laminam $b\,c$; duplicatum autem eſt Filum, ſed unum ex his tantùm reſcinditur; Corpuſque liberatum adſcendit ad diviſionem 5, 2.

Si pro tribus Libris quinque appendamus, Corpus 1348.
adſcendit ultra diviſionem 8, 6.

Velocitates ergo ſunt, ut 52. ad 86. cum ſemiſſe, aut ut 3. ad 5.; id eſt, ut Pondera appenſa.

Hoc ipſo Experimento defectum Elaſticitatis ipſius 1349.
Elaſterii determinare poſſumus; conferendo adſcenſum Ponderis projecti, cum deſcenſu Ponderis Inflectentis, ut in Scholio ſequenti demonſtramus; in quo etiam

 vide-

videbimus, quomodo Tempus ipſum, in quo Elaſterium fuit relaxatum, determinetur.

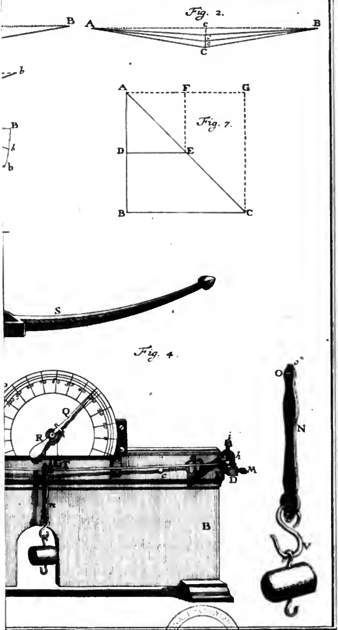
1350. In Elaſterio, quo, in hoc & aliis Experimentis, uſi fuimus, Elaſticitas ſe habet ad Elaſticitatem perfectam, ut 11. ad 12. proximè, attendendo ad Vires communicatas; Velocitas autem quam communicat Elaſterium hoc, ad Velocitatem, poſitâ perfectâ Elaſticitate, ut 22. ad 23. proximè, & in hoc noſtro Experimento, datâ hac perfectâ Elaſticitate, Velocitates fuiſſent 5, 43. & 9, 03.

1351. Tempus, quo hoc ipſum, quo utimur, relaxatur Elaſterium, quod Tempus idem eſt ſive Elaſterium mi-
* 1335. nus ſive magis flectatur *, vix ſuperat duas centeſimas vigeſimas nonas partes unius minuti ſecundi, quando
1352. propellit Corpus, quo in hoc Exp. uſi fuimus. Si Corpus motum differat, Tempus eſt inversè ut Velocitas communicata, aut directè in ratione ſubduplicatâ Maſſæ.

1353. In ultimo Experimento Filum trajicit duas Laminas *fg*, *bc*; quia uſus ſum eâdem Machinâ, quam in Expe-
* 778. rimento 2do. Cap. II. hujus Libri adhibui *, æquè tamen exactè ſimpliciori Machinâ demonſtrari poteſt; ſed inutile eſt duas adhibere Machinas, ubi una ſufficit. Non tamen inutile credo & hanc ſimpliciorem indicare.

1354. Lamina cuprea DBC, ita flectitur, ut ambæ hujus
TAB. XLIV. partes DB, BC, Angulum contineant rectum. Parti
Fig. 2. 3. DB adhæret, & huic ad Angulos rectos inſiſtit, Lamina E, cum quâ cohæret Cochlea *h*. Pars hæc DB
* 760. Tabulæ * applicatur, ut in Fig. 4. & 5. videmus; per ſciſſuram horizontalem in Tabulâ penetrat memorata Lami-

TAB. XLIII.



NAPOLI

Digitized by Google

Lamina E, quæ in ipſâ hac ſciſſurâ paululùm moveri poteſt, quod in Experimento deſideratur *; firmatur * 778.743.
autem cochleâ *hq*, interpoſitâ Laminâ cupreâ *l*, ne Lignum lædatur.

Hiſce poſitis, Lamina BC ad angulos rectos ipſi Tabulæ * inſiſtit; verticalis eſt, & perforata in * 760.
L. Orbiculus R, circa axem liberrimè volubilis, huic ipſi Laminæ BC adhæret, axeos extremitatibus in ſuſtentacula *p*, & *p*, penetrantibus, & verſationes habentibus.

Circa ipſum Experimentum difficultatem nullam dari 1355.
Figura ipſa ſatis demonſtrat. TAB. XLIV. Fig. 4.

Adhibitâ hac eâdem Laminâ, etiam facile inſtituimus ipſum Experimentum 2. Cap. 11. hujus Libri; 1356.
ſupra indicatum; ſed in hoc non dentata ad latera, TAB. XLIV.
ſed perforata deſideratur Elaſterii Lingula *. Removetur Fig. 5. * 739.
Orbiculus R, cum ſuſtentaculis: Rectangulum ſuſpenditur, ut in dicto Experimento; Lingula Elaſterii in foramen L intruditur ita, ut unum aut alterum foramen ipſius Lingulæ ad poſticam Laminæ BC partem perveniat; Foramini huic inſeritur Fibula M, ex filo æneo effecta: Elaſterium nunc flexum eſt, poteſtque, propter diverſa in Lingulâ foramina, Inflexio variari; relaxatur Elaſterium, ſubitò deorſum trahendo Fibulam M; cui, ut hoc magis commodè fiat, alligatur Funiculus T. Reliqua non differunt ab iis, quæ in memorato Experimento *, indicantur. * 778.

Hac Methodo, quamvis rudiori, ſatis tamen accu- 1357.
ratè Experimenta procedunt, ut dubium circa concluſionem dari nequeat; quia facile patet aliquid defectui Machinæ tribuendum eſſe.

1358. Si in Experimento I. Cap. VI. hujus Libri *, quoque velimus recedere à Methodo perfectiori, ibi memoratâ, poterimus uti Methodo, illi ſimili quam nunc dedimus.
* 1095.

Loco Machinæ, quam cum Rectangulo conjungimus, & cujus deſcriptio habetur in N°. 1090. *& ſeq.*, utimur Laminâ cupreâ, flexâ, ut in *gf*, exhibemus; quam etiam cum Rectangulo * conjungimus, ope duarum Cochlearum, per foramina, quorum unum videmus in *o*, penetrantium. Laminæ pars anterior *fg* in medio perforata eſt in L.
TAB. XLIV. Fig. 6.
* 773.

Laminam hanc cum Rectangulo conjunctam in Fig. 7. in B exhibemus. Rectangulum A Elaſterium conjunctum habet, ut in præcedentibus Experimentis. Corpora hæc ſuſpenduntur, ut diximus in Experimento de quo nunc agitur *; Lingula Elaſterii in foramen Laminæ *fg* intruditur, & Elaſterium flectitur, retineturque Fibulâ M, ut ſupra vidimus *.
TAB. XLIV. Fig. 7.
* 1095.
* 1356.

Ut Corpora ſeparentur, Funiculo T, ex foramine Lingulæ Elaſterii, Fibula M extrahenda eſt; ſed Fila, quibus Rectangula ſuſpenduntur, ita producuntur, ut, ſeparatis Rectangulis, agitatio admodum irregularis ſit. Incommodum hoc removemus ſi clavum, ex craſſiori Filo æneo, in Tabulam juxta quam Corpora moventur, perpendiculariter ad ſuperficiem, inſeramus, ut in S exhibemus; tunc, trahendo Funiculum T, parum admodum deſcendet Lamina *fg*, ita enim clavus poſitus eſt, & motus ſatis regularis erit.

1359. Reliqua, in ipſo indicato Experimento *, videri poſſunt. Si hac Methodo Experimentum hoc inſtituamus, expenſæ admodum minuuntur; ſed non in omnibus
* 1095.

bus cum demonſtratis Experimenta conveniunt; errores autem ipſi Machinæ tribuendos eſſe, diſtinctius patet, ſi ſingula tentamina, tranſpoſitis Maſſis, repetantur. Si ex. gr. Maſſa B ſit quatuor, & A tria; repetendum erit Experimentum, poſitis Maſſis, A quatuor, & B tria.

Cum hæ ultimæ Methodi *, quibus ipſe olim uſus * 1354. 1356. 1358.
ſum, admodum ſimplices ſint, non inutile credidi has hìc indicare; non autem antea harum mentionem feci; quia omnia, de quibus hic agitur, Experimenta ad hoc Caput propriè pertinent; ordo tamen Demonſtrationum poſtulavit, ut ipſa Experimenta antea exponerentur; quare pro ſingulis unicam tantùm Methodum, & quidem maximè perfectam, explicavimus.

SCHOLIUM.

Explicatio Norum. 1350. 1351. 1351.

Superius vidimus, in noſtrâ Machinâ Corpus elevari ad altitudinem unius 1360.
Pollicis, quando agitatur Velocitate 14, 6. *; ſed in illis Longitudo * 883.
Filorum, quibus Corpus fuit ſuſpenſum, diverſa fuit ab eâ, quæ obtinuit in Experimentis, de quibus nunc agitur, ut & iis, quæ antea cum Elaſterio fuere inſtituta *; in his Adſcenſus eſt unius Pollicis, quando Velocitas * 779. 780. 781.
eſt 14, 2.

Altitudines ſunt ut Quadrata Velocitatum *; ergo * 381. 399.

$$\overline{14, 2}^2 ; \overline{5, 2}^2 :: 1 ; 0, 1341,$$

eſtque hæc Altitudo, ad quam in Experimento * Corpus pervenit; quam * 1347.
ſi multiplicemus per Pondus ipſius Corporis, Productum exprimet Actionem Elaſterii.

Rectangulum cum adjectis * ponderat Uncias quatuor cum parte quartâ; 1361.
quadruplum fuit Pondus in Experimento, & valuit Libr. $1\frac{1}{64}$; Actio Ela- * 771.
ſterii valuit ergo 0, 1362.

Actio, quâ Elaſterium fuit flexum, quæ valet Actionem, quâ, poſitâ per- 1362.
fectâ Elaſticitate, relaxatur, habetur multiplicando dimidiatam Inflexionem per Pondus trium librarum *. * 1343.

In- 1347.

Digitized by Google

* 778. Inflexio Elaſterii, in Exp. 2. Cap. 11. *, fuit 0, 16. Pol.; & relaxatum,
* 780. Corpori, eidem de quo nunc agitur, communicavit Velocitatem 8, 4 *; Ve-
* 1345. locitates autem, quando agitur de eodem Corpore, ſunt ut Inflexiones *; Ergo

84; 52:: 0, 16; 0, 099 = Inflexioni quæſitæ.

Multiplicatâ hac Inflexione per tria, dimidium Producti 0, 279, id eſt, 0, 148, dat Vim quæſitam.

1363. Habemus igitur perfectam Elaſticitatem, ad veram, ut 1425, ad 1362 *,
* 1361. id eſt, ut 495 ad 451; proximè ut 12 ad 11.

1364. Cùm autem Vires ſint ut quadrata Velocitatum *, Velocitas, quam Elaſte-
* 753. rium communicavit, ſe habet ad Velocitatem, poſitâ perfectâ Elaſticitate, ut 22. ad 23. proximè.

* 1347. Et in Experimento, de quo nunc agimus, Velocitates, quæ in primo *
* 1348. & ſecundo * tentamine fuere 5, 2., & 8, 05., datâ perfectâ Elaſticitate, fuiſſent 5, 43. & 9, 01.; ut hæc omnia in N. 1350. indicavimus.

1365. Tempus, in quo, Elaſterium de quo agitur, relaxatur, ſemper idem
* 1335. eſt, quamdiu idem Corpus propellitur *; examinabimus nunc caſum, antea
* 1362. memoratum in N°. 780. Inflexio fuit 0, 16 *, & Velocitas 8, 4.

In Experimentis, de quibus agitur, Longitudo Penduli agitati eſt Poll. 50, 5; & dum Corpus ſuſpenſum movetur, deſcribit hoc arcum Circuli, cujus Diameter eſt Poll. 101, & quando Velocitas eſt 14, 2 Sinus arcûs deſcripti eſt decem Pollicum; cui reſpondet Arcus 11. gr. 25'. Arcus in Experimento deſcriptus hac proportione detegitur,

142; 84:: 11°, 25'; 6°, 45'.

cujus longitudo eſt 5, 949. Poll.

Duratio Vibrationis Penduli, cujus Longitudo eſt Poll. 50, 5., eſt 1'', 1524; & in dimidio hujus Temporis, id eſt in 0'', 5767 Corpus, percurrit Arcum 5, 949. Pollicum; Elaſterium, dum relaxatur, movetur juxta Legem
* 1335. Penduli in Cycloïde oſcillati *, & poteſt conſiderari, quaſi Arcum percurreret ſimilem illi, quem Corpus ipſum percurrit; quare Spatia percur-
1.* 449. ſa ſunt ut Tempora *; ideo

5, 949; 0, 16:: 0'', 5767., 0'', 0155. = Tempori quæſito.

Hoc Tempus vix ſuperat $\frac{2}{129}$ unius Minuti ſecundi; ut in N°. 1351. diximus.

1366. *Tempus* hoc, *cæteris manentibus*, *ſequi rationem inverſam* Longitudinis Arcûs percurſi, ipſa computatio demonſtrat; dum hic ipſe Arcus ſequitur ra-
* 442. tionem *Velocitatis* *. Qui caſus, ſi manente Inflexione mutetur Elaſticitas, exſtat.

1367. In eandem durationem incidimus aliâ Methodo; in quâ uſu veniunt quæ
* 1362. in initio hujus Scholii habuimus; nempe Inflexionem Elaſterii eſſe 0, 099 *,
* 1363. quando adſcenſus Verticalis Corporis Elaſterio projecti eſt, 0, 1341. Poll. *

1368. Si nunc aliundè notum ſit, Corpus in 1''. cadere ab altitudine 187,
* 415. 470. 6644. Poll. *; detegimus Tempus caſus ab altitudine 0, 1331. Poll.; eſtque
* 374. 0'', 0167 *.

1369. Inflexio Elaſterii fit juxta eaſdem Leges, juxta quas movetur Corpus, quod Motum amittit imprimendo in Corpore molli Cavitatem Parabolicam, de quâ
* 891. 893. 1335. ſupra egimus *; quare & hic in Relaxatione Elaſterii locum habet Regula

N°,

N[i]. 897, ſi pro Profunditate Cavitatis ponamus Elaſterii Inflexionem 0, 099; & pro Altitudine, ibi memoratâ, ipſam, ad quam Corpus fuit projectum 0, 1341. Poll.

Poſitâ Diametro ad circumferentiam, ut 113. ad 355; hanc habemus 1370.
Proportionem

$$0,1341 \times 113 : 0,099 \times 88,75 :: 0'',0267 : 0'',0155.$$

Detegimuſque iterum $0'',0155$.

Eſt hoc Tempus, quo Elaſterium relaxatur: ſi de hujus Inflexione ageretur, Tempus minus eſſet; quia ubi inflectendum eſt Elaſterium, eâ Velocitate eſt projiciendum Corpus, quâ hoc repelleretur ſi perfecta eſſet Elaſticitas; & Tempus minuitur, quando de eâdem Inflexione agitur, in ratione in quâ Velocitas augetur *. * 1366.

Si Maſſa mutetur, reliquis manentibus, Velocitas ſequitur rationem in- 1371.
verſam ſubduplicatam Maſſæ *; cujus inverſa eſt ipſa hæc ratio directa, quam * 731. 758.
Tempus ſequitur *; ut in N°. 1352. diximus. * 1366.

CAPUT XIV.

De Solidis Elaſticis.

In duobus Capitibus præcedentibus de Fibris, & 1372.
Laminis, egimus; primùm ſolam Longitudinem conſideravimus, poſtea Longitudinem cum Latitudine; nunc autem tres dimenſiones ſimul conſiderandæ veniunt. In hoc ultimo caſu, non agitur de totius Corporis Inflexione, aut Productione, ut in duobus præcedentibus; ſed partium Inflexio convenientiam quandam habet cum Introceſſione partium in Corporibus mollibus.

Corpus omne *Elaſticum* poteſt haberi pro congerie La- 1373.
minarum, & *dum* illud *percutitur* hæ cedunt; omnium- TAB. XLIV.
que Inflexiones ſimul ſumtæ valent Vim integram, quæ Fig. 9.
in Corporis Percuſſione deſtruitur *. Si aliâ Vi Cor- * 934.
poris partes intropremantur, ſingularum Laminarum Inflexiones diverſæ ſunt, & in ſingulis Inflexio ſequi-

 tur

*1341. tur rationem ſubduplicatam Vis agentis in Laminam *; agitur autem de iiſdem Laminis, & Actio integra, ſive major ſive minor ſit, eodem modo per has ipſas diſpergitur, quare ſingularum Inflexio fit juxta eandem rationem; & *externæ Laminæ Introceſſio*, quam menſurare ſæpe poſſumus, *eſt in ratione ſubduplicatâ totius Vis partes introprementis.*

Lamina quæcumque ex his, ſi ſeparatim relaxaretur, æquali Tempore ad priſtinum ſitum rediret, ſive ma-
*1335. gis ſive minus flexa foret *; unde deducimus, junctis
1374. his omnibus, *Relaxationem partium flexarum etiam ſemper fieri æquali Tempore, quando idem Corpus hac Relaxatione movetur.* Hoc conſtabit ſi, mutatis mutandis, huc referamus, quæ de Laminâ flexâ in N°. 1334. diximus.

Si hæc velimus ad Sphæras Elaſticas referre, & inde concluſiones deducere, quædam præmittenda ſunt.

1375. Sit A C B E Sphæra; ponamus punctum C uſque ad D
TAB. XLIV. intropremi; id eſt, ſuperficiem A C B. ſeſe applicare ſu-
Fig. 10. perficiei alius Corporis; tunc, ſi Maculam ibi imprimat, Ma-
1376. culæ diameter erit æqualis arcui A C B Arcus autem hic ſemper exiguus admodum eſt, poteſtque haberi pro ſummâ Subtenſarum AC, CB; & etiam pro æquali ipſi Lineæ AB.

1377. Ductâ A E, Triangulum C A E eſt Rectangulum *;
*31.El.III. *8.El.VI. quare Triangula C A D, C A E ſunt ſimilia *; &
*4.El.VI. D C, C A, C E, proportionales *; unde ſequitur Qua-
*17.El.VI. dratum Subtenſæ æquale eſſe Rectangulo ex Abſciſſâ
1378. C D & Diametro C E *. Ergo *Quadrata Subtenſarum*
*1.El.VI. A C, aC, *ſunt inter ſe, ut Abſciſſæ reſpondentes* C D,
1379. C d *. Subtenſæ hæ ſunt ut Diametri Macularum, *quando Introceſſiones Abſciſſis æquales ſunt*: Ideò quoque *ſunt hæ Abſciſſæ*, ut quadrata Diametrorum Macularum, id eſt,

eſt, ſunt *ut ipſæ Maculæ* *; quas æquales eſſe vidimus Baſibus Segmentorum A B C, a b C *. *2.El.XII. *1376.

In hoc eodem caſu Abſciſſæ menſurant Inflexiones externæ Laminæ Corporis; ſunt ergo Quadrata Abſciſſarum, ut *Vires quibus partes fuere compreſſæ* *; quæ Vires ideo etiam *ſunt ut Quadrata Macularum.* 1380. *1373.

In Triangulo A C B, A B ſe habet ad *n n*, ut C D, ad C d; idcirco dictæ ſegmentorum Baſes ſunt quoque, ut A B ad *n n* *. 1381. *1379.

Si nunc integrum Segmentum A C B concipiamus diviſum in innumeros orbes, planis ut a b, *a b*, ipſi Baſi A B parallelis, ſinguli orbes proportionales erunt Lineis reſpondentibus *n n*, *e e*; ſi autem Lineæ ſingulæ latitudinem habeant æqualem craſſitiei orbis reſpondentis, partes Trianguli A C B, proportionales erunt, partibus reſpondentibus ipſius Segmenti; & Segmenta ipſa A C B, a C b, *a* C *b*, erunt inter ſe, ut Triangula A C B, *n* C *n*, *e* C *e*. Triangula ipſa ſunt, ut Quadrata Baſium A B, *n n*, *e e* *, quæ Baſes ſunt ut ipſæ Baſes Segmentorum *. Ergo ipſa *Segmenta ſunt*, ut Quadrata horum Baſium, id eſt, ut Quadrata Macularum; aut *ut Vires quibus partes intropremuntur* *. 1382. *19.El.VI. *1381. 1383. *1380.

Si eadem Sphæra Elaſtica, diverſis Velocitatibus, incurrat in Obſtaculum fixum Elaſticum, Quadrata Macularum erunt, ut Quadrata Velocitatum *, id eſt, *Maculæ erunt ut Velocitates.* 1384. *1380. 753.

EXPERIMENTUM I.

Ut in Exper. 1. Capitis 3. hujus Libri hìc quoque utimur Plano graviori marmoreo, cæruleo, paululum madefacto, ut Color magis ſit intenſus. 1385.

Globus eburneus demittitur, & cadendo in Pla-

TAB. XLIV. Fig. 11. num impingitur, Maculamque circinatam in hujus ſuperficie relinquit. Cadat Globus ab altitudine novem Pollicum, & ſit Macula E; cadat deinde ab altitudine trium Pedum, prioris quadruplâ, & ſit Macula F; tandem cadat ab altitudine ſex Pedum & novem Pollicum, noncuplâ prioris, & ſit Macula G. In hoc Experimento Velocitates Corporis ſunt inter ſe, ut unum,
* 374. duo, & tria *; in quâ etiam ratione ſunt Maculæ E, F, & G; nam, formando Triangula rectangula DAB, DBC, in quibus latera DA, AB, BC ſunt æqualia inter ſe, & Diametro Maculæ E, Linea BD, exactiſſimè æqualis erit Diametro Maculæ F, & Linea
1386. CD Diametro Maculæ G. Maculæ autem ſunt ut
* 2. El. XII. Quadrata Diametrorum *; & Quadratum Lineæ BD
* 47. El. I. æquale eſt Quadratis Linearum æqualium AB, AD; & Quadratum Lineæ CD valet Quadrata linearum BC, BD; aut trium Linearum æqualium DA, AB, BC. Si ope Circini proportionum Macularum Diametros conferamus ſunt hæ inter ſe, ut 72, 102, 125, quorum Quadrata ſunt proximè, ut 1, 2, 3.

1387. *Si agatur de diverſis Corporibus, ſed quæ æqualium Sphærarum portionibus terminantur*, ut in dicto Experimento
* 820. 1°. Capitis 3*., *Quadrata Macularum*, aut Quadratorum Quadrata Diametrorum Macularum, *ſunt ut Maſſæ*
* 1380. 757. *per Quadrata Velocitatum* *.

1388. Si Shæræ differant, ſive ipſa Corpora ſint Sphærica, ſive tantum Sphæricè terminentur, *quamdiu de Materiâ æqualiter Elaſticâ agitur, Segmenta intropreſſa ſunt inter ſe, ut Vires quibus intropremuntur*. In utraque enim Sphærâ hæc Regula obtinet; quare & ad diverſas applicari poterit, ſi in unico caſu locum habeat in conferendis

dis duarum Sphærarum Segmentis. Hic autem caſus datur, quando Abſciſſæ ſunt æquales; partium enim reſpondentium Introceſſiones ſunt æquales, & diverſa reſiſtentia tantum diverſæ quantitati Materiæ tribui poteſt.

Sint Sphæræ duæ M & N; harum Segmenta AFB, 1389.
ACB, æquales Baſes habentia, inæquales habent alti- TAB. XLIV.
tudines FD, DC. Concipiamus has altitudines dividi Fig. 12.
in partes æquales infinitè exiguas, eundemque eſſe numerum partium in utraque altitudine. Concipiamus ulterius per ſingulas diviſiones Segmenta ſecari, planis parallelis ad Baſim; habebimus Segmenta diviſa in Orbes tenuiſſimos ita, ut craſſities ſingulorum, in primo Segmento, ſe habeat ad craſſitiem in alio, ut FD ad DC; propter æqualem numerum partium in utraque altitudine. In utroque Segmento Orbes, recedendo à Baſi, minuuntur juxta eandem Legem *, ita ut reſpondentes Orbes æquales ſint. * 1378.
Unde ſequitur Orbem quemcumque, in primo Segmento, ſe habere ad reſpondentem in alio, ut craſſities ad craſſitiem, id eſt, ut FD ad DC; & ſumma omnium Orbium ad ſummam omnium, id eſt, ipſum Segmentum AFB ad Segmentum ACB, quoque ut FD, ad DC *. *12. El. V.

Agimus in omnibus hiſce de Segmentis exiguis; ideo 1390.
FD, DA, FG ſunt proportionales *; ut & DC, DA, * 1377.
CE. Ergo utrumque Rectangulum FD per FG, & DC 1376.
per CE, æquale eſt Quadrato Lineæ DA*; ſuntque *17. El. VI.
Rectangula æqualia inter ſe; unde deducimus FD, DC : : *16. El. VI.
CE, FG*; & *Segmenta, quorum Diametri ſunt æquales, ſunt inverſè, ut Sphærarum Diametri; & in eadem ratione Vires, quibus intropremuntur*. 1391. * 1388.

Ex his, collatis inter ſe, deducimus univerſalem Re- 1392.
gulam hanc, *Vires, quibus Corpora percutiuntur, eſſe dire-*

* 1380. *tè ut Quadrata Macularum* *, *& inversè ut Globorum*
* 1391. *Diametri* *. Quod ita poteſt exprimi, Productum Maſſæ
* 757. per Quadratum Velocitatis * eſt, ut Quadratum Maculæ diviſum per Diametrum Globi; & multiplicatis ambabus hiſce quantitatibus per Diametrum Globi, in hanc aliam Regulam ultimam mutamus.

1393. *Quadratum Maculæ ſequitur rationem Producti Maſſæ per Diametrum Globi, & per Quadratum Velocitatis.*

1394. *In Corporibus Sphæricis* Maſſa ſequitur rationem tripli-
*18. El. XII. catam Diametri *; id eſt, eſt ut Cubus Diametri; & pro his Corporibus Regula ita poteſt exprimi; *ipſa Macula, aut Quadratum Diametri Maculæ, ſequitur rationem Producti Quadrati Diametri Globi per Velocitatem Corporis.*

1395. In hoc caſu *ſi Velocitates ſint æquales, Globorum Diametri erunt inter ſe, ut Diametri Macularum.*

Agitur in his omnibus de eâdem Elaſticitate; hanc habemus in Corporibus ex eodem Ebore. Omne autem Ebur æqualem habere Elaſticitatem affirmare non auſim; quamvis nullam potuerim detegere differentiam in paucis Experimentis, quæ à me circa hanc fuere tentata.

Experimentum 2.

1396. In hoc Experimento, Globi demittuntur in Planum
* 1385. marmoreum, eodem modo ac in præcedenti *; utimur Globis eburneis; quorum Diametri utcumque differunt. Demittuntur hi ab æqualibus altitudinibus, & Maculæ exactiſſimè menſurantur. Menſuratis quoque, ope Circini, cruribus incurvatis inſtructi, Diametris Globorum, inter has & illas eandem habebimus Proportionem; ut auxilio Circini Proportionum facillime detegimus.

SCHO-

SCHOLIUM.

De Temporibus in quibus Inflexiones Corporum Elaſticorum abſolvuntur.

INflexio partium Corporis fit juxta eaſdem Leges, juxta quas flectitur La- 1397.
mina Elaſtica; ſi pro Inflexione Elaſterii ponamus altitudinem Segmenti
intropreſſi *. Ergo conferendo inter ſe quæ in Nis. 1369. & 897. dicta * 1335.
fuere in hanc incidimus Regulam. 1374.

Si Corpus, cadendo, in Obicem firmum impingatur; Tempus Caſûs ſe habebit 1398.
ad Tempus, quo partes introcedunt, in ratione compoſitâ ex ratione altitudinis, à
quâ Corpus cecidit, ad altitudinem Segmenti intropreſſi, & ex ratione Diametri
Circuli ad Quadrantem Circumferentiæ.

Si de Globo agatur, Quadratum Semi-Diametri Maculæ, æquale eſt pro-
ducto altitudinis Segmenti per Globi Diametrum *. * 1377.

Si ergo de Globo agatur, dicta Tempora ſunt inter ſe in ratione compoſitâ 1399.
producti Altitudinis, à quâ Corpus cecidit per Diametrum Globi, ad Quadratum
Semi-Diametri Maculæ, & ratione Diametri Circuli ad Quadrantem circum-
ferentiæ.

Globum cujus Diameter erat 1, 585. Pol. demiſimus ab altitudine Seſqui- 1400.
Pedis; & Diameter Maculæ fuit o, 15. Pol. Ponimus nunc Tempus Caſus * 1368.
ab altitudine Seſqui-Pedis dari o″, 31; initâ computatione detegimus Infle- 883.
xionis Tempus fuiſſe o″, 000048, quod valet decem Minuta quinta cum ſe-
miſſe, aut $\frac{1}{20852}$ unius Minuti ſecundi.

Eodem modo fuit determinatum Tempus in N°. 1133. memoratum; Hæ- 1401.
miſphærium etiam fuit demiſſum ab altitudine Seſqui-Pedis; Diameter Sphæ-
ræ erat 2, 17, Poll. & tandem Semi-Diameter Maculæ o, 0825. Poll.

Unicum Experimentum ſufficit, ad Tempora determinanda, quamdiu de 1402.
eâdem Elaſticitate agitur, & de Figuris Sphæricis.

Sit *a* Altitudo à quâ Corpus demittitur; M Corporis Maſſa; D Diameter
Sphæræ; *d* Diameter Maculæ; *m* ad *n* ratio Diametri Circuli ad Circum-
ferentiam; T Tempus Caſus ab Altitudine *a*; & tandem *t* Tempus quo par-
tes Elaſticæ inflectuntur.

Regula ultima hanc nobis dat Proportionem

$$T, t :: Dam, \tfrac{1}{16} ddn;$$

unde $t = \frac{Tddn}{16Dam}$. & $tt = \frac{T^2 d^4 n^2}{256 D^2 \, a^2 m^2}$. Cum nunc tantum agatur de pro-
portione detegenda, rejicimus omnes conſtantes quantitates, & tt proportio-
nem ſequitur $\frac{T^2 d^4}{D^2 a^2}$: pro T^2 pono a, quia proportionales ſunt hæ quantita-
tes *; & cum d^4 ſequatur proportionem Quadrati Maculæ, pro hac Quan- * 374.
titate hanc aliam ſcribo MDa*; ponendo a pro Quadrato Velocitatis *; & * 1393.
habeo $\frac{MDaa}{D^2 aa} = \frac{M}{D}$, & patet *Quadratum Temporis Inflexionis partium Elaſti-* * 374. 1403.

carum

carum ſequi rationem directam Maſſæ, & inverſam Diametri Globi, quæcun-
1404. *que ſit Velocitas. Si de Sphæricis Corporibus agatur*, Maſſa *eſt* ut Cubus Dia-
* 18. El. XII. metri *, & *Tempus ut ipſa Diameter.*

1405. In huc uſque explicatis Inflexionem tantum conſideravimus unius Corporis; & poſuimus hoc in ſuperficiem planam Corporis immobilis impingi; in omni tamen Impactione Corpora ambo introcedunt, niſi cohæſio partium in uno admodum ſuperet cohæſionem in alio; Poſuimus ita plani Corporis partes cohærere, & hac de causâ adhibuimus in Experimentis Lapidem admodum durum, ſi cum Ebore conferatur.

Demonſtrata quoque locum haberent, ſi Obſtaculum planum eandem haberet Elaſticitatem cum Globo; tam ſumma Inflexionum æqualis eſſet Segmento Sphæræ cujus Baſis eſſet ipſa Macula.

1406. Si autem *ponamus Obſtaculum fixum etiam Figurâ Sphæricâ terminari*, non major erit difficultas. Inflexio fiet juxta eaſdem Leges; duo Segmenta in tali caſu intropremuntur; quæ durante integrâ Actione æquales continuò habent Diametros; altitudineſque in hoc augmento eandem rationem ſer-
* 1391. vant, inverſam Diametrorum *; & hæc Introceſſio reſpectu ſolius Altitudinis Segmenti differt ab Introceſſione unius Sphæræ; poteruntque demonſtra-
* 1397. ta de Tempore * huc referri, ſi pro Altitudine Segmenti adhibeamus ſum-
TAB. XLIV. Fig. 12. mam Altitudinum, id eſt, F C.

* 1390. Vidimus, propter Segmenta admodum exigua, $\frac{AD^q}{FG} = FD$, & $\frac{AD^q}{CE} = DC$*;

ergo $FC^q = \frac{AD^q \times \overline{FG+CE}}{FG \times CE}$; unde ſequitur, Tempus Introceſſionis partium determinari, ſi in Regulâ N°. 1398. pro Altitudine Segmenti, hunc hujus valorem ponamus; incidimus tunc in Regulam, quæ hoc ſolo differt cum N°. 1399., quod pro Diametro Globi nos nunc adhibeamus Productum Diametrorum diviſum per harum ſummam. Ex quibus quoque ſequitur eandem quoque deſiderari mutationem in N°. 1403. qui nobis Regulam hanc dabit. *Quadrata Temporum Inflexionum ſequi Rationem directam Maſſarum & ſummæ Diametrorum, & inverſam Producti Diametrorum.*

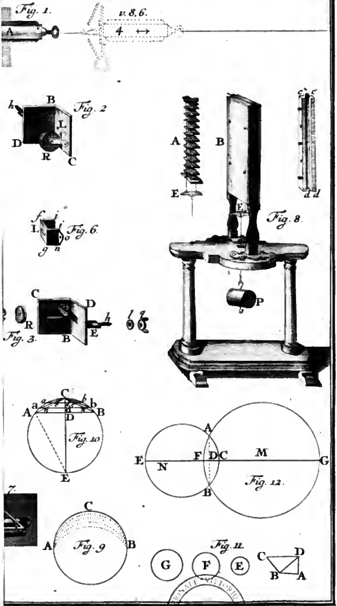
1407. *Poſſumus hæc referre ad Colliſionem duorum Corporum, in ſe mutuò impactorum, & Figuris Sphæricis terminatorum; pro Maſſâ tantum debemus ſubſtituere*
* 1027. *Productum Maſſarum diviſum per harum ſummam* *.

1408. In hoc caſu ipſum quoque Tempus Inflexionis, cujus duplum eſt integrum Colliſionis Tempus, determinamus; nam Quadratum Temporis in N°. 1400. detecti, ſe habet ad Quadratum Temporis quæſiti, ut Pondus Globi ibi adhibiti, diviſum per Diametrum, ſe habet ad ſummam Diametrorum Corporum concurrentium, multiplicatam per Productum Maſſarum, & diviſam per Productum ſummæ Maſſarum, multiplicatæ per Productum Diametrorum.

FINIS LIBRI SECUNDI.

PHY-

TAB. XLIV.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III · NAPOLI

PHYSICES
ELEMENTA MATHEMATICA,
EXPERIMENTIS CONFIRMATA.

LIBER III.

Pars I. De Gravitate, & Preſſione Fluidorum.

CAPUT I.

De Gravitate partium Fluidorum, & illius Effectu in ipſis Fluidis.

FLuidum vocatur Corpus, cujus partes impreſſioni cuicunque cedunt, & cedendo facillimè moventur inter ſe *. Unde ſequitur, * 68.
Fluiditatem ex eo oriri, quod Partes non arctè inter ſe cohæreant, & quod motus non impediatur inæqualitatibus in Partium ſuperficiebus, ut fit in Pulveribus. 1409.

Particulæ autem, *ex quibus Fluida conſtant, ejuſdem ſunt Naturæ cum aliorum Corporum Particulis, eaſdemque proprietates habent*; Fluida enim ſæpe in Solida convertuntur, quando magis arcta inter Partes cohæſio datur, ut Glacies: Metalla contra liquefacta exemplum Solidi in Fluidum mutati præbent. 1410.

Digitized by Google

1411. *Fluida & eo cum Corporibus ſolidis congruunt, quod conſtent ex Particulis gravibus, Gravitatem Materiæ quantitati proportionalem, ubicunque poſitæ, habentibus.* Si in ipſo Fluido Gravitas ſenſibilis non ſit, ex eo hoc oritur, quod Partes inferiores ſuperiores ſuſtineant, haſque deſcenſu arceant: ipſam verò Gravitatem eo non deſtrui liquet; nam Vaſe contentum Fluidum pro ſua quantitate gravat Libram, cui Vas appenditur. Sequenti Experimento, ubique in Fluido Particulas Gravitatem ſervare, ad ſenſum demonſtratur.

EXPERIMENTUM I.

1412. Phiala A clauſa, capillo equino juncta, aquâ immer-
TAB. XLV. gitur, & manu ſuſtinetur; ſi Phiala, manente hac im-
Fig. 1. merſâ, aperiatur, Aqua, quæ Phialam intrat, admodum hujus auget Pondus; quamvis cum Aquâ exteriori communicationem illa habeat.

1413. Ex hac Gravitate ſequitur, *Superficiem Fluidi, Vaſe incluſi ne effluat, ſi ſuperne illud non prematur, aut æqualiter prematur, planam fieri, & horizonti parallelam.* Cùm enim impreſſioni cuicunque Particulæ cedant, tam diu Gravitate moventur, donec deſcenſui locus non amplius detur.

1414. *Particulæ inferiores* ſuperiores ſuſtinent, & hiſce *premuntur; Preſſioque hac ſequitur proportionem Materiæ incumbentis, id eſt, altitudinis Fluidi ſupra Particulam*
* 1413. *preſſam*; cùm vero Superficies ſuprema Fluidi ſit ad hori-
1415. zontem parallela *, *omnia puncta Superficiei cujuſcunque, quæ concipitur in Fluido ad horizontem parallela, æqualiter premuntur.*

1416. *Si* ergo, *in aliquo loco talis Superficiei, Preſſio detur minor, quàm in cæteris punctis, Fluidum*, quod impreſſioni cuicunque

cunque cedit, *ibi* movebitur, id eſt, *adſcendet*, *donec Preſſio fuerit æqualis.*

EXPERIMENTUM 2.

Tubi vitrei A, ab utraque parte aperti, cujus ex- 1417. TAB. XLV. Fig. 2.
tremitas una digito clauditur, extremitas altera Aquâ immergitur; cùm Tubus aëre repleatur, Aqua in hunc ad parvam admodum altitudinem adſcendit; ſi digitus tollatur, ut aër preſſus exeat, Superficies, quæ in Aquâ concipitur horizonti parallela juxta inferius orificium Tubi, minus premitur in loco, qui aperturæ Tubi reſpondet; Aqua tunc in Tubum adſcendit, & non quieſcit, niſi in hoc elevetur ad eandem altitudinem cum Aquâ exteriori.

Preſſio in Particulas inferiores, quæ oritur ex Gravi- 1418.
tate Fluidi ſuperioris, *Actionem ſuam exſerit omnes partes versùs, & quidem æqualiter.*

Hoc ex naturâ Fluiditatis ſequitur; nam Fluidi par- 1419.
tes Impreſſioni cuicunque cedunt, & facillimè moventur; Gutta ergo quæcumque locum, quem occupat, non ſervabit, ſi, dum à Fluido ſuperiori premitur, ab omni parte non retineatur; moveri autem non poteſt, propter Guttas vicinas, quæ eodem modo, & eâdem cum Vi à Fluido ſupereminenti premuntur; quieſcit idcirco Gutta prima, & ab omni parte, id eſt, juxta directionem quamcunque, premitur. Dicimus quoque, ipſam æqualiter premi; Lateralis enim Preſſio ſe habet reſpectu verticalis, ut hæc reſpectu illius; ideo, ſi ut detur æquilibrium, verticalis Preſſio à Laterali differre poſſit, ex. gr. hanc ſuperare, ex quacumque causâ, ex hac eâdem ultima Preſſio quoque primam ſuperare debebit, propter reciprocam & omnino ſimilem, relationem; cùm

Digitized by Google

hoc quoque in directionibus quibuſcumque obtineat; ſequitur inæqualitatem inter Preſſiones dari non poſſe.

EXPERIMENTUM 3.

1420. TAB. XLV. Fig. 2. Tubi vitrei B, C, D, eodem modo, ac de Tubo A in præcedenti Experimento dictum, Aquâ immerguntur; & Aqua in omnes, ſublato digito, ad eandem altitudinem adſcendit, quàm in tubo A; in hoc Preſſio ſurſum dirigitur; in tubo B deorſum; in tubo C eſt lateralis; in tubo D obliqua; in unoquoque tamen Preſſio æqualis eſt. Si major Fluidi quantitas Vaſe infundatur, æqualiter etiam Aqua in ſingulis tubis elevatur.

1421. Ex hiſce ſequitur, *Fluidorum Particulas ſingulas* ab omni parte æqualiter premi, & ideo *quieſcere*; illaſque non continuò inter ſe moveri, ut a multis ſtatuitur. Si in quibuſdam occaſionibus talis motus detur, hic cauſæ peculiari tribuendus erit.

1422. *In Tubis communicantibus, ſive æqualibus, ſive inæqualibus, ſive rectis, ſive obliquis, Fluidum eandem adipiſcitur altitudinem*; id eſt, omnes Superficies ſupremæ ſunt in eodem plano horizonti parallelo; quod facilè ex dictis deducitur.

1423. TAB. XLVII. Fig. 1. Sit vas A, Tubus verticalis B, & Tubus inclinatus D; communicationem habeant per Tubum C E; detur in his Fluidum, & concipiatur ſuperficies horizonti parallela *f h g*; ſi altitudines *f i* & *h k* fuerint inæquales, Fluidum adſcendet ubi minor eſt. * Ex eâdem ratione, niſi Preſſiones in *g* & *h* fuerint æquales, Fluidum non quieſcet; has verò æquales eſſe, quando *k* & *p* ſunt in eodem plano horizontali, demonſtramus.

* 1416.

Sint

Sint vpl, so, rn, qm, horizontales, & verticales ps, xor, tnq, lmg; in ſingulis his horizontalibus ſuperficiebus ubique Preſſio æqualis eſt *. Punctum s ſuſtinet * 1415.
columnam Fluidi ps, æqualiter premitur o, & r ſuſtinet Preſſionem xr; eodem modo patet in q Preſſionem eſſe qt; & punctum g premi, quaſi ſuſtineret columnam gl. Sunt ergo Preſſiones æquales, quando k eſt in eodem plano horizontali in quo ſunt l & v.

EXPERIMENTUM 4.

Machinæ, hic delineatæ, Aqua infunditur; poſt agitationem quamcunque non quieſcit, niſi omnes ſuperficies ſint in eodem plano horizonti parallelo. Vas vitreum A cum Tubis vitreis B & D, ope Tubi ænei C E, conjungitur. 1424. TAB. XLVII. Fig. 2.

Non omnia Fluida ſunt æquè gravia; id eſt, non eandem Materiæ quantitatem in ſpatiis æqualibus continent, in ſingulis tamen prædicta locum habent. 1425.

Quando Fluida, diverſæ Gravitatis, eodem Vaſe continentur, gravius locum infimum occupat, & premitur à leviori, illudque pro altitudine hujus. 1426.

EXPERIMENTUM 5.

Detur Aqua, aliquo Colore, rubro ex. gr., leviter tincta, in Vaſe vitreo A, ad altitudinem bc; ei immergatur Tubus vitreus de; Aqua in hunc adſcendit ad altitudinem bc *; nunc Vaſe infundatur Oleum Terebinthinæ, quod Fluidum eſt Aquâ levius; ſtatim Aqua in Tubo elevabitur; & eo magis, quo ad majorem altitudinem Oleum infunditur; non tamen Aqua in Tubo ad eandem pertingit altitudinem cum Oleo in Vaſe; quia cum Aqua gravior ſit, non hujus eadem, quam Olei, altitudo requiritur, ut Preſſiones ſint æquales. 1427. TAB. XLV. Fig. 3. * 1416.

Digitized by Google

1428. Qui hocce Experimentum cum Mercurio & Aquâ inſtituere voluerit, majorem inter altitudines reperiet differentiam, propter majus inter Gravitates diſcrimen.

EXPERIMENTUM 6.

1429. Immergatur Tubi extremitas Aquâ; Oleumque Tu-
TAB. XLV. Fig. 4. bo infundatur; Aqua in Tubo deprimetur ad *d*; & altitudo Olei *de* major erit altitudine Aquæ in Vaſe; ſi profundius immergatur Tubus, Aqua majori quantitate hunc ingreditur; ſi elevetur, Aqua iterum exit; ipſumque Oleum inſequitur, ſi ad illam tollatur altitudinem, ut Olei Preſſio Aquæ Preſſionem, in parte inferiori Tubi, ſuperet.

CAPUT II.

De Actione Fluidorum in Fundos, Latera, & Opercula, Vaſorum, quibus continentur.

1430. F*Undus & Latera Vaſis, quo Fluidum continetur, ut & Operculum*, quando ſupra hoc in Tubo Fluidum elevatur, *à partibus Fluidi illa immediatè tangentibus premuntur*; & propter Actioni æqualem Reactionem *, æ-
* 361. qualem etiam Particulæ iſtæ Preſſionem ſuſtinent. Cùm verò Preſſio in Fluidis omnes Partes versùs ſit æqualis, Fundus & Latera æqualiter premuntur cum Particulis Fluidi vicinis; *Actio* ergo *hæc ad inſtar altitudinis*
* 1418. 1414. *Fluidi creſcit* *, & ubique ad eandem profunditatem eſt æqualis, pendetque ab illa altitudine, & nullo modo à Fluidi quantitate. Manente igitur Fluidi altitudine, & magnitudine ſuperficiei quæ premitur, æqualis ſemper erit Actio in hanc ſuperficiem, utcunque mutetur Vaſis figura. Generalis eſt ergo hæc Regu-

la,

la, *Preſſionem, quam patitur Superficies quæcunque, va-* 1431.
lere Pondus columnæ ex Fluido, cujus baſis eſt ipſa Superficies, & altitudo, in ſingulis punctis, diſtantia verticalis ſupremæ Superficiei Fluidi ab his punctis.

Talem eſſe, in Vaſe priſmatico verticali, Preſſionem 1432.
in Fundum non facile in dubium quis vocabit; nam totum Fluidi Pondus, & nil præterea, ſuſtinet Fundus: ſervatâ autem altitudine Fluidi, & baſi Vaſis, ex demonſtratione ſequitur, non mutari Preſſionem in Fundum; licet, mutatâ figurâ, Vas majorem, aut minorem, Fluidi copiam contineat. Hoc cum Experimentis congruit, & pro ſingulis ex Naturâ Fluiditatis deduci poteſt, ut, poſt expoſita Experimenta, diſtinctius videbimus.

M a c h i n a,

Quâ Experimenta de Fluidorum Preſſione inſtituuntur.

Cylindrus cavus A, ab utraque parte apertus, ab 1433.
interiori parte exactiſſimè politur; hujus diameter, ut TAB. XLV. Fig. 5.
& altitudo, parum excedunt tres pollices cum ſemiſſe, & Aqua in hoc Cylindro ad altitudinem trium Pollicum ponderat Libram unam.

Ope cochleæ ei additur Annulus I, ut à Tripode 1434.
ſuſtineatur. Pedes autem cochleis Annulo junguntur, ut, ubi neceſſe eſt, tollantur. Separatum Pedem unum exhibemus in L; ita in ſuperiore parte flexus hic eſt, ut ab Annulo I remotus ſit ipſe, quando pars *po*, ſuperioris extremi, juxta inferiorem ſuperficiem Annulo inſeritur. Securiclata eſt pars hæc, ut ſponte hæreat, ante applicatam cochleam *n*, quæ majori firmitati inſervit.

Cylindro A inſeritur Fundus æneus ambulatilis; con- 1435.
ſtat hic ex Orbe R, cui conjuncta eſt Cauda *ts*, Cylindrica, & perpendiculariter ipſi in centro inſiſtens. Cylindrus

lindrus hic *ts* trajicit ipſum hunc Orbem R, & inferiori parte S cochleam efficit. Superficiei inferiori Laminæ R, applicatur, interpoſito Corio, ſuperior ſuperficies Cylindri M, Semi-Pollicem alti; ne Corium hujus excedat baſim cavendum. Cylindrus hic cavus eſt, & quidem ex tenuiori metallo ut minus ponderet. Cylindrum hunc ſuperius apertum figura exhibet; tunc minus ponderat, & ipſius ora ſulco, in inferiori ſuperficiei Laminæ R, inſeritur; Corio ingreſſus Aquæ cohibetur; magis tamen commodum erit, ipſum hunc Cylindrum, Laminæ R, conferruminare. Cochlea S liberrimè Cylindrum trajicit, cui applicatur Laminâ O, in cujus Centro foramen datur Cochleâ inſtructum, ipſi interiori cochleæ S reſpondenti.

Converſione Cochleæ, Lamina coriacea N, inter O & M firmatur: Corium hoc ab omni parte Fundum quantitate Semi-Pollicis excedit, & tegit Cylindri M ſuperficiem exteriorem, quando Fundus Cylindro A intruditur; impeditque ne Aqua, dum Fundus movetur, effluat; quod melius procedit, quando Corii epidermis Cylindri mobilis ſuperficiem tangit.

1436. Corio utor vitulino; Oleo immergitur, poſt aliquot dies extrahitur, ut per æquale tempus in Aquâ maceretur; quâ adhibitâ præparatione, Corium probè Oleo & Aquâ illinitur, moveturque Fundus variis vicibus per Cylindrum; & per biduum aut triduum in hoc relinquitur. Ita præparatum Corium per multos annos Experimentis inſervire poteſt; ſi, in loco ſicco ſervetur. Ubi Experimenta inſtituenda ſunt, Corium cum Fundo jungatur, Oleo & Aquâ illinatur, tuncque

per

per aliquot horas, aut potius dies, in Cylindro relinquatur, antequam Machinâ utamur. Immediatè etiam ante Experimenta iterum Oleo & Aquâ illiniri debet; facilè tunc Fundus movetur, & exactè aquam retinet: motus quoque juvatur, ſi etiam Cylindri A ſuperficies interior Oleo illita ſit. Corium neque nimis tenue, neque nimis craſſum, adhibendum; quod judicio Artificis relinquitur.

Cauda *t s* motum Fundi dirigit; tranſit enim per foramen *m* in Laminâ B, quæ Cylindro majori A ſuperimponitur, & in ejus orâ in inciſionibus hæret; Cauda Oleo illinitur. In hujus ſuperiori parte foramen datur in *s*, ut cum Fundo, ope unci *v*, jungatur Catena ænea T, quæ per Tubum, ſtatim memorandum F, immittitur; ut, ope hujus Catenæ, Fundus cum brachio Libræ conjungatur. 1437.

Cylindrus A, Operculo C, cochleâ inſtructo, tegitur, & ne Aqua effluere poſſit, interponitur annulus coriaceus G, qui, ope cochleæ, quâ operculum jungitur Cylindro, arctè comprimitur; Operculo cohæret Lamina quadrata, & ſecuriclata, *e*, & cum Cylindro A conjuncta eſt anſa *h*, ut auxilio clavis E, & ſtili H, magis commodè aperiatur, & claudatur, Cylindrus. In medio perforatum eſt Operculum; & Cylindrus cavus *d*, ab exteriori parte cochleâ circumdatus, cum illo cohæret; ut Tubus F cum Machinâ conjungatur; etiam hìc, adhibito Corio, Aquæ effluxus cohibetur, & adhibitâ clave compreſſio datur arcta. 1438.

In Experimentis Pondera ut P Cylindro A imponuntur; plurima deſiderantur, duo quatuor Librarum, duo duarum Librarum, duo unius Libræ, totidem ſemi- 1439.

mi-Libræ, ut & quartæ partis Libræ. Pondera hæc ad latus ſunt inciſa, ut recipiant Tubum F.

1440. Ut autem commode operculo C imponantur hæc Pondera, ipſum hoc tegimus Annulo ligneo Q; quem in ſitu inverſo repræſentamus; inciſio lateralis quoque datur in *q*, cujus ope recipit Tubum F; deprimitur tunc, eſtque ita excavatus, ut recipiat Cylindrum D, & Laminam *e*.

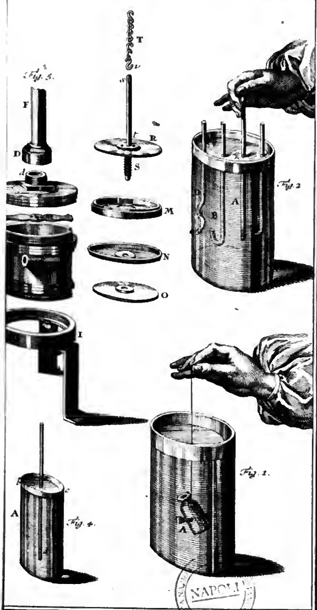
EXPERIMENTUM I.

1441. TAB. XLVI. Fig. 1. Tigna tria, in imo divaricata, ſuſtinent Caput ligneum I. Ita hæc ſunt inciſa, ut dum Caput ſuſtinent, lateraliter quoque Tignorum extrema huic applicentur; Verticulis Tigna Capiti juncta ſunt, ut ubi Machina tranſvehenda eſt, illa facilè ſibi mutuò admoveantur. Caput I ex duabus partibus, inferiori hexagona, & ſuperiori ſphærica O, conſtat; Caput hoc trajicit cochlea ferrea V C, in inferiori extremo flexa, ut uncum V efficiat, cui Libra appenditur, quæ facilè ad altitudinem, in Experimento requiſitam, & quam Figura ſatis indicat, elevatur, converſione cochleæ exterioris D, quæ quoque ferrea eſt.

1442. * 1453. * 1437. Partes Machinæ, ſupra explicatæ *, ut dictum junguntur. Catena, quæ cum Fundo mobili cohæret *, in G brachio Libræ jungitur; mediumque altitudinis Cylindri A Fundus hic occupat, quando Libræ jugum horizontale eſt. Lanci E, Pondus imponitur, ut hæc in æquilibrio ſit cum Pondere ſolius Fundi & Catenæ; quantum hoc

* 1438. Pondus ſit antea explorandum. Cum Tubo F *, cujus longitudo eſt Pollicum triginta duorum, in ſuperiori parte, ope cochleæ Infundibulum conjunctum eſt Cylindricum, cujus diameter eſt circiter novem, & altitudo quatuor, Pollicum.

TAB. XLV.



NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

Jugo Libræ horizontaliter diſpoſito, infundatur Aqua Tubo F, ut in Infundibulo pertingat; & ad altitudinem trium Pedum ſupra Fundum Cylindri elevetur; quæ in interiori ſuperficie Infundibuli, colorato circulo, notanda altitudo eſt. Ponderi, Lanci E jam impoſito, additur Pondus duodecim Librarum, & æquilibrium datur; id eſt, in ſitu horizontali manet jugum, ubi, in eo ſitu poſitum, ſibi relinquitur. Diminuto, aut aucto, Pondere, adſcendit, aut deſcendit, Fundus. Quantitate tamen ad minimum ſemi-Libræ, augendum, aut minuendum, eſt Pondus, propter attritum Fundi; ſæpe major differentia deſideratur; quod ab attritu pendet, qui minuitur agitando Fundum ſurſum & deorſum, antequam, in ſitu horizontali, ſibi relinquatur.

Altitudo ſupremæ ſuperficiei Aquæ ſupra Fundum, in hoc Experimento, eſt, ut diximus, trium Pedum. Columnæ aqueæ, cujus hæc eſt altitudo, & quæ baſin æqualem Fundo Cylindri habet, Pondus eſt duodecim Librarum *; & Experimentum demonſtrat tantum * 1433.
etiam valere Preſſionem Aquæ in Fundum, licet exigua tantùm Aquæ copia hunc premat.

Cum de ſolo motu Fundi agatur, Machina firmanda eſt, ne tota elevetur, quod fit impoſitis Ponderibus P, P *. * 1439. 1440.

Experimentum 2.

1443. Sublato Operculo cum Tubo, Cylindrus A conjungitur cum Cono truncato inverſo N, cum quo in inferiori parte cohæret Annulus C cochleam continens, quâ hic, eodem modo, cum Cylindro A jungitur, ut de Operculo dictum *. TAB. XLVI. Fig. 2. * 1438.

Aqua huic Machinæ infunditur ad eandem altitudinem ſupra Fundum, ac in præcedenti Experimento; Experimentum de cætero eodem modo peragitur, & eodem modo procedit; Preſſioque, ſervatâ Aquæ altitudine, ex mutato Vaſe, & Aquæ quantitate, non mutatur. Altitudo Aquæ, in interiori ſuperficie Vaſis, notatur.

EXPERIMENTUM 3.

1444. TAB. XLVIII. Fig. 1. * 162. 165. Columna C *, quam ſæpius jam adhibuimus, in Menſâ firmatur; ipſi conjungitur Brachium Q, cum unco ſuo *v*, huic Libra appenditur L; cujus Lanx E parum à Menſâ diſtat, quando jugum in ſitu horizontali eſt: Brachio alteri appenditur Vas vitreum A, annulo cupreo *ee* cinctum, ut ipſi anſa conjungatur B.

Columna D quoque firmata eſt infra ipſam Menſam, cochleâ per hanc penetrante.

Hac Columnâ, auxilio Brachii H, ſuſtinetur Cylindrus ligneus G, qui in Vas A penetrat; ſed ita, ut neque latera, neque fundum, Vaſis memorati tangat, quando Libra eſt in æquilibrio. Si Vaſi Aqua, ad quamcunque altitudinem, ita infundatur, ut cum Pondere P, lanci E impoſito, æquilibrium detur; hocce erit Pondus totius Aquæ, quæ in Vaſe, ſublato Cylindro, contineretur, poſitâ hac ad eandem altitudinem, quam ante ſublatum Cylindrum habuit; & parva Aquæ quantitas, cujus ſuprema ſuperficies elevatur, quâ Preſſio in fundum augetur, magnum Pondus ſuſtinet.

1445. Preſſionem lateralem verticali æquari, adhibitâ ſequenti Machinâ, ad oculum patebit.

MA-

TAB XLVI.



Fig. 2.

NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI
B. R. OFFICI

Digitized by Google

Digitized by Google

Machina,

Quâ demonſtratur Preſſio Fluidorum lateralis.

Vas D B eſt Parallelopipedum ligneum, altum cir- 1446.
citer tres Pedes cum ſemiſſe; in inferiori parte, Fun- TAB. XLVII.
dum versùs, lateralis datur apertura, in quâ hæret Fig. 3.
Annulus æneus, cochleam continens, ut Cylindrus
A, quem ſupra memoravimus *, interpoſito annulo *1433.
coriaceo, firmetur; ſublatis in anteceſſum Pedibus,
qui cochleis Annulo inferiori annectuntur *. Mo- *1434.
tus Fundi in Cylindro, in hoc caſu, eſt horizontalis. Ad latera Machinæ huic junguntur duæ Regulæ ligneæ, quarum una videtur in G H; ſuper his horizontaliter movetur Regula C C, quæ in medio F ad latus prominet; ut hujus motu intrudatur Cylindri Fundus, quem Regula premit paululum infra centrum. In C & C Funes, ut C*e*, C*e*, huic Regulæ alligantur; hi juxta Regulas, ut G H, protenduntur, tranſeunt ſuper Trochleis in harum Regularum extremitatibus, ut T, T, & iis appenduntur Pondera, ut P, P.

Experimentum 4.

Infundatur Aqua Vaſi B D ita, ut Aquæ ſuperficies 1447.
tribus Pedibus elevetur ſupra lineam, in quâ Fundus premitur. Si Pondera P, P, ſingula ſint ſex Librarum, ita ut ſimul ſumta valeant duodecim Libras, Preſſio Aquæ Pondera ſuſtinebit; & Fundus in hoc caſu æquè facilè intruditur, quàm extrahitur.

Vim, quâ Aqua ſurſum premit, æqualem eſſe illi 1448.
quâ deorſum, & ad latera, premit, ſequenti Experimento probatur.

EXPERIMENTUM 5.

1449. In medio ſuperioris ſuperficiei ſuſtentaculi E, datur
TAB. Cylindrus diametri circiter duorum Pollicum, cui im-
IX LVI. ponitur Fundus mobilis Cylindri ſæpius memorati A *;
Fig. 4.
* 1413. ita ut, manente Fundo, ipſe Cylindrus moveri poſſit; hic Operculo ſuo tegitur, & cum eo conjungitur Tubus F longitudinis trium Pedum cum ſemiſſe; cui in ſuperiori extremitate additur Infundibulum B, cujus diameter æqualis eſt diametro Cylindri A. Infunditur Aqua, tali quantitate, ut in Infundibulo ad altitudinem quamcumque detur. Manente Fundo, Machi-
* 1439. na elevatur; imponuntur Operculo Pondera P, P, P *,
1440. quæ ſimul valent Libras novem; hæc, cum Pondere totius Machinæ, ab Aquâ in Tubo ſuſtinentur; Pondus vero Machinæ, cum Tubis & Infundibulo, parum deficit à ſex Libris.

Vis, quæ in Operculum agit, valet Pondus columnæ aqueæ, cujus baſis eſt Operculum, demto foramine cui reſpondet Tubus, & cujus altitudo eſt, Aquæ
* 1431. altitudo ſupra ſuperficiem interiorem operculi *; altitudo hæc eſt trium pedum cum ſemiſſe, ad Aquam enim in Infundibulo non attendimus; nam propter Cylindri A, & Infundibuli, æquales diametros, Pondus hujus Aquæ, valet exactè Actionem, quam in Operculum exſerit, ſive major, ſive minor, fuerit illius quantitas.

1450. Manente Tubo ſi Cylindri diameter augeatur, actio in Operculum in eadem ratione cum Operculo creſcet, ita ut minimâ Aquæ quantitate Pondus maximum ſuſtineatur, ac etiam elevetur.

Follis Hydrostaticus.

Duo Orbes lignei A B, A B, diametri quindecim 1451.
Pollicum,. Corio circumdantur, & junguntur ita, ut TAB. XLVII.
formetur Vas Cylindricum, Folli aliquomodo ſimile, Fig. 5.
quod Aquam continere poteſt.

In orbe ſuperiori datur foramen in *l*, cui reſpondet Cylindrus æneus, cum Orbe cohærens, & cochleâ circumdatus, quo Tubus F, ejuſdem longitudinis cum Tubo in præcedenti Experimento, Machinæ jungitur.

Experimentum 6.

1452. Aqua Machinæ per Tubum infundatur, & Aqua in Tubo ſuſtinebit pondera P, P, P, P, P, quæ ſimul valent trecentas Libras. Hiſce in Infundibulum adſcendit Aqua; ſed exigua in Infundibulo eſt Aquæ altitudo. Pondera, infundendo Aquam in Tubum, etiam elevari poterunt.

1453. Hæc omnia, quantumvis paradoxa, ex Naturâ Fluiditatis ſequuntur; Gutta quæcunque, quæ quieſcit, omnes partes versùs æquali cum Vi conatur recedere *; * 1418.
ſi ergo ab unâ parte prematur, illam partem versùs, propter æqualem Actioni Reactionem, ipſa premet; & hac eâdem Vi omnes partes versùs recedere conabitur. In primo Experimento, Aqua, quæ Fundum tangit, & Tubo reſpondet, ſuſtinet Pondus columnæ aqueæ in Tubo contentæ, & ad Fundum uſque continuatæ; hac Vi Fundum premit, ut & Aquam vicinam, quæ cùm effluere non poſſit, in Fundum, & Aquam vicinam, hac eâdem Vi agit; quod & ad Aquam huic vicinam applicari poteſt; quare, in omnibus Fundi punctis, datur Preſſio æqualis Preſſioni in loco, in quem Aqua in Tubo agit; & ideo Fundus hic gravatur eodem modo, ac ſi Aquæ columna, ejuſdem altitudinis

cum

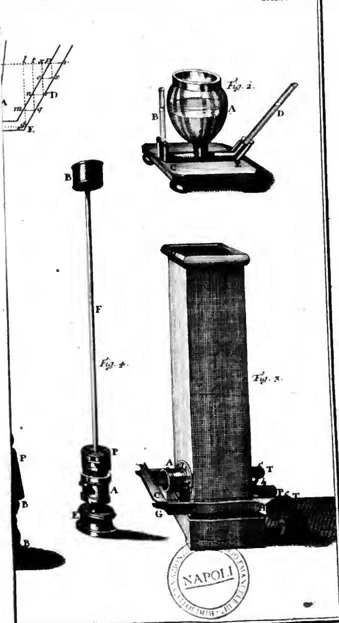
cum Aquâ in Tubo, & cujus baſis eſſet ipſe Fundus, huic imponeretur.

1454. Simili ratiocinio dilucidantur Experimenta 5. & 6. Patet enim ſingula Operculi puncta ſurſum premi ab Aquâ eâ Vi, quâ Aqua, quæ in aperturâ Operculi hæret, à ſuperiori, quæ Tubum replet, deorſum premitur.

1455. In ſecundo Experimento concipiatur, Cylindrum A continuari ita, ut ad Aquæ ſuperficiem perveniat; eo Aqua exterior ab Aquâ, hoc Cylindro contentâ, ſeparatur, hæcque ſola Fundum premit, Funduſque hanc totam ſuſtinet. Aqua in Cylindro premit latera Cylindri, Aqua exterior premit ſuperficiem exteriorem Cylindri, & ſuperficies exterior eodem modo premitur ac interior, Preſſioneſque in puncta oppoſita ſunt æquales; ita ut, ſi hæc ſuperficies tollatur, Preſſiones hæ ſeſe mutuò deſtruant; non intereſt igitur utrum talis ſuperficies detur, an non; & eâ ſublatâ, id eſt, ſublatâ Cylindri continuatione, non mutatur Actio in Fundum.

1456. In Experimento tertio Pondus Lanci impoſitum, non modò ſuſtinetur ab Aquâ in Vaſe, ſed etiam ab Actione ſuperficiei inferioris Cylindri G in Aquam; quæ Actio æqualis eſt Actioni Aquæ in hanc ſuperficiem, in quam eodem modo premit Aqua, ac in Exp. 5. in Operculum agit.

1457. Preſſionem lateralem, qualem in Exp. 4. demonſtravimus, æqualem eſſe illi, quæ ſurſum, aut deorſum, dirigitur, ex æqualitate Actionis Fluidi omnes partes verſùs, facilè deducitur; clarum ergo eſt, ipſam nullo modo pendere ab amplitudine Vaſis; & ſepoſitâ agitatione, æquè facilè integrum Mare poſſe cohiberi, ac



NAPOLI

Digitized by Google

ac minimus rivulus, ſi Aquæ altitudo ſit eadem.

Quamvis hæc omnia à Gravitate Fluidorum pendeant, hæ Actiones ab ipſo Pondere diſtingui debent, quod ſemper quantitati Materiæ eſt proportionale *. 1458.

* 1411.

CAPUT III.

De Solidis Fluidis immerſis.

DIverſam Corporum Gravitatem, ſive Solidorum, ſive Fluidorum, ex eo oriri, quod in ſpatio æquali majorem, aut minorem, Materiæ quantitatem contineant, ex ante dictis ſequitur *.

* 156.

DEFINITIO I.

1459. *Materiæ quantitas in Corpore, conſiderata cum relatione ad Volumen Corporis*, id eſt, ad ſpatium ab hoc occupatum, *vocatur Corporis Denſitas.*

Corpus dicitur habere Denſitatem duplam, aut triplam, &c. Denſitatis alterius Corporis, quando, poſitis Voluminibus æqualibus, Materiæ quantitas dupla, aut tripla, &c. eſt.

DEFINITIO 2.

1460. *Corpus homogeneum dicitur, quod in omnibus Partibus eſt ejuſdem Denſitatis.* Hoc ſenſu nos vocem hanc adhibemus, ad alia non attendimus, ut Corpus homogeneum dicamus. Ideo quoque

DEFINITIO 3.

1461. *Heterogeneum vocamus Corpus, cujus non omnes Partes æqualem Denſitatem habent.*

DEFINITIO 4.

1462. *Pondus Corporis, conſideratum cum relatione ad Volumen, vocatur Corporis Gravitas ſpecifica.*

 Gra-

Gravitas ſpecifica dicitur dupla, quando, manente Volumine, Pondus eſt duplum.

1463. *Gravitates* ergo *ſpecificæ, & Denſitates, Corporum, in Corporibus homogeneis, in eâdem ſunt ratione; & ſunt inter ſe, ut Pondera Corporum æqualium quantum ad Volumen.*

1464. *Si Corpora homogenea fuerint ejuſdem Ponderis, Volumina* eo *ſunt* minora, quo Denſitates ſunt majores: &, manente Pondere, minuitur Volumen in eâdem ratione, in quâ Denſitas augetur; ſunt ideo in hoc caſu Volumina, *inverſè ut Denſitates.*

Ex his deducimus, quomodo in homogeneis Corporibus, ſi duæ dentur ex tribus rationibus, Ponderum, Voluminum, & Denſitatum, tertia detegatur.

1465. *Pondera ſunt in ratione compoſitâ Voluminum, & Denſitatum.*

1466. *Volumina ſunt directè, ut Pondera, & inverſè ut Denſitates.*

1467. Tandem *Denſitates ſunt directè, ut Pondera, & inverſè ut Volumina.*

1468. *Quando Solidum Fluido immergitur, à Fluido ab omni parte premitur, Preſſioque hæc in ratione altitudinis Fluidi ſupra Solidum creſcit.* Ut hoc ex dictis in Capite præcedenti ſequitur, ac etiam directo Experimento probatur.

Experimentum I.

1469. Extremitati Tubi vitrei BC alligatur Saccus coria-
TAB. XLVIII. Fig. 2. ceus S, Mercurio plenus; Veſica etiam poteſt adhiberi; immergitur Saccus hic Aquâ, ſed ita, ut extremitas C Tubi extra Aquam maneat. * Preſſione Aquæ, in ſuperficiem Sacci, adſcendit Mercurius in Tubum, & pertingit ad *m*; adſcenſuſque Mercurii ſequitur.

tur proportionem altitudinis Aquæ ſupra Saccum.

Quando Solidum ad magnam profunditatem Fluido immergitur, Preſſio, in ſuperiorem partem, à Preſſione, in inferiorem, vix differt; unde *Corpora, altè immerſa,* 1470.
ab omni parte quaſi æqualiter premuntur. Preſſio autem, 1471.
quæ *ab omni parte æqualis* eſt, *à Corporibus mollibus ſine figura mutatione, & ab admodum fragilibus ſine diſruptione, ſuſtineri poteſt.*

EXPERIMENTUM 2.

Fruſtum Ceræ mollis, figuræ irregularis, & Ovum, 1472.
Veſicæ Aquâ repletæ includuntur; Veſica, exactè clauſa, Pyxidi æneæ A inſeritur; nos utimur Cylindro antea memorato *, cum conjuncto Operculo, ſed ſublato Fundo mobili, & Annulo cui Pedes adhærent, illumque, in ſitu inverſo, Annulo ligneo * imponimus. Operculo ligneo, quod in B (*Fig.* 4.) ſeparatim exhibetur, tegitur Cylindrus, ſed ita, ut illud à Veſicâ ſuſtineatur; Pondus P, centum, aut centum & quinquaginta, Librarum, etiam majus adhiberi poteſt, ſuperimponitur, quo neque Ovum frangitur, neque Ceræ figura ullo modo mutatur.

TAB. XLVIII. Fig. 3. * 1433. * 1440.

Ne quidem Guttæ cujuſcunque Fluidi figura, Preſſione 1473.
alterius Fluidi, ab omni parte æquali, mutari poteſt. Sit Gutta figuræ irregularis A, quæ alio Fluido ab omni parte æqualiter prematur. *Directio Preſſionis, in omni-* 1474.
bus punctis, eſt perpendicularis ad ſuperficiem; quod ſi negetur, reſolvenda erit Preſſio in duas *, quarum una perpendiculariter agat ad ſuperficiem, alia juxta directionem ſuperficiei parallelam; quæ ſecunda, in ſuperficiem non agit, & premitur Gutta illâ ſolâ, cujus directio perpendicularis eſt ad ſuperficiem. Prematur punctum B; Guttula preſſa quaquaverſum æquali cum

TAB. XLVIII. Fig. 5. * 319.

* 1418. Vi premit *, & Guttæ minores ſingulæ preſſæ eodem modo premunt; ita ut Preſſio ſtatim per integram Guttam datam diſpergatur; & particula ut D, quæ in Guttâ ab omni parte æqualiter premitur, conatur recedere per DE, cum Vi quâ premitur, id eſt, cum Vi quâ externè premitur particula B, ſed æquali Vi ponimus per ED premi particulam D; non poterit ergo hæc moveri; eadem demonſtratio poterit applicari puncto F, ut & alii puncto cuicunque ſuperficiei; quare nullus motus in Guttâ dari poterit.

1475. *Solidum Fluido ſpecificè gravius, ad quamcunque altitudinem Fluido immerſum*, deorſum pellitur Preſſione, quæ valet Pondus columnæ, quæ efficitur ex ipſo Corpore, & ex Fluido ſuperincumbenti. Pondus columnæ ſimilis, ſed quæ tota ex Fluido conſtat, eſt Vis cum quâ

* 1431. 1468. Corpus à Fluido ſurſum premitur *. Cum verò Solidum ponatur Fluido ſpecificè gravius, Vis hæc minor eſt illâ, & ab eâdem ſuperatur, & Corpus *deſcendit*.

1476. Simili ratiocinio, *Solidum Fluido ſpecificè levius immerſum, ad ſupremam Fluidi Superficiem adſcendere* debere, probatur.

1477. *Poſitâ* verò *eâdem Solidi cum Fluido Gravitate ſpecificâ*, neque adſcendet, neque deſcendet, ſed *ad quamcunque altitudinem in Fluido ſuſpenſum illud manebit*; & Fluidum integrum Corpus ſuſtinebit; in quo caſu, propter æqualitatem Gravitatum ſpecificarum, Fluidum ſuſtinet Pondus æquale ponderi Fluidi, quod impleret ſpatium à Solido occupatum. Fluidum autem eodem modo agit in omnia Solida æqualia, ad eandem profunditatem im-

1478. merſa, & æqualiter hæc ſuſtinet; *amittit* ergo *Corpus omne immerſum partem Gravitatis ſuæ, æqualem Ponderi Fluidi*,

quod

quod ſpatium à Corpore occupatum poſſet implere.

Non quidem amittit Corpus partem Ponderis, quæ 1479.
à Fluido ſuſtinetur; ſed deſcendit in Fluido, aut trahit funem, quo ſuſtinetur, quaſi revera Pondus imminutum foret.

BILANX HYDROSTATICA.

Columnæ C * conjungimus Columnam minorem G, 1480.
interpoſito Annulo E *. Huic ultimæ Columnæ applicamus Brachium A *, quod firmamus cochleâ F *. TAB. XLIX. Fig. 1. * 162. * 163. * 170. * 164.

Libram *l* ſuſpendimus duobus Funiculis, ut agitationem jugi horizontalem impediamus; eum quoque in finem, annulum *i*, ex quo anſa Libræ dependet, inſerimus minori regulæ ligneæ BB, & clavo *b*, qui regulam & annulum trajicit, hunc ipſum annulum ſuſtinemus.

Et aliâ Methodo quoque agitatio dicti Annuli impe- 1481.
ditur; ſi hic appendatur, uncis duobus, cum ipsâ regulâ BB, aut filo æneo, cohærentibus, ut hoc in TAB. LII. exhibemus.

Funiculi, quibus Filum hoc æneum, aut Regula 1482.
BB, ſuſtinetur, paralleli ſunt, & circumeunt trochleas cum Brachio A cohærentes; inde deorſum deducuntur, ad Trochleas quæ juxta baſin cum Columnâ C lateraliter cohærent, & quarum una apparet in S; his quoque circumponuntur Funiculi qui horizontales fiunt & cum minori regulâ ligneâ T cohærent; quæ ipſa conjungitur cum unco Ponderis P, ſex aut octo libras grave.

Motu hujus Ponderis ad libitum elevatur, aut depri- 1483.
mitur, Libra.

Catenis tenuioribus, loco Filorum, ſuſpenduntur 1484.

Lances; quibus in centro inferioris ſuperficiei unci adhærent; & tribus pedibus, dimidiatum Pollicem altis, inſiſtunt.

Uncis Lancium junguntur fila ænea *a*, *a*; extrema inferiora ita ſunt flexa, ut uncos efficiant *c*; ſed diſtinctius hoc apparet in Fig. 2. in quâ eadem Libra exhibetur.

1485. Cum Columnâ C jungitur Tabella H L H, replo circumdata, quæ ad varias altitudines firmari poteſt; huic Tabellæ Lances Libræ imponimus, & ubi æquilibrium eſt explorandum, parum elevatur Bilanx, cujus motum nimium ipſa Tabella impedit. Eſt hæc perforata in *m* & *m*; foramina reſpondent Uncis Lancium & Fila ænea *a*, *a*, per hæc ipſa foramina penetrant.

1486. Sæpius autem obtingit, non exactè horizontalem eſſe Menſam, cui impoſita eſt columna C; in quo caſu non ipſis uncis exactè foramina Tabellæ reſpondent; quod incommodum ut vitari poſſit, in hujus conſtructione peculiaria quædam obſervanda ſunt. Brachium D O, quod Tabellam ſuſtinet, ſeparatim repræſentamus; hujus cauda per Columnæ aperturam tranſit & firmatur cochleâ O Q, ut de alio dictum *. Brachium hoc perforatum eſt, & ſciſſura à *d* ad *d* extenditur.

* 167.

Tabellam ipſam H L H, quoque ſeparatim, hujuſque inferiorem ſuperficiem, exhibemus. Juxta hanc ſuperficiem inter duas regulas mobilis eſt Lamella lignea I; mobilis hæc tantùm eſt per ſpatium quod parum Pollicem ſuperat, & in puncto quocunque hujus ſpatioli firmari poteſt; hunc in finem cum Lamellâ ligneâ juncta datur Lamella ænea *q*, in quâ ſciſſura datur, quam cochlea *o*, ipſi Tabellæ H L H inhærens,

tra-

trajicit; hac autem cochleâ firmatur Lamina lignea I. Huic in medio ad angulos rectos inſiſtit & firmiter cohæret Lamina cuprea *n*, cochleam conjunctam habens *p*.

Quando Brachio DO applicatur Tabella, Lamella *n* aperturæ *dd* inſeritur, in quâ per ſpatium, quod quoque parum tantùm Pollicem ſuperat, transferri poteſt; firmatur autem cochleâ *p*, applicatâ hujus parte exteriori *g*, interpoſitâ Lamellâ *h*, ne lignum lædatur.

Ubi cum Columnâ C Tabella conjuncta eſt, relaxatis parum cochleis *o* & *p*, Tabella poteſt à Columnâ removeri, aut huic admoveri, motu Laminæ *n* in ſciſſurâ *dd*; poteſt quoque, motu Lamellæ ligneæ I inter regulas, lateraliter agitari Tabella; cùmque, in his agitationibus, Tabella motu parallelo feratur, facilè foramina diſponuntur, ut cum uncis Lancium reſpondeant. 1487.

EXPERIMENTUM 3.

In hoc Experimento Bilance Hydroſtaticâ, noviſſimè explicatâ, utimur; præterea indigemus Cylindro cupreo, accuratè elaborato C, in cujus baſis ſuperioris, quam repræſentare non potuimus, centro uncus hæret exiguus. In centro baſis inferioris foramen datur *a*, per quod globuli plumbei minores Cylindro inſeruntur, quo Pondus ad libitum variari poteſt; clauditur foramen cochleâ *b*, cujus Caput ita baſi inſeritur, ut unicam cum reliquâ baſi ſuperficiem efficiat. 1488. TAB. XLVIII. Fig. 6.

Cylindrus cavus E quoque cupreus eſt; ad ſuperiorem partem apertus, & anſâ F inſtructus, ut ope Capilli equini N ſuſpendi poſſit. Hujus interior ſuperficies benè eſt levigata; & exactè Cylindri hujus capaci- 1489.

taſem

tatem replet Cylindrus alter C; ne autem aër ingreſſum, & extractionem, hujus Cylindri impediat, cochlea *d*, foramini, in centro baſis Cylindri E, inſeritur, ut, remotâ hac cochleâ, aër intrare, & exire, liberè poſſit. Capillus equinus M ipſi cochleæ *d* jungitur.

1490. TAB. XLIX. Fig. 1. Unco Lancis Libræ jungitur Capillus equinus cum anſâ Cylindri aperti *, quem in hac Fig. literâ N deſignamus, cohærens; & Capillo equino hujus fundo adhærenti jungimus Cylindrum clauſum *, quem R repræſentat. Lanci oppoſitæ Pondus imponitur X, ut detur æquilibrium. Elevatur tunc Bilanx *, & admovetur Vas vitreum V, Aquam continens; demiſsâque iterum Librâ, Corpus R immergitur, & æquilibrium deſtruitur; quia R pro parte ab Aquâ ſuſtinetur: ad hoc verò redit Libra, ſi N Aquâ impleatur; id eſt, ſi illa affundatur Aquæ quantitas, quæ repleret locum ab R occupatum.

* 1489. * 1488. * 1483.

DEFINITIO 5.

1491. *Pondus, quod Corpus Fluido immerſum ſervat, vocatur illius Gravitas reſpectiva.*

1492. Hæcque *Gravitas reſpectiva eſt exceſſus Gravitatis ſpecificæ Solidi ſuper Gravitatem ſpecificam Fluidi*; quia Solidum ex Gravitate amittit quantum valet Fluidi Gravitas.

1493. Ex hiſce ſequitur, *omnia Solida æqualia, licet diverſæ Gravitatis ſpecificæ, quando eodem Fluido immerguntur, Pondus æquale amittere* *.

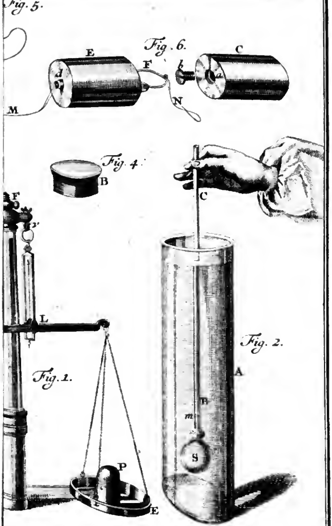
* 1478.

EXPERIMENTUM 4.

1494. Mutetur Pondus Cylindri C, aucto, aut imminuto, numero globulorum plumbeorum in hoc contento-

rum

TAB. XLVIII.



NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

rum *; & repetatur Experimentum ultimum, exactiſ- * 1488.
ſimè eodem modo procedet.

1495. Ex dictis ulterius ſequitur, *quomodocunque inter ſe differant Denſitates Corporum inæqualium, ſi eidem Fluido immergantur, Pondera, ab iis amiſſa, eſſe in ratione Voluminum.* In eâ enim ratione ſunt ſpatia ab iis in Fluido occupata.

1496. Idcirco *Corpora ejuſdem Ponderis, ſed diverſæ Denſitatis, partes inæquales Ponderis amittunt, quando eidem Fluido immerguntur*, propter Voluminum inæqualitatem.

EXPERIMENTUM 5.

1497. Lamellæ duæ ejuſdem Ponderis, ſtannea una S, plumbea altera P, capillis equinis, uncis Bilancis memoratæ * ſuſpenduntur, & æquilibrium datur. Deſcendat Bilanx, ut Corpora, Aquâ, vitris V & V contentâ, immergantur, æquilibrium deſtruetur.

TAB. XLIX. Fig. 2.

* 1480.

1498. *Idem ſolidum, quod Fluidis diverſæ Denſitatis immergitur, diverſam Ponderis ſui partem amittit* *; ideo quando duo Corpora, ejuſdem Denſitatis & Ponderis, Fluidis diverſæ Denſitatis immerguntur, deſtruitur inter illa æquilibrium.

* 1472.

EXPERIMENTUM 6.

1499. Eodem modo ut præcedens inſtituitur hoc; ſed Lamellæ ambæ ſunt plumbeæ. Si ambæ Aquæ immergantur, ſervatur æquilibrium; ſed hoc deſtruitur, ſi dum una in Aquam penetrat, altera in ſpiritum Vini deſcendat.

1500. Quando Solidum, Fluido ſpecificè gravius, in Fluido ſuſpenditur, hoc ab omni parte, in illud, pro altitudine ſuâ, agit *; & Solidum æqualiter in Fluidum * 1468.
reagit *; Actiones illæ ſunt igitur eædem, ac ſi Spa- * 361.

Hhh tium,

tium, à Solido occupatum, ipſo Fluido impleretur; &
1501. ita *non intereſt, reſpectu Gravitatis Fluidi, utrum in eo Solidum ſpecificè gravius ſuſpendatur, an affundatur ejuſdem Fluidi quantitas, quæ æquale ſpatium cum Solido occupat.*

Experimentum 7.

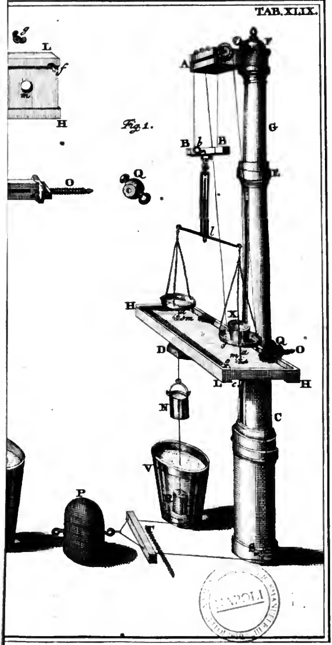
1502. Vitreum vas V, annulo cupreo circumdatum, & anſâ
TAB. L. Fig. 1. inſtructum, aquâ fere repletum, brachio L Libræ ſuſpenditur, eique immergitur Cylindrus æneus R, qui capillo equino ſuſtinetur, ne Fundum Vaſis tangat; Pondere, Lanci oppoſitæ impoſito, datur æquilibrium. Deſtruitur hoc extracto Cylindro R, ſed inſtauratur, infundendo Aquam, quæ Cylindro cavo N contineri
* 1488. 1489. poteſt. Sunt hi ipſi Cylindri ſupra memorati *; ſi in N inſeratur Cylindrus R, exactè ab hoc repletur. Si eo tempore, quo ſequens tentamus Experimentum, & hoc demonſtrare in animo habemus, commodè hoc fie-
* 1505. ri poterit, ut ſtatim videbimus *.

Collatis inter ſe N^s. 1478. & 1501., ut & Experi-
1503. mentis 3. & 7., quibus illi confirmantur, patet, *Fluidum acquirere Pondus, quod Solidum immerſum amittit.* Vis Gravitatis ſemper proportionalis eſt quantitati Materiæ, & non mutatur immerſione Solidi in Fluidum; quare ſumma Ponderum Solidi & Fluidi, & ante & poſt immerſionem, non differt.

Experimentum 8.

1504. Diſponuntur omnia ut in Experimento præcedenti ter-
TAB. L. Fig. 2. tio; hæc ſola differunt; loco annuli E, (Tab. xlix. Fig. 1.)
* 165. Brachium Q *, inter Columnas C & G, firmatur; & Cylindrus cavus non adhibetur; ſed Cylindrus R, capillo equino, ipſi unco *c* appenditur. Unco *v*, Brachii Q, ſu-
* 1444. ſpendimus majorem Libram L, quâ antea jam uſi fuimus *;

ſed



NAPOLI

Digitized by Google

ſed in hoc Experimento, & in præcedenti, Vas V minus eſt, quàm in Experimento 3. Capitis 2. hujus Libri. Bilanx *l* in æquilibrio conſtituitur, Lanci I impoſitis Ponderibus Z & *p*; quorum *p* valet Pondus, quod Corpus R in Aquâ amittit, & quæ ſimul ſuſtinent Cylindrum R. In aliâ Librâ L, quoque æquilibrium datur inter Vitrum V, Aquam continens, & Lancem oppoſitam cum impoſito Pondere Y. Elevatur *l*, motu Ponderis P *; convertitur uncus *v* ita, * 1483.
ut Vas V infra Cylindrum R perveniat; quod ut fiat, pro diversâ Jugi L longitudine, diverſa Brachii Q deſideratur directio, quæ, antequam hoc firmetur, variari ad libitum poteſt. Deſcendat Bilanx *l*, ut Cylindrus R Aquæ, Vaſe V contentæ, immergatur; deſtruetur æquilibrium in ambabus Libris, quæ ambæ ad ipſum redeunt, transferendo Pondus *p*, ex Lance I, in Lancem Brachii L.

Si præcedens Experimentum demonſtrandum foret, 1505.
Libra *l* ipſi Tabellæ HEH imponenda eſſet; tunc ex unco fixo dependeret Cylindrus R in Vaſe V.

Corpus, Fluido ſpecificè gravius, & quod in hoc 1506.
deſcendit, majori Vi deorſum fertur, quàm ſurſum premitur, ut antea explicatum *; quarum Virium dif- * 1475.
ferentia eſt Corporis gravitas reſpectiva. Vis prima pro parte conſtat ex Pondere Fluidi Corpori ſuperincumbentis; & Corpus ad talem poteſt immergi profunditatem, ut hocce Pondus æquale ſit memoratæ Gravitati reſpectivæ; ſi in hoc caſu Fluidum hoc ſuperincumbens tollatur, ſuſtinebitur Corpus à Preſſione Fluidi inferioris.

Si ad majorem profunditatem Corpus immergatur, 1507.

& etiam Fluidum cohibeatur ne ſuperficiem Corporis ſupremam premat, (cùm Preſſio, quâ Corpus ſurſum pellitur, cum profunditate ad quam immergitur creſ-
* 1468. cat *, majori Vi in altum feretur Corpus, quàm Gravitate deſcendet, quare, ſi liberè moveri poſſit, adſcendet.

EXPERIMENTUM 9.

1508. Cylindro vitreo C, ab utraque parte aperto, ap-
TAB. LI. plicetur ab inferiori parte Lamina cuprea F, quartam
Fig. 1. Pollicis partem craſſa; ſi plana accuratè ſit, & ora Cylindri ita levigata, ut Laminæ applicata Aquam excludat, Laminaque filo, unco *v* in centro Laminæ alligato, ſuſtineatur, donec ad profunditatem circiter trium Pollicum Aquæ immergatur, ab Aquâ ſuſtinebitur; quod relicto filo patebit. Ad majorem profunditatem magis arctè cum Cylindro cohærebit Lamina, ad minorem cadet.

1509. Pro ratione craſſitiei, & denſitatis Laminæ, augenda eſt profunditas, ad quam immergitur. Si ex. gr. aurea illa eſſet, Auri Gravitas ſpecifica eſt ad Aquæ Gravitatem ſpecificam, ut 19. ad 1; quare illius Gravitas reſpectiva eſt ad Aquæ Gravitatem ſpecificam, ut
* 1492. 18. ad 1. *; Columna idcirco aquea decies & octies, altitudine ſuâ, craſſitiem Laminæ aureæ ſuperare debet, ut valeat hujus Gravitatem reſpectivam; requiritur ergo, ut Aquæ altitudo, ſupra ſuperficiem ſuperiorem Laminæ aureæ, toties ad minimum valeat ipſius Laminæ craſſitiem; ſi non ultra Cylindri baſim Lamina ſe extendat; ſi enim major ſit Lamina augenda erit profunditas.

Experimentum 10.

Cylindrus A cum Fundo mobili, Operculo tectus, & cum Tubo F conjunctus, ut ante expoſitum *, Aquæ immergitur; Fundusque, quando ad profunditatem unius Pedis infra Aquæ ſuperficiem pervenit, adſcendit; quamvis ope cochleæ, in centro Fundi ab inferiori parte cohærentis, hic conjungatur cum Pondere P, quo Fundi Gravitas ita augetur, ut ſuperet Libras duas, & præter Pondera, quæ elevantur, ſuperetur attritus. 1510. TAB. L. Fig. 3. * 1433.

Omne Corpus immerſum amittit ex pondere, quantum ponderat Fluidum, quod ſpatium à Corpore in Fluido occupatum, repleret *. Idcirco ſi *Corpus Fluido levius* fuerit, & ideo adſcendat, *in ſuperficie hærebit, & talis erit pars immerſa, quæ ſi à Fluido occuparetur, hoc æqualiter cum Corpore ponderaret.* * 1478. 1511.

Hoc idem ex N. 1415. quoque immediatè deduci poteſt; niſi enim quieſcente Corpore, talis ſit hujus immerſio, ſuperficies horizontalis, quam in Fluido infra Corpus concipimus, non æqualiter ubique premeretur.

1512. Indicata Regula de Pondere amiſſo * univerſalis eſt; Corpus Fluido levius ſurſum pellitur, quia plus amittit quam habet; ſi autem retineatur, ſtatim apparet Actionem Fluidi eſſe eandem, quàm in Corpus Fluido ſpecificè gravius; & in hoc caſu Regula tali Corpori poteſt applicari.. * 1478.

Experimentum 11.

1513. Parum hoc differt ab Experimento 1. hujus Capitis. Loco Cylindri cuprei, qui Cylindrum N replere poteſt, adhibemus Cylindrum ligneum *r*, qui ejuſdem TAB. L. Fig. 4.

 eſt

eſt magnitudinis, & quoque exactè replet N, quando huic inſeritur. In centro ſuperioris ſuperficiei Cylindri lignei prominentia datur lignea exigua & perforata. Ex filo æneo rectangulum efficitur A, cui conjungitur globulus *b* ex eodem metallo, ut Pondus augeatur. Appenditur rectangulum hoc Capillo equino, cum baſi Cylindri N cohærenti, & in Aquâ ſuſpenditur. Cylindrus *r* ipſi N inſeritur, aut Lanci B imponitur; & ad æquilibrium reducitur Bilanx *l*.

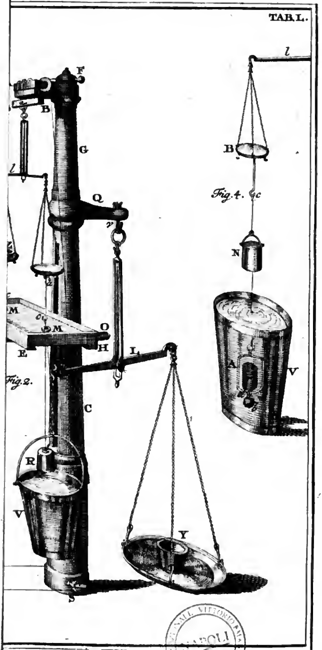
Tollitur *r*, & in ſitu inverſo conjungitur cum rectangulo A, auxilio unci minoris in *d* hærentis, & qui foramini in prominentiâ memoratâ baſis Cylindri lignei inſeritur. Acquirit Cylindrus ſitum, quem Figura indicat; & æquilibrium eſt deſtructum; inſtauratur autem,
* 1488. ut in Experimento 1. *, ſi N Aquâ repleatur.

1514. Sublato Cylindro *r*, antequam hoc cum A conjungatur, æquilibrium deſtruitur; ſed hoc inſtauratur ſi pro parte tantùm N Aquâ repleatur. Tunc Volumen Aquæ in N, æquale eſt Volumini immerſo, quando *r* in ſuperficie Aquæ natat. Pondus autem Aquæ, quæ deficit ut N repleatur, valet Vim, quâ ſurſum pellitur *r*, quando, cum A cohærens, infra Aquæ ſuperficiem retinetur.

1515. Sequitur ex his, *Corporum, in ſuperficie ejuſdem Fluidi natantium, partes immerſas eſſe inter ſe, ut Corporum Pondera.* Idcirco ſi, ſuperaddito Pondere Corporis Gravitas mutetur, in eâdem ratione augetur pars immerſa;
1516. & *partes, quæ variis Ponderibus in Fluidum deſcendunt, ſunt inter ſe, ut hæc Pondera.*

Experimentum 12.

1517. TAB. LI. Fig. 2. Globus cavus G, ex tenuiori Laminâ æneâ effectus, cohæ-



NAPOLI
Digitized by Google

cohæret cum Cylindro ex eodem metallo, quoque cavo, ſuperius aperto, & accuratè elaborato. Cum Globo quoque cohæret cauda *cd*, quæ ipſi Cylindro opponitur, & in cujus extremitate cohæret Ponduſculum *d*.

Machina hæc Aquâ levior eſt, & ſibi permiſſa, dum natat in ſitu verticali ſeſe diſponit Cylindrus. Diviſa eſt altitudo Cylindri in partes, quæ dimidiatum ſingulæ valent Pollicem, & diviſiones indicantur, circulis, quæ in dicto ſitu Machinæ horizontales ſunt.

Globuli plumbei minores injiciuntur Globo G, donec Aquæ ſuperficies cum uno ex circulis conveniat. Determinatur deinde Pondus, quo ſi Machina oneretur, ſuperficies ad ſequentem diviſionem pertingat; ſi, injectis globulis plumbeis, de novo tale Pondus addatur, & iterum atque iterum eodem modo continuemus, ſingulis vicibus æqualiter deſcendet Machina; id eſt, ad ſequentem circulum pertinget Aquæ ſuperficies.

In N[is]. 1506. & 1507., Experimentis 9. & 10. confirmatis, vidimus, quomodo Corpus Fluido gravius ab hoc ſuſtineatur, & quaſi natet; ſimili methodo Corpus Fluido levius in Fundo retineri poteſt; in illo caſu Preſſio Fluidi ſuperincumbentis tollitur; hic tollenda eſt Preſſio Fluidi in inferiorem ſuperficiem, quâ Corpus ſurſum pellitur. 1518.

Experimentum 13.

Lamina ænea *bc*, exactè plana, cum ſuſtentaculo A conjuncta, in Fundo Vaſis vitrei V hæret; Lamina ſimilis *de* cum Cylindro ligneo *f*, fruſto Suberis L circumdato, conjungitur ita, ut cum hoc conſtituat Cor- 1519. Tab. LI. Fig. 3.

pus

pus Aquâ levius; Lamina hæc ultima primæ imponitur, ut conveniant; & baculo Suber retinetur, dum Aqua affunditur; relicto Subere, non hoc adſcendit, donec, hoc è loco moto, Laminæ pro parte ſeparentur ita, ut Aqua in Laminam, cum Subere conjunctam, Preſſionem ſuam exſerere poſſit, illamque cum Subere in altum ferre. Planæ deſiderantur, & levigatæ Laminarum ſuperficies. Repeti poteſt Experimentum relictâ Aquâ, ſi mutua Laminarum detur applicatio.

CAPUT IV.

De explorandis Corporum Ponderibus.

1520. PONdera Corporum explorari Librâ, inſtrumento
* 179. notiſſimo, antea jam obſervavimus *; & eâ occaſione de hujus proprietatibus, & ad perfectionem requiſitis, fusè ſatis egimus. De ejuſdem Inſtrumenti uſu, quando Pondera exactiſſimè ſunt determinanda, nihil diximus.

1521. In iis, quæ, in duobus ſequentibus Capitibus, de Denſitatibus comparandis explicabimus, accurata Ponderum determinatio omnino neceſſaria eſt; cùm verò accuratiſſimam hujus Methodum demonſtrata Capitis præcedentis nobis ſuppeditent, de hac ipsâ hoc loco agere, neceſſarium mihi viſum eſt.

1522. Ante omnia deſideratur Bilanx, perfectiſſimè elaborata; quæ, ubi, antequam Ponderibus gravetur, in æquilibrio conſtituta, quotieſcunque agitetur, ad æquilibrium redeat; & ne difficultatem inutiliter augeamus, loquimur de agitatione exiguâ. Requiritur ulterius, ut Bilancis hujus, quando tribus aut quatuor unciis

ciis ab utraque parte gravata eſt, æquilibrium, quinquageſimâ, aut minori, Grani parte, turbetur.

Primum requiſitum haud facile obtinetur; & deficiente hoc, ſecundum adeſſe non poteſt.

Secundo deſiderantur Pondera, exactiſſimè deter- 1523.
minata. Omnium maximè commodum eſt, cùm agatur de Ponderibus comparandis, Granis Pondera exprimere.

Hiſce ſequentibus utor; uno mille Granorum; uno 500. Gr.; unô 400. Gr.; duobus 200. Gr.; duobus 100. Gr.; duobus 50. Gr.; duobus 30. Gr.; duobus 20. Gr.; duobus 10. Gr.; quibus varia minora addenda, ſex, quinque, quatuor &c. Granorum, non tamen minora uno Grano. Talia hæc deſiderantur Pondera, ut æquilibrium inter hæc detur, quoties idem numerus Granorum ſingulis Lancibus imponitur, variatis ad libitum ipſis Ponderibus impoſitis.

Bilancem & Pondera Artifex nobis ſuppeditare debet; quid ulterius addendum ſit, ut difficultates, quæ in uſu occurrunt, removeantur, dicam.

Bilancem ſuſpendimus, ut antea diximus *. Jugi lon- 1524.
gitudo eſt octo Pollicum; annulata eſt Anſa in *o*, ut TAB. LII. Fig. 1.
diſtinctius percipiamus, quomodo Examen cum Indice, * 1480.
fixo in ſuperiore Anſæ parte, reſpondeat. Non nimium tenue eſt examen, & obtuſa ejus extremitas in motu juxta ſimilem extremitatem Indicis tranſit ita, ut diſtantia ſit exigua; cum etiam Indicis & Examinis eadem ſit craſſities, ſitus æquilibrii quàm exactiſſimè percipitur.

Funiculi, quibus Bilanx ſuſtinetur, Trochleas, ſupra 1525.
indicatas *, circumeunt, & cum Unco *v* conjungun- * 1482.
tur.

tur. Uncus hic, auxilio Cochleæ P, mobilis eſt, ut Bilanx elevetur, aut deprimatur; ſed motus hic non
1526. ultrà Pollicem cum quadrante extenditur. Quando major neceſſaria eſt Libræ tranſlatio, ipſe tubus S, cum quo ea cohærent, quæ motui Unci *v*, & Cochleæ P, inſerviunt, & qui firmatur cochleâ *q*, movetur juxtà virgam ferream, quadratam, VK. Tubus S, cum adjunctis, ſeparatim exhibetur in Fig. 3., & in hujus conſtructione difficultas non datur.

1527. In angulo E, Tabellæ HEH, hæret tubulus æneus, qui, ut benè firmetur, cum Lamellâ cohæret quadratâ, quæ ligno inſeritur; tubulus apparet in *f*, & Lamella in *e* (*TAB.* XLIX. *Fig.* 1.); tubulum hunc trajicit Cylindrus tenuis æneus *hl*, qui circa axem convertitur, ope Capitis I.

1528. Juxta hunc Cylindrum mobilis eſt tubulus Q; qui firmiter ſatis hæret, ubicunque Cylindro applicetur; quia extremitates inciſæ & elaſticæ ſunt. Cum hoc tubulo conjunctus eſt Index T, qui horizontaliter movetur, quando, converſione Capitis I, Cylindrus *hl* circa axem rotatur.

1529. Unco *d*, fili ænei *ad* *, Cylindrus tenuis æneus *rs*,
* 1484. cujus ambæ extremitates perforatæ ſunt, ſuſpenditur; hujus longitudo ſuperat quatuor Pollices; & chartâ involutus eſt, ut ipſi magis commodè inſcribantur diviſiones poſteà memorandæ.

1530. In præſenti negotio ſolidum L removetur, & extremitas *p*, fili ænei *pn*, quæ in Uncum flexa eſt, foramini *s* inſeritur.

Longitudo hujus fili eſt circiter quinque Pollicum, & in extremitate inferiori, cum ipſo cohæret Globulus æneus *g*, cujus diameter quartam Pollicis partem non ſuperat. Filum

Filum hoc deſideratur exactiſſimè ubique ejuſdem craſſitiei, & quidem tale, ut partis ipſius, cujus longitudo eſſet unius Pollicis, pondus parum ſuperaret Grana quatuor.

Aquæ Vaſe vitreo contentæ immergitur *p g*, & omnia 1531.
diſponuntur, ut *p g* ferè totum immergatur, quando lances Tabellæ HEH ſunt impoſitæ.

Unco *c* applicatur Globus æneus F; concipimus 1532.
remotum R, cum Vaſe in quod immergitur. Tale determinandum eſt Pondus F, ut ſit in æquilibrio cum iis, quæ oppoſitæ Lanci ſunt appenſa, elevatâ Librâ ita, ut dimidium fili *p n* ſit immerſum. Index T applicatur puncto *a*, quod in anteceſſum notatur in medio Cylindri *r s*, ut ſit diviſionum initium.

Hiſce poſitis Granum unum Lanci *d* imponitur, & 1533.
elevatur Bilanx; in eo motu filum æneum *p n* Aquâ continuò extrahitur, quo illius Pondus augetur * ita, * 1478.
ut æquilibrium inſtauretur elevatâ Bilance ad altitudinem circiter duorum Pollicum. Notatur tunc punctum *s*, quod Indici T reſpondet. Tranſponitur Granum, Lanci *d* impoſitum, ex hac in aliam, & deprimitur Bilanx, ut iterum æquilibrium detur, & notatur punctum *r*. *a r* & *a s* ſunt æquales. Hoc autem variis vicibus poteſt repeti, ut circa diſtantiam inter *r* & *s* dubium non detur.

Singulæ hæ partes uni Grano reſpondent, & in vi- 1534.
ginti partes æquales minores dividuntur; hæ ſingulæ reſpondent 0,05. Gr., & in quinque minores iterum ſubdividi poſſunt; quod in ipſo uſu Machinæ oculis fieri poteſt ita, ut non ſenſibilis erroris periculum detur.

Diviſionum initium eſt in *a* ſurſum & deorſum. 1535.

Scalam vocamus adſcendentem inter *a* & *r*, deſcenden-
tem inter *a* & *s*.

PONDERANDI METHODUS.

1536. Ubi Corporis Pondus determinandum eſt, Libra in
æquilibrio diſponitur, & Index applicatur, ut in N°.
* 1526. 1532. diximus. Demittitur Bilanx *, ut parum à Ta-
bellâ H E H diſtet; Corpus explorandum Lanci *d* im-
ponitur & Pondera Lanci *e*; & ubi hæc ita ſunt de-
terminata, ut deficiant à Pondere quæſito, ſed defectus
minor ſit duobus Granis, motu tubuli S elevatur Bilanx,
* 1526. donec ab æquilibrio hæc parum deficiat *; tunc firma-
to S, motu cochleæ P, quàm exactiſſimè Libram ad
* 1525. æquilibrium reducimus *. Index T demonſtrat quid
Ponderi, Lanci *e* impoſito, ſit addendum, aut detrahen-
dum. Si ex. gr. Index reſpondeat diviſioni 36. Scalæ
deſcendentis, & Pondera impoſita valeant 1095. Grana,
Pondus addendum eſt partium centeſimarum unius Gr.
triginta ſex, & Pondus Corporis eſt Granorum 1095,36.
Si ageretur de Scalâ adſcendenti, magis immerſum fi-
lum *st* minus ponderaret; & numerus, Indice indicatus,
ſubtrahendus foret. In ultimo exemplo Pondus quæ-
ſitum fuiſſet 1094,64. In praxi ulterius ad illa quæ ſe-
quuntur debemus attendere.

1537. Oleo illiniri debet *pn*, antequam Aquæ immerga-
tur, & linteo abſtergendum eſt Oleum; ſat pingue-
dinis remanebit: etiam lentè admodum elevanda eſt
Bilanx. Hæ cautelæ obſervantur, ne Aqua ipſi filo *pn*
adhæreat, dum extrahitur; ſi nihilominus hoc contin-
gat, quod ſtatim apparet, (in Guttulas enim, faci-
lè viſibiles, quamvis exiguas, ſeſe conſtituit Aqua,)
de novo deprimitur Libra, & lentius elevatur, quo
omne

Digitized by Google

omne incommodum vitari poteſt.

Ulterius obſervandum, Indicem T Cylindro diviſo applicari, quando ille conſtituendus eſt, ut cum initio diviſionum congruat, aut quando examinare debemus, cui diviſioni reſpondeat; ſed dum Bilanx movetur, Index removetur converſione Capitis I. 1538.

Ubi Bilanx ad æquilibrium pervenit, parum agitanda eſt, ſemel & alterâ vice; ut pateat an ad æquilibrium redeat accuratè; minimum quid axi adhærens turbat æquilibrium, ſed hac agitatione illud ipſum removetur. 1539.

Cavendum ne nimium agitetur Bilanx, quod caſu contingere poteſt, quando Libra elevata eſt; nam Tabella HEH, ſemel firmata *, ſitum ſervare debet. Ut hoc impediamus, Columnæ C jungimus Brachium M *, huic addita eſt Lamella ænea, incurvata, *xy*, quæ caudam in medio habet, penetrantem per ipſum hoc Brachium, ut cochleâ m firmetur Lamella. In hujus extremitatibus, ad Angulos rectos cum hac conjunctæ ſunt regulæ minores æneæ *t*, *z*, parallelæ ipſi Brachio. 1540. * 1531. * 167.

Quando Libra elevata eſt, Brachium ita firmatur ut parum à jugo diſtent regulæ *t* & *z*, ut niſi agitationi minori locum non relinquant.

CAPUT V.

De comparandis Fluidorum Denſitatibus.

CUm Corporis Denſitas ſequatur proportionem Ponderis ipſius, dato Volumine, comparando

Corporum æqualium Pondera, detegimus ipſorum
* 1463. Denſitates *. *Si* ergo *Vas quodcumque exactè Fluido re-*
1541. *pleatur, & Fluidum hoc ponderetur; idemque alio Fluido repleatur, quod etiam ponderetur; Pondera erunt, ut Denſitates.* Sed cum hæc methodus in praxi variis obnoxia ſit difficultatibus, in hac explicandâ non inhæremus.

1542. *Quando duorum Fluidorum Preſſiones ſunt æquales,* Materiæ quantitates, id eſt, Pondera, in Columnis, æqua-
* 1414. les Baſes habentibus, non differunt *; quare Volumina, quæ ſunt ut Columnarum *Altitudines, ſunt inversè*
* 1464. *ut Denſitates* *; ex quo deducitur Methodus haſce comparandi in Tubis communicantibus; in quibus tamen non deſiderantur baſes Columnarum æquales; id eſt, non intereſt an Tubi ſint inæquales nec ne, quo Al-
* 1422. titudo non mutatur *.

Experimentum 1.

1543. Tubo vitreo curvo A infundatur Mercurius, quo
TAB. LI. Fig. 4. pars inferior Tubi à *b* ad *c* impleatur; infundatur Aqua ab unâ parte à *b* ad *e*; in crus oppoſitum infundatur Oleum Terebinthinæ, donec ambæ ſuperficies *b*, *c*, Mercurii ſint in eâdem lineâ horizontali; ſitque altitudo Olei *cd*; erunt hæ altitudines, ut 87. ad 100, in qua ratione inversâ eſt Denſitas Aquæ ad Olei Terebinthinæ Denſitatem; ſunt ergo hæ, ut $\frac{1}{87}$ ad $\frac{1}{100}$, aut ut 100. ad 87.

Mercurius infunditur, ne Fluida in fundo Tubi miſceantur.

1544. Hæc quoque Methodus obnoxia eſt difficultatibus. Minores differentiæ non ſatis benè determinantur; difficulter hac Methodo vera ratio, inter Denſitates Aquæ pluviæ & Aquæ ſtillatitiæ, detegeretur. Mercurius quoque non

Digitized by Google

non poteſt adhiberi pro omnibus Fluidis; & tunc ſeparatio Fluidorum in inferiori Tubi parte ſæpe difficilis erit.

Sequens Methodus eſt omnium maximè univerſalis & accurata. Pro fundamento habet demonſtrata de Immerſione Solidi Fluidis gravioris. *Quando idem Corpus variis Fluidis immergitur, Pondera ab illo, in his amiſſa, ſunt inter ſe ut horum Denſitates* *. 1545. * 1463. 1478.

M A C H I N A,

Quâ Fluidorum Denſitates conferuntur.

Utimur Bilance Hydroſtaticâ *, cum omne ſuo apparatu, ſuperiùs explicato *. 1546. TAB. LII. Fig. 1. * 1480. * 1524.

Tollitur Ponduſculum F *, & in ejus loco ſuſpendimus ſolidum vitreum R, capillo equino annexum. * 1532.

Solidum hoc in ſe cavitatem vacuam continere poteſt; melius etiam eſt ſi hujus pondus minuatur tali cavitate; nam ſufficit, ſi Solidum gravius ſit omnibus Fluidis, Mercurio excepto, ad quem hæc Methodus non pertinet; ſed de quo ſequenti Capite dicam.

Pondus quoddam determinamus ad libitum; ſed tale ut aliquando ſuperet, aliquando deficiat à Pondere, quod R in diverſis Fluidis amittit. In noſtrâ Machinâ determinavimus Pondus 700. Gr. 1547.

Solidum æneum L tale eſt, ut inter *s* & *p* ſuſpenſum, æquilibrium detur cum R; non immerſo, impoſitis 700. Gr. lanci *e*; & immerſo filo æneo *p n*, ut ſupra diximus *. Et ipſi L inſcribimus numerum hunc 700. 1548. * 1532.

Si nunc ſublato pondere 700. Gr. Lanci *e* impoſito, Vitrum R in Fluido quocunque ſuſpendatur, & impoſito Pondere, Lancium uni aut alteri, æquilibrium detur *, Denſitas Fluidi detegitur; ſi Lanci *d*, addito hoc Pondere differentiæ memoratæ Gr. 700. ſi Lanci *d* pondus 1549. * 1536.

fuerit

fuerit impoſitum; ſi Lanci e, ſubtrahitur pondus illud ex iiſdem 700., & in utroque caſu, ex numero ita detecto ſubducitur numerus, in ſcalâ a s deſcendente indicatus; aut ipſi additur, ſi ſcalæ adſcendenti a r Index reſpondeat. Habemus tunc Pondus à Corpore amiſſum; id
* 1545. eſt, Pondus Denſitatem Fluidi exprimens *.

EXPERIMENTUM 2.

1550. Rebus, ut explicavimus, diſpoſitis *, Aquæ im-
* 1546. mergatur Solidum vitreum R, Lanci d ſuſpenſum; æquilibrium habemus, ſi undecim Grana Lanci e imponantur, & Bilanx elevetur, ut Index diviſioni quinquageſimæ ſextæ, ſcalæ deſcendentis, reſpondeat; Pondus ergo ex 700. ſubtrahendum eſt 11,56; & Aquæ Denſitas
* 1549. hoc numero exprimitur 688,44 *. Si verò de Lacte agatur decem Gr. Lanci d imponenda ſunt; quæ ſeptingentis addenda ſunt, & 710. Lactis Denſitatem exprimit. Aliquando numerum hunc habui, aliquando paulò minorem, quia non omne Lac eandem habet Denſitatem.

1551. Sit nunc aliundè notum, Pedem cubicum Aquæ ponderare Libras 63. cum Unciis 7. Drachmis 2. & Scrup. 2.: quod detegimus determinando Pondus in Aquâ
* 1478. amiſſum à Corpore cujus capacitas nota eſt *. Uſus ego ſum Cubo cupreo, cavo, cujus latera exactè erant ſex Poll. Rhenolandicorum. Pondus memoratum valet Gr. 487360. dum Volumen Aquæ æquale Vitro noſtro R ponderat Grana 688,44; unde conſtat Volumen hoc debere multiplicari per 707,92. ut habeamus Pedem cubicum; & multiplicatis per hunc numerum 710. habebimus Grana in pede cubico Lactis; & hac Methodo Pondus Pedis cubici Fluidi cujuſcunque detegitur.

Aliam

Digitized by Google

Aliam quoque nunc addam Methodum, quâ compa- 1552.
rantur Fluidorum Denſitates, quæ admodum eſt compendioſa; ſed commodè tantùm adhiberi poteſt in Fluidis, quæ parum Denſitate differunt. Uſu præcipuè venit, ubi agitur de conferendis Denſitatibus variorum Vinorum, aut variarum Cereviſiarum.

Pro fundamento hæc quoque Methodus habet demonſtrata de Corporibus Fluidis immerſis, ſed his levioribus.

Si Solidum, Fluidis comparandis levius, variis Fluidis 1553.
immergatur, partes immerſæ erunt inversè, ut Fluidorum Denſitates; nam, quia idem Solidum adhibetur, portiones variorum Fluidorum, quæ ſingulis caſibus ſpatium a parte immersâ occupatum poſſent implere, eſſent ejuſdem Ponderis *; ergo Volumina, illarum portionum * 1511.
immerſarum, eſſent inversè ut Denſitates *. * 1464.

Machina Secunda,

Quâ Fluidorum Denſitates conferuntur.

Machina hæc A vitrea eſt, conſtat ex Globo cavo, 1554. TAB. LI. Fig. 5.
cum Tubo Cylindrico, in partes æquales diviſo. Infra Globum alter minor additur, qui pro parte Mercurio, aut Globulis exiguis plumbeis, impletur, ut eo Pondere Tubus verticaliter in Fluida deſcendat, & in hoc ſitu retineatur; ne nimium Ponderis in minori Globo detur cavendum; nam, ut Machina Fluidis comparandis levior ſit, requiritur. In variis Fluidis ad varias profunditates deſcendit Machina; & Denſitates horum, ſunt inversè ut partes immerſæ *, quæ ergo * 1553.
inter ſe comparandæ ſunt.

Filum in *a* Machinæ alligatur; Machina Aquæ im- 1555.
mergitur, Pondere inferioris Globi ita aucto, ut

Machina quidem natet, ſed maximâ parte Tubus in
Aquâ hæreat. Machina, cum filo annexo, exactè ponderatur; Pondus noſtræ fuit Gr. 550. Machina, Aquæ
immerſa, ad *b* deſcendit; Pondus ergo Aquæ ejuſdem Voluminis cum parte Machinæ immersâ valuit
* 1511. Gr. 550. *, & hocce Volumen, hoc numero, poteſt
exprimi. Filum memoratum unco Lancis Bilancis Hy-
* 1480. droſtaticæ * annectitur Machinâ manente immersâ,
Lanci oppoſitæ Pondus viginti Gr. imponitur, & lentè Bilanx elevatur, (quo Tubus pro parte Aquâ extrahitur, & gravior fit,) donec detur Æquilibrium; ſuperficies Aquæ tunc pertingit ad punctum *d*. Aqua ſuſtinebat Pondus totius Machinæ, demtis Granis viginti; id eſt, ſuſtinebat Gr. 530.; & Pondus Aquæ, ejuſdem Voluminis cum parte tunc immersâ, tot Grana valuit, & hoc numero exprimitur; Volumenque partis *db* Tubi fuit 20. Si ſpatium *db* dividatur in partes æquales 10, & diviſiones continuentur adſcendendo ultra *b*, & deſcendendo infra *d*, ſingulæ valebunt 2; poſſuntque hæ diviſiones in minores dividi; & ex notâ diviſione, ad quam Machina in Fluidum deſcendit, dabitur Volumen partis immerſæ. Ex. gr ſi totus Tubus extra Aquam hæreat, Volumen immerſum erit 526; ſi ad ſupremam hìc notatam diviſionem deſcendat, Volumen immerſum erit 556; & Denſitates Fluidorum, in quibus hoc contingeret, eſſent inversè ut illi numeri, id eſt, ut 556. ad 526; & ſolæ Denſitates intermediæ, ope hujus Machinæ, comparari poſſunt. Si Globus minorem ad Tubum rationem haberet, Fluida, quorum Denſitates magis inter ſe differrent, comparari poſſent.

Quan

Digitized by Google

Quando Fluida plura comparantur, numeri, Volu- 1556.
mina partium immerſarum deſignantes, habentur pro denominatoribus fractionum, unitatem in numeratore habentium; deſignantque hæ fractiones rationem Denſitatum; ſunt enim inter ſe inversè, ut denominatores.

EXPERIMENTUM 3.

Sint comparandæ Denſitates Aquarum, diverſas Sa- 1557.
lis quantitates continentium; in unam deſcendit Machina ad diviſionem e; alteri ſi immergatur, deſcendit tantùm ad diviſionem c; Denſitates harum erunt inter ſe, ut $\frac{1}{546}$ ad $\frac{1}{542}$.

CAPUT VI.

De Hydroſtaticâ Solidorum Comparatione.

IN Corporibus homogeneis Denſitates ſunt in ratione compoſitâ, ex directâ Ponderum, & inversâ
Voluminum *; ideò *dantur Denſitates*, id eſt, dantur * 1467.
numeri, qui ſunt inter ſe, ut hæ Denſitates, *dividendo* 1558.
Pondera per Volumina.

In omnibus Corporibus, adhibitâ Librâ, *Pondera* comparantur; Volumina deteguntur ponderando Corpora *in eodem Fluido*; Pondera enim, ab illis *amiſſa*,
ſunt ut ipſorum Volumina *. * 1495.

MACHINA,

Quâ Solidorum Corporum Denſitates conferuntur.

Hic iterum Bilanx hydroſtatica uſu venit *, cum 1559.
omni ſuo apparatu *; ut ubi agitur de Fluidorum Den- TAB. LII. Fig. 1. 2.
ſitatibus comparandis *. * 1480.
Loco Solidi R adhibemus Vas vitreum N, cui Cor- * 1524. * 1546.

Digitized by Google

pora comparanda imponi poſſunt. Loco Solidi L adhibemus Solidum, quoque æneum, O; quod ita determinatur, ut immerſo in Aquâ Vaſe N, æquilibrium detur,
* 1531. poſitâ Bilance, ut antea diximus *.

1560. Corpus, cujus Denſitas quæritur, Lanci d imponitur,
Fig. 2. * 1536. & Pondus ipſius notatur *. Mutatur ſitus Indicis T ita, ut hic cum a reſpondeat, manente Librâ in ſitu æquilibrii, quo dictum Pondus determinavimus. Idem hoc Corpus, reliquis manentibus, in Vas N Aquæ, ut dictum, immerſum, transfertur; Lancique d imponuntur Pondera, & Bilanx ad æquilibrium reducitur, & habemus Pondus à Corpore in Aquâ amiſſum; per hoc ergo ipſius Corporis Pondus dividendum eſt, ut habea-
* 1558. mus Denſitatem *: id eſt, dividimus Pondus in Lance e per Pondus in Lance d, correcto utroque additione, aut ſubtractione, fractionis, quam ſcala indicavit.

EXPERIMENTUM.

1561. Fruſtum Auri puriſſimi a, quod, ut extranei nihil ipſi adhæreret, per aliquot horas igni fuit expoſitum, poſtea in Aquâ lotum, & linteo nitido abſterſum, Lanci d fuit impoſitum, & Lanci e Grana nongenta & ſexaginta. Quando Bilanx ad æquilibrium fuit re-
* 1536. ducta *, Index reſpondebat diviſioni decimæ ſeptimæ ſcalæ deſcendentis; Pondus Auri ergo erat 960, 17 Gr:
* 1560. Mutato Indice *, & Vaſi N impoſito Auro, reliquis manentibus, æquilibrium fuit deſtructum; Grana quinquaginta Lanci d fuere impoſita, & Bilance elevatâ, ut Index reſponderet nonæ diviſioni ſcalæ deſcendentis, Æquilibrium fuit inſtauratum, Pondus ergo de-
* 1536. ſtructum fuit 49,91 *. Inſtitutâ diviſione *, Denſitas
* 1558. erat 19,238. Proximè $19\frac{1}{4}$.

Cum

Cum Argento ſimile inivi tentamen. Fruſti Argenti benè depurgata fuit ſuperficies, quæ levis erat; Pondus erat 439, 15; Pondus amiſſum 42, 58; ergo Denſitas 10, 31. Puriſſimi Argenti Denſitas major eſt. 1562.

Mercurii Denſitas detegitur, ut ſi de Corporibus Solidis ageretur. Exiguum quoddam Vas vitreum Lanci d imponitur, & conſtitutâ Bilance in Æquilibrio, Index ut dictum diſponitur *; infunditur huic Vaſi Mercurii quantitas ad libitum, & Pondus inveſtigatur. Transfunditur tunc Mercurius in Vas N, & aliud Vaſculum, ut ante, Lanci d imponitur; & Pondus à Mercurio in Aquâ amiſſum determinatur. 1563. * 1532.

Benè quoque depurgari debet Mercurius, nam hujus ſuperficiei facile pinguedo quædam adhæret, quæ immediatam Aquæ applicationem quodammodo impedit, & tunc Denſitatem verâ minorem detegimus.

Mercurii, ſatis benè depurgati, Denſitatem detexi 13, 54 aut 13, 57, plus & minus; hujus ejuſdem optimè depurgati Denſitas fuit 13, 62.

In hiſce Solidorum Denſitates conferimus cum Denſitate Aquæ; & hujus ope, cum Denſitatibus reliquorum Fluidorum. 1564.

Denſitas autem Aquæ Unitate exprimitur; talis enim detegeretur Denſitas Corporis, quod cum Aquâ eandem Gravitatem ſpecificam haberet.

Hac Methodo Denſitates etiam Corporum Aquâ ſpecificè leviorum deteguntur; ſi ita cum Vaſe jungantur, ut hujus Pondere in Aquam trahantur. 1565.

Si Pondus Pedis cubici Aquæ * multiplicemus per numerum, qui Corporis Denſitatem exprimit, habemus Pondus Pedis cubici ipſius Corporis; quæ Pon- 1566. * 1551.

 deris

deris determinatio in multis occaſionibus uſum magnum habet.

MACHINA,
Quâ Monetæ explorantur.

1567. TAB. LI. Fig. 6. Sit Machina A, ſimilis Machinæ in Capite præcedenti deſcriptæ *; in inferiori parte cum hac cohæret annulus DE; proprio Machinæ Pondere Globus pro parte tantùm Aquæ immergitur.

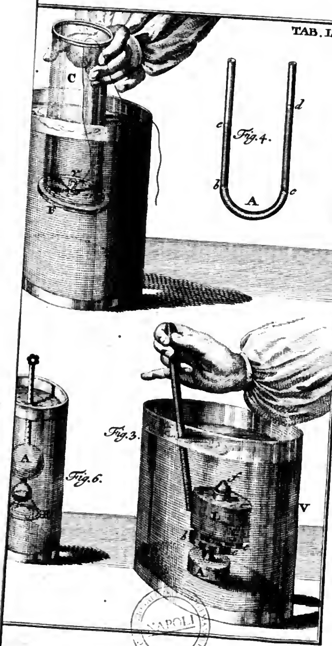
* 1554.

1568. Moneta ſuſpecta cum aliâ probâ, ejuſdem Ponderis, confertur, ſucceſſivè has imponendo ipſi Annulo; ſi enim ſpuria Moneta ſit, minus immergetur Machina.

Ut Monetis diverſis inſerviat hæc, ita conſtruenda eſt, ut ſi de leviori ſpecie agatur, ne quidem, hac impoſitâ, integer Globus Aquâ tegatur; tuncque Lamella cuprea, aut plumbea, adhibetur talis, quæ ſi Monetæ addatur, ſuperficies Aquæ circa medium colli pertingat.

1569. Si non ad manus habeamus Monetam probam, exactè ejuſdem Ponderis cum ſuſpectâ, hac utimur Methodo. Monetam non ſuſpectam Annulo impono, & noto quo uſque immergatur; Machinæ aliam Monetam, ejuſdem ſpeciei, ſed quæ parum à primâ Pondere differt, uno Grano ex. gr., poſtea impono, & detego immerſionis differentiam; ſit hæc unius diviſionis cum ſemiſſe. Si nunc mihi notum ſit ſuſpectam Monetam duobus Gr. differre à primâ ex præcedentibus, etiam mihi notum erit, immerſionem differre debere tribus diviſionibus; & novi quo uſque, impoſitâ ſuſpectâ Monetâ, Machina debeat immergi; ſi minus immergatur, ſpuriam ipſam eſſe patebit.

Collatis Denſitatibus Metallorum celebre Archimedeum



NAPOLI

Digitized by Google

deum de Metallis mixtis ſolvimus Problema.

Detur Mixtum, ex Metallis duobus notis; determinandum, quantum utriuſque contineat, ſi Metallorum & Mixti Denſitates dentur. 1570.

Sint Metallorum Denſitates AB, AD; Mixti Denſitas AC. Sint etiam AL & LI, ut Volumina Metallorum primi & ſecundi in Mixto. Ponamus formata rectangula AF, LH, AG. TAB. LII. Fig. 4.

Pondus primi Metalli in Mixturâ Rectangulo AF repræſentari poteſt *; repræſentatque in hoc caſu rectangulum LH Pondus Metalli ſecundi; & Figura ABFMHIA indicat Pondus integri Mixti; hoc etiam rectangulo ACGI exhibetur *; quod idcirco Figuræ memoratæ æquale eſt. * 1465. 23. El. VI. * 1465.

Subtractâ utrimque Figurâ communi ACNMHI, reſtant æqualia rectangula BN, NH; quorum latera ſunt reciprocè proportionalia *, FN ad NM, ut NG ad NC; id eſt, LI ad AL *; ergo conv. & inv. FM ad FN, ut AI ad LI. *Volumen Mixti ad Volumen ſecundi Metalli in Mixto, ut differentia Denſitatum Metallorum primi & ſecundi ad differentiam Denſitatum Metalli primi & Mixti.* *14. El. VI. * 34. El. I. 1571.

Pondus autem *totius Mixturæ eſt ad Pondus Metalli ſecundi in Mixto*, in ratione compoſitâ Denſitatum Mixti & ſecundi Metalli, & ratione Voluminis Mixti & Voluminis ſecundi Metalli in Mixto *, id eſt, *ut productum Denſitatis Mixti, per differentiam Denſitatum Metallorum, ad Denſitatem ſecundi Metalli, ductam in differentiam Denſitatum primi Metalli & Mixti.* 1572. * 1465.

Hæc ſolutio hac nititur Hypotheſi, Metalla ſingula in ipſo Mixto ſuum integrum Volumen ſervare; ſi autem 1573.

tem partes quædam unius in poros alius penetrent, ſolutio accurata non eſt. Quis autem affirmabit ſimplicem dari partium minimarum appoſitionem, in omni Metallorum Mixturâ; Experimentis nondum ſatis accuratè quæſtionem ad examen vocatam fuiſſe videtur. Inter Experimenta, quæ Hookius coram ſocietate Regiâ Anglicanâ demonſtravit, unum memoratur, in quo cupri Denſitas aucta fuit permixtione ſtanni metalli levioris.

L I B E R III.

Pars II. De Motu Fluidorum.

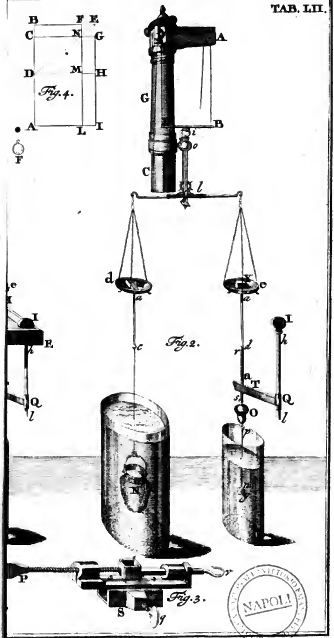
C A P U T VII.

De Celeritate Fluidi, ex Preſſione Fluidi ſuperincumbentis.

FLuidum inferius à ſuperiori premitur, & quidem æqualiter omnes partes versùs hæc Preſſio dirigi-
* 1418. tur *, & æqualiter omnes partes versùs Fluidum conatur
1574. recedere; idcirco *ſi Preſſio ab unâ parte tollatur, ad illam partem movetur Fluidum*; & non intereſt *à quacunque parte Preſſio tollatur, eâdem Celeritate movetur*; quod Experimentis, in capite de Fluidis proſilientibus memorandis, confirmatur.

Ad eandem profunditatem Celeritas eſt etiam ubi-
* 1413. 1414. que eadem, propter Preſſionis æqualitatem *; mutatâ

TAB. LII.



NAPOLI

Digitized by Google

tatâ verò profunditate mutatur Celeritas.

Hanc dicimus *Preſſione communicari Velocitatem*, non 1575.
autem Particulas hanc cadendo acquirere : nam *primæ* 1576.
Particulæ, quæ exeunt, non lentius illis, quæ ſequuntur, moventur; non enim aliam primæ, quam ſequentes, viam ſequuntur, ſi obliquè exeant. Præterea non tantùm exeunt, quæ deſcendunt, ſed & quæ lateraliter adfluunt; moveturque Particula Preſſione omnium Particularum circumambientium, exceptis illis quæ in motu præcedunt; & Particulæ, quæ deſcendunt, non tam à ſuperincumbentibus, ſed præcipuè lateralium Preſſione, Velocitatem acquirunt; ab inſequentibus enim, eâdem Velocitate motis, accelerari non poſſunt.

Sit Vas A, Fluido repletum ad altitudinem *ab*; 157
effluat Aqua per foramen *cd* in fundo. Particulæ ſeſe mutuò ſequentes omnes eâdem Velocitate exeunt. Concipiamus Lamellam *cf*, quæ foramini reſpondet; ſuſtinet hæc Pondus Columnæ *em*; & integrâ hac Actione, ut & proprio pondere, deorſum premitur, quamdiu quieſcit : aperto autem foramine Actio Columnæ *em* ſtatim ceſſaret, niſi hæc ipſa Columna, à Fluido circumambiente, continuo comprimeretur. Particulæ, quæ cedunt, ſeſe ſubducunt ab Actione inſequentium, ſi hæ non majori Actione propellantur; ſed hoc ad Preſſionem lateralem applicari non poteſt, quæ tamen eundem præſtat Effectum cum directâ, cùm omnis Preſſio eandem producat Actionem omnes partes versùs *. * 1418.

Illi Preſſioni laterali ſoli, quàm Fluidum, Colum- 1578.
nam *cm* circumambiens, in hanc exſerit, Velocitatem, quâ Lamella *cf* exit, tribuendam eſſe ſtatim patet, ſi

Digitized by Google

Preſſionem hanc ſublatam concipiamus, & Columnam cm Tubo eſſe incluſam. Hæc tunc integra caderet, ut Corpus ſolidum, & motus Lamellæ cf, congrueret cum motu Lamellæ ſeparatæ n; id eſt, Velocitate mi-
* 1576. nimâ ex foramine exiret, quod non obtingit *.

1579. Ipſam autem Velocitatem, quâ reverà ex foramine, ſepoſitis retardationibus, exit Lamella cf, detegimus, determinando Vim quâ ejicitur.

1580. Lamella hæc, durante Actione quâ expellitur, percurrit altitudinem ſuam df; ponamus Lamellam n, cadendo, etiam percurrere altitudinem ſuam; Vires, hiſce Lamellis æqualibus, æqualia percurrendo ſpatia, communicatæ ſunt inter ſe, ut Intenſitates Preſſio-
* 727. num, quibus Vires fuere communicatæ *; quæ Inten-
* 1577. ſitates ſunt, ut pondus Columnæ cm * ad pondus Lamellæ n.

Si quoque concipiamus integram Columnam cm, ſolam, proprio pondere cadere, & per eandem altitudinem df deſcendere, hæc Velocitatem acquiret illi æqualem, quam acquiſivit Lamella n; & Vis, quam Columna acquirit, ſe habet ad Vim Lamellæ n, ut
* 748.156. Pondus illius ad hujus pondus *; Vires ergo Columnæ, & Lamellæ cf, eandem rationem habent ad Vim
* 9. El. V. Lamellæ n; ſuntque illæ æquales inter ſe *. Vires autem, cadendo acquiſitæ, ſunt æquales, quando alti-
* 790. tudines ſunt inversè ut Maſſæ *; id eſt, ut pondera *;
* 156. unde ſequitur Lamellam n illâ exire Vi, quam acquireret liberè cadendo ab altitudine md.

1581. Univerſalis admodum hæc eſt demonſtratio, ſive Lamella craſſior, ſive tenuior, ſit; hæc eâ ſemper expellitur Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo à

dictâ

dictâ altitudine *md*, hancque acquirit Velocitatem, dum percurrit ſpatium *fd*. Demonſtratio verò pro fundamento habet, Preſſionem omnes partes versùs eſſe æqualem *; idcirco, quamvis ad determinatam magni- * 1577.
tudinem Particularum non reſtringatur, tantùm locum habere poteſt in Particulis ſatis tenuibus, ut ex his Fluidum efficiatur; cùm autem admodum tenues in hoc caſu Particulæ requirantur, ſequitur primas exeuntes, breviſſimo, & omnino inſenſibili, momento, Velocitatem ſuam integram acquirere.

Si hæ tantùm ſucceſſivè exirent particulæ, ex quibus Columna *cm* conſtat, effluxus non daretur continuus; ſed, interpoſitâ morulâ, Lamellæ ſucceſſivè exirent. Reverà autem quantitas, quæ exit, in Tempore in quo Corpus altitudinem *dm* poteſt percurrere, integram dictam Columnam ſuperat, & exceſſus ſuppletur à Fluido laterali ita, ut effluxus ſit continuatus ſine ullâ interruptione.

In eo momento, in quo prima Lamella, quæ exit, 1582.
Velocitatem acquirit, propelluntur & adjacentes ita, ut plures, durante effluxu, continuo in motu ſint; quibus ſingulis, in exitu, tantum communicatur quantum deficit ab illâ, quam cauſa movens ipſis communicare poteſt, Velocitate maximâ, ſuperius determinatâ.

Ex hiſce ſequitur *Fluidum, Preſſione Fluidi ſuperincum-* 1583.
bentis, (ab hac enim pendet etiam Preſſio lateralis) *ex foramine, jactu continuo, eâ proſilire Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo à ſupremâ Fluidi ſuperficie ad foramen uſque*; *ſepoſitâ* nempe, ut in hac demonſtratione, *partium Cohæſione*, quæ licet exigua ſit, in Fluidis ple-

Digitized by Google

risque tamen obſervatur; *quâ* Cohæſione *particulæ exeuntes* retinentur, dum Fluidum, quod exit, à remanente ſeparatur; ideòque *retardantur.* Sed & præter hanc retardationem, quæ ab ipſo Fluido pendet, ex variis aliis cauſis extraneis Velocitas Fluidi minuitur; de quibus in Capite ſequenti agam.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Fluidis proſilientibus inſtituuntur.

1584. Parallelopipedum ligneum A B, Longum & Latum
TAB. LIV. Fig. 2. octodecim Pollices, & cujus altitudo duos Pedes ſuperat, Aquâ impletur, & ita diſponitur, ut Fundus ejus elevetur circiter uno Pede ſupra Fundum horizontalem Arcæ ligneæ C D, cujus longitudo eſt fere quatuor Pedum, latitudo unius Pedis cum ſemiſſe, profunditas quinque aut ſex Pollicum.

In F, ad altitudinem Seſqui-pedis ſupra Fundum Arcæ C D, hæret Tubulus æneus horizontalis, cujus cavitatis diameter excedit Semipollicem; pars anterior laminâ clauditur, in cujus medio foramen datur diametri partis duodecimæ unius Pollicis: foramen hocce clauditur operculo, ut R, quo pars Tubi anterior obtegitur, & quod cum hoc, ope cochleæ, jungitur: duo Tubi ſimiles aptantur in E, circa Fundum vaſis A B, & in G; hicque ſupra F elevatur, quantum ille infra F deprimitur.

Circa fundum etiam ejuſdem Machinæ firmatur Epiſtomium N, cochleâ inſtructum, ut ipſi Tubus jungatur.

EXPERIMENTUM I.

1585. Vas A B Aquâ impletur ita, ut altitudo, ſuperficiei ſupremæ Aquæ ſupra Fundum Arcæ C D, foramine in

in F in duas partes æquales dividatur, quæ ſingulæ in noſtrâ Machinâ ſunt Seſqui-pedis. Aqua ex hoc foramine per F M proſilit, & diſtantia horizontalis puncti, ad quod in fundo Arcæ C D pertingit, à foramine ſuperat 34. Poll., non duobus Poll. deficiens ab altitudine Aquæ ſupra dictum Fundum: ſi ad diſtantiam 36. Poll. pertingeret, percurreret Aqua, motu æquabili, Celeritate cum quâ exit, in Tempore in quo Corpus cadere poteſt ad F ad fundum Arcæ C D, ſpatium duplum hujus altitudinis *; & ideo agitaretur celeritate, quam Corpus ab hac altitudine cadendo poteſt acquirere *; hæc autem altitudo æqualis eſt altitudini ſuperficiei Aquæ ſupra foramen. Cùm vero tantùm pertingat ad diſtantiam circiter $34\frac{1}{2}$ Poll. deficit vera Aquæ Velocitas à Velocitate memoratâ, vigeſimâ quartâ parte circiter. * 541. * 376.

1586. *Sepoſitis retardationibus, Quadrata Velocitatum, quibus Fluidum ex variis foraminibus exit, ſunt inter ſe ut altitudines Fluidi ſupra foramina* *. Experimentis etiam conſtat retardationes parum admodum hanc proportionem turbare, quamdiu altitudines non excedunt Pedes 30. aut 35. In minoribus altitudinibus proportionem hanc ſequenti Experimento ante oculos ponimus. * 1583. 374.

Experimentum 2.

1587. Uſu hic venit Machina ſuperius memorata *; & ad hoc attendere debemus, diſtantias, ad quas proſilit Aqua in Fundo Arcæ C D, dum horizontaliter exit ex foramine ut E, poſitis diverſis ſuperficiei Aquæ altitudinibus, eſſe ſpatia horizontaliter, motu æquabili, percurſa, in Tempore in quo Corpus cadendo poteſt percurrere I L, æqualem altitudini foraminis ſupra fun- TAB. LIV. Fig. 2. * 1584.

* 541. dum Arcæ *: haſque idcirco diſtantias eſſe ut Veloci-
* 149. tates *.

Si nunc detur Aqua in Vaſe AB, ad altitudinem octo Pollicum ſupra foramen in E, & menſuretur diſtantia ad quam proſilit, & infusâ ulterius Aquâ, donec altitudo ſit octodecim pollicum, iterum menſuretur diſtantia; erunt hæ ut 2. ad 3. Quadrata diſtantiarum ſunt hìc ut Aquæ altitudines, in quâ ratione Quadrata Celeritatum.

CAPUT VIII.

De Fluidis proſilientibus.

1588. FLuidum verticaliter ex Foramine proſiliens, eâ Velocitate in altum adſcendit, quâ *ad altitudinem ſupremæ ſuperficiei Fluidi* pervenire poteſt *; *nunquam* tamen
* 1583. 380. ad hanc altitudinem *pertingit*, variis ex cauſis, præter
* 1583. partium cohæſionem ſupra memoratam *.

1589. 1. Celeritas, quâ Fluidum in altum adſcendit, omnibus momentis minuitur, & Columna, Fluidi proſilientis, conſtat ex partibus, ad varias altitudines, Celeritate diversâ motis: Columnæ ubique ejuſdem craſſitiei partes omnes neceſſariò eâdem Celeritate moventur; prædicta Columna fit ergo latior, omnibus momentis, dum Fluidi Celeritas minuitur; cujus dilatationis cauſa eſt Impetus Fluidi inſequentis, & ſequitur ex Naturâ Fluidi Impreſſioni cuicunque cedentis, & facile omnes partes versùs moti; ex hoc Impetu motus ubique retardatur.

1590. 2. Minuitur & hicce motus Fluido, quod, cùm totum motum amiſit, hæret in ſuperiori parte Columnæ, &

& Fluido inſequenti ſuſtinetur per momentum Temporis, antequam ad latera defluat, quo Fluidum hoc inſequens retardatur, quæ retardatio toti Columnæ communicatur.

3. Attritu juxta latera Foraminis minor eſt Fluidi 1591.
proſilientis Celeritas; qui Attritus augetur, quando
per Tubos & Epiſtomia Fluidum deducitur.

4. Tandem Aëris Reſiſtentia motui Fluidorum re- 1592.
moram facit.

Cauſam primam Retardationis memoratam * corrigi 1593.
minimè poſſe, nemo eſt qui non videt. * 1589.

Secunda * corrigitur paululum inclinando Fluidi di- * 1590.
rectionem, ut per ſe patet; hac de causâ, *Fluidum*, 1594.
*directione paululum ad horizontem inclinatâ, altius quàm
verticaliter adſcendit.*

Experimentum I.

Machinæ ſuperius deſcriptæ, * ope cochleæ in N, 1595.
jungitur Tubus curvus N O, ex quo Aqua per fora- TAB. LIV. Fig. 2.
men exiguum in altum proſilit verticaliter; converten- * 1584.
do paululum Tubum, quod facile fit propter cochleam
in N, inclinatur directio motus Aquæ, & altius hæc
adſcendit. Hac autem inclinatione ſpectaculi amœnitas ſæpius deſtruitur.

Circa tertiam cauſam Retardationis * notandum, eo 1596.
majorem, ſervatâ proportione, dari Attritum, quo Fo- * 1591.
ramen minus eſt; circumferentia enim, in quâ Attri-
tus datur, creſcit ut diameter, & ipſum foramen au-
getur ut Quadratum diametri *; augeturque magis * 2.El.XII.
Fluidi proſilientis quantitas quàm Attritus. Etiam au-
ctâ Celeritate Attritum augeri clarum eſt, quare *Fora-* 1597.
mina cum Altitudine Aquæ proſilientis ſunt augenda, ut

dum

Digitized by Google

dum ex unâ cauſâ Attritus augetur, ex aliâ minuatur.

1598. TAB. LIV. Fig. 3. Extremitates Tuborum, ex quibus Aqua proſilit, vulgò figuram Coni truncati habent, ut in P repræſentatur; in quâ extremitate magnum Aqua Attritum patitur, & irregulariter movetur, motuque irregulari in altum exit.

1599. Corriguntur hæc *obtegendo extremitatem Tubi laminâ planâ, & politâ, in quâ Foramen datur*, cujus latera admodum polita etiam deſiderantur; *altius* tunc *Aqua proſilit; &*, quia motu omnino regulari adſcendit, *perfectè eſt tranſlucida.*

EXPERIMENTUM 2.

1600. TAB. LIV. Fig. 2. 3. Detur Tubus memoratus P; ut & Cylindrus Q, ab unâ parte, laminâ perforatâ, clauſus; hi ſucceſſivè, ope cochleæ, jungantur extremitati O Tubi NO; manente Aquâ ad eandem altitudinem in Vaſe AB, proſilit Aqua ex Cylindro Q ad majorem altitudinem, & duorum Pollicum ad minimum, in hac exiguâ altitudine, differentia datur.

1601. *Tubi, per quos Aqua ex Receptaculo deducitur, latiſſimi, reſpectu Foraminis, requiruntur*; ut lentè Aqua in hiſce Tubis moveatur, *&* ſenſibilis Attritus non detur. Etiam *Epiſtomiorum apertura latiſſima deſiderantur*, ut Attritus minuatur.

EXPERIMENTUM 3.

1602. TAB. LIV. Fig. 2. Vaſi AB, ad eandem altitudinem cum Tubo F, inſeritur Tubus, in quo Epiſtomium datur; anguſtior hic eſt, etiam laminâ clauditur, eodem modo ac Tubus F, & ſimiliter hæc lamina perforatur, ſed Foramen minus eſt; ipſius Epiſtomii apertura eſt quartæ partis unius Pollicis. Aqua, quæ per hoc Epiſtomium tranſit, in ſpatium magis anguſtum redigitur, quàm

quæ

quæ per tubum F movetur; hæc magis eſt tranſlucida, & ad majorem diſtantiam proſilit. Si furſum hi Jactus dirigerentur, altitudo Jactûs, per F, dupla eſſet alius Altitudinis; ut ex ipſis diſtantiis, ad quas Aqua proſilit, facile detegimus.

Reſiſtentia Aëris ſenſibilem in motu Fluidorum exſerit 1603.
Effectum. Ut Corpora omnia ſic & Aër motui reſiſtit; daturque Fluidi proſilientis in particulas aëreas Actio, & harum Reactione *, minuitur Fluidi motus. * 709.

1604. Præter hanc reſiſtentiam, datur & alia minimè contemnenda Aëris Actio in Fluidum proſiliens. Fluidorum proprietates Aërem habere, in Libro ſequenti videbimus. Circumdat. Fluidum hoc totam Columnam Fluidi ſalientis, motuique hujus, quo ad latera ſeſe expandit, dum latior fit *, reſiſtit, & major impetus * 1589.
Fluidi inſequentis requiritur, quàm ſi reſiſtentia hæc ſublata eſſet; reſiſtit ergo Aër etiam Preſſione laterali.

Reſiſtentia, ex Fluidi Ictu in Aërem, creſcit cum 1605.
ſuperficie, quæ in Aërem incurrit; id eſt, ſi maneat Celeritas, augetur, cum Foramine; in quâ etiam ratione creſcit quantitas Materiæ motæ, & hujus reſpectu non intereſt, cujûſcunque magnitudinis fuerit Foramen.

Preſſio lateralis ſequitur proportionem ſuperficiei 1606.
Columnæ; Materia mota, quæ, manente Celeritate, ſequitur rationem ipſius Vis inſitæ *, ad inſtar totius * 748.
Columnæ, id eſt, Quadrati ſuperficiei hujus, mutatur: magis ergo, ſi Foramen augeatur, creſcit Vis Fluidi, quàm ipſa Cauſa retardans; *in majoribus* ideo *Fluidorum* 1607.
proſilientium Altitudinibus, ut Preſſio lateralis, quæ, cùm diutius agat, majorem Actionem exſerit, melius ſupe-

rari poſſit, *majora deſiderantur Foramina*; quod & in eodem caſu ex aliâ causâ requiri antea diximus*: in quo loco, ut & hic, majora Foramina in majoribus tantùm Altitudinibus neceſſaria ponimus, licet demonſtrationes probent, hæc Foramina, in majoribus Altitudinibus maximè neceſſaria, in genere eſſe anteponenda. Hujus diſtinctionis cauſam explicabo.

* 1597.

1608. Magna Foramina etiam motui obſtant; nam 1°. Major datur ſuperficies, cui incumbit Fluidum ſupremum, quod totum motum amiſit, ibique diutius hæret, antequam ad latera defluat.

1609. 2°. Fluidum non tantùm illud ex Foramine exit, quod huic reſpondet; ſed, ut Effluxus continuus detur, Fluidum vicinum continuo adfluit, quod obliquè movetur, &, dum proſilit, motu compoſito agitatur, quo motus Fluidi proſilientis turbatur; & in majoribus Foraminibus major eſt perturbatio ex hac cauſâ oriunda.

In minoribus Foraminibus prævalent Retardationes, quæ, aucto Foramine, minuuntur; ita tamen poteſt augeri Foramen, ut hæ prævaleant Retardationes, quæ
1610. aucto Foramine creſcunt. Quare *datur in omnibus Altitudinibus certa Foraminis menſura, per quod Fluidum ad maximam quam poteſt adſcendit Altitudinem* Regulæ tamen, de determinando Foramine, dari nequeunt; quia latitudo Tuborum, per quos Aqua deducitur, horumque inflexiones, illud mutant ita, ut variatio in infinitum detur.

1611. Notandum autem *Altitudinem, ad quam Fluidum adſcendere poteſt, ut & Foraminis magnitudinem, limites habere*; quos excedere vetitum.

Nam.

Nam auctâ nimium Fluidi Celeritate, tantâ Vi in Aërem impingitur hoc, ut in guttas diſpergatur; in quo caſu, minuendo Celeritatem, Altitudo, ad quam adſcendit Fluidum, augetur; & Altitudo omnium maxima, ad quam Fluidum adſcendere poteſt, in diverſis Fluidis differt: hæcque, in Aquâ profilienti, vix centum Pedes ſuperat. Diameter Foraminis, quod huic maximæ Altitudini reſpondet, vix excedit Pollicem cum quartâ parte.

1612. *Fluida, quæ obliquè proſiliunt, non ex tot cauſis, neque tantum, quàm verticaliter proſilientia retardantur.* Secunda Retardationis cauſa, antea memorata *, hic locum non habet, & Effectus primæ * minor eſt. De cætero in his locum habent, quæ de Solidis, obliquè projectis, dicta ſunt in Capite 22. Libri primi; & *Fluidum ut innumera Solida, ſeſe mutuò inſequentia, & eandem Viam percurrentia, conſiderari poteſt.* In motu Fluidi Via percurſa ſenſibilis eſt; & quæ de Solidis, obliquè projectis, dicta ſunt, ope Fluidorum ad Experimentum vocantur; ad quod Hydrargyro utendum, propter hujus Fluidi, præ cæteris, Gravitatem ſpecificam. Hæc autem, Machinâ peculiari, inſtituenda ſunt Experimenta.

* 1590.
* 1589.

1613.

MACHINA,

Quâ inſtituuntur Experimenta de Fluidis obliquè proſilientibus.

1614. Arca lignea A B C D E F H quatuor Pedes longa eſt, & lata decem aut duodecim pollices; altitudo eſt ſex, aut ſeptem, Pollicum. Fundus conſtat ex Tabulâ ligneâ excavatâ ad profunditatem Semi-pollicis, ut melius Mercurium contineat. TAB. LIII. Fig. 1.

In extremitate H, lateris E F H, datur aſſer, aut

Mmm 2 Ta-

Tabula, HI, lata ſex pollices, alta duos pedes; in quâ datur ſciſſura *o t*. Hujus ope Solidum ligneum *s*, cui à poſteriori parte cochlea cohæret, ad altitudinem quamcumque firmatur.

Solidum hoc ſeparatim exhibetur in S (Fig. 2.). Huic additur Pyxis buxea cylindrica P, quæ ſulco circumdatur, cui inſeruntur Laminæ duæ æneæ, quarum una videtur in *f e*, harum extremitates junguntur cochleâ *g*, quâ Pyxis immobilis redditur; hæc verò circa axem eſt volubilis, quando relaxatur paululum cochlea.

In fundo hujus Pyxidis datur cavitas cylindrica *a b*, diametri quartæ partis unius pollicis. Habet hæc communicationem cum ſimili cavitate *b c*, quæ terminatur in medio cavitatis majoris *c d*, cujus diameter Semipollicem excedit; huic inſeritur Conus truncatus H (Fig. 3.) buxeus, cujus exterior ſuperficies, cum interiori cavitatis ſuperficie congruit ita, ut Conus circa axem, in hac cavitate, rotari poſſit; dum firmiter retinetur cochleâ R, anſam æneam QO trajiciente.

Ad angulos rectos cohæret Conus truncatus H cum Cylindro IL; Conumque cum Cylindro flexa trajicit cavitas *h i l*, ejuſdem diametri cum cavitate *b c*, & huic reſpondens. Latior autem illa eſt in L, ut ipſi inſeratur Tubus vitreus N M.

Tubi longitudo eſt Seſqui-pedis; extremitas altera videtur in N M (Fig. 5.), quæ inſeritur Cylindro buxeo L I, ad formam Gnomonis excavato in *l i h*; in *h c* datur cavitas major, cui inſeritur Conus truncatus E D, quo hæc exactè repletur, & qui in hac circa axem convertitur, ope manubrii E A.

Ca-

Cavitas *hi* reſpondet cavitati *de*, quæ communicatur cum *fg*; pars hæc buxi annulo ferreo BQ circumdatur, in quo exiguum admodum datur foramen *g*, quod, partibus Machinæ junctis, cum cavitate Pyxidis P (Fig. 2.) communicationem habet.

Ne Tubus frangatur, extremitates L, L, Cylindrorum buxeorum (Fig. 3. & 5.), cum Tubo intermedio applicantur Regulæ ligneæ *mn* (Fig. 1.). Cum quâ, in extremitate inferiori *m*, jungitur compages ferrea LPBQ (*Fig. 6.*); extremitas L (*Fig. 5.*) Cylindri buxei reſpondet extremitati M, Regulæ MN (*Fig. 6.*), in quo ſitu pars craſſior I Cylindri Fig. 5. cum I Fig. 6. congruit; & cochlea Q in *o* comprimit Cylindrum BD Fig. 5., huncque firmiter cum Cylindro LI conjungit.

Machinæ omnes partes conjunctæ videntur in Fig. 1.; Hydrargyrum Pyxidi *p* infunditur, & ex foramine *g* (*Fig. 5.*) proſilit. Manente Mercurio ad eandem altitudinem in Pyxide, & non variatâ Regulæ *nm* inclinatione, eâdem cum Celeritate, juxta directionem quamcunque, proſilit Hydrargyrum *; variatur autem inclinatio directionis, motu Manubrii *ea* (EA in Fig. 5.). Angulus, quem directio, juxta quam Mercurius ex foramine exit, cum Horizonte efficit, menſuratur ope Quadrantis Circuli diviſi *q*, juxta quem movetur Index *fh*, qui pondere ſuo ſemper in ſitu verticali retinetur. Quadrans hicce videtur in Fig. 7. Index eſt FH. A poſteriori parte duo dantur annuli, per quos tranſit Manubrium EA (Fig. 5.); quando Manubrium hocce eſt in ſitu verticali, Index cum diviſione anguli 45. Gr. congruit, & directio motûs

* 1574.

tûs Mercurii exeuntis, in eo caſu, Angulum Semi-rectum cum Horizonte efficit.

In Fig. 1. Jactus Mercurii juxta varias directiones repræſentantur: ſenſibiles hæ redduntur ope Tabulæ ligneæ G, nigro colore tinctæ, quam Mercurius in motu ſuo fere radit; in hac, quod hìc repræſentari non potuit, ſecundum dicta in N. 545., delineantur Viæ à Corpore, eâdem celeritate, juxta directiones varios angulos cum Horizonte formantes, percurſæ; Semi-circulus etiam AL (Fig. 5. Tab. XIX.) in hac Tabulâ deſcribitur.

Variæ tales Tabulæ dari poſſunt, in quibus hæc eadem, pro diverſis Celeritatibus, repræſentantur.

Tabula fere in medio Arcæ erigitur, & cohæret cum latere EFH ita, ut juxta longitudinem Pyxidis moveri poſſit.

Celeritas Mercurii proſilientis variatur, mutando inclinationem regulæ *nm*; &, deſcenſu Pyxidis *p*, apertura, ex quâ proſilit Hydrargyrum, ad Altitudinem, cum puncto infimo delineationis in Tabulâ congruentem, diſponitur.

Siſtitur Hydrargyri eruptio, obturando cavitatem *ab* (Fig. 2.) paxillo DE (Fig 4.).

EXPERIMENTUM 4.

1615. TAB. LIII. Fig. 1. Partibus Machinæ conjunctis, & diſpoſitis, ut in deſcriptione dictum, inclinetur Regula *nm*, donec Altitudo, ad quam proſilit Mercurius, quando directione, quæ à verticali paululum admodum divergit, in Altum adſcendit, fere æquet diametrum Semi-circuli in Tabulâ G delineati. Ad talem altitudinem Pyxis *p* conſtituitur, & Tabula G diſponatur, ut axis circumvolutionis Cylindri BD (Fig. 5.) reſpondeat puncto infimo

ſimo Semi-circuli memorati. Quomodocunque inclinetur Jactûs directio, hujus Amplitudo ſemper ferè quadrupla erit lineæ B M in Semi-circulo A B L (Tab. XIX. *Fig.* 5.) Exigua quædam datur differentia, quæ præcipuè Aëris reſiſtentiæ tribuenda eſt.

EXPERIMENTUM 5.

Machinâ, ut in præcedenti Experimento, diſpoſitâ, 1616.
ſi proſiliat Hydrargyrum per duas directiones, quarum unius inclinatio Angulum Semi-rectum excedit, quantum alterius inclinatio ab hoc deficit, Mercurius in punctis, parum diſtantibus, ſecabit lineam horizontalem, quæ per Semicirculi, in Tabulâ G delineati, punctum infimum tranſit.

EXPERIMENTUM 6.

Manente Machinæ diſpoſitione, ſi via pro quacunque 1617.
motûs directione in Tabulâ, ut in Machinæ deſcriptione dictum, delineata ſit, & index *f h* cum diviſione Quadrantis, hanc denotans inclinationem, congruat, Hydrargyrum in motu ſuo à Viâ delineatâ parum aberrabit. Si pro variis Angulis viæ delineantur, motu manubrii *a e* ſucceſſivè hoc idem in diverſis hiſce Viis obſervari poterit.

EXPERIMENTUM 7.

Si alia Tabula ut G adhibeatur, in quâ prædicta pro 1618.
aliâ Mercurii Celeritate ſunt delineata, Experimenta eodem modo procedunt.

Simili methodo, quâ per Circulum determinatur diſtantia, ad quam Corpora obliquè projecta cadunt, detegitur diſtantia, ad quam Fluidum, ex foramine in latere vaſis, proſilit, quando vas plano horizontali imponitur: diverſa eſt hæc diſtantia pro variâ foraminis

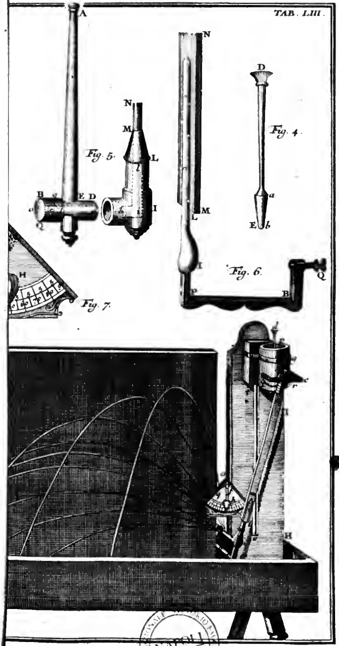
minis Altitudine, manente ſuperficie ſuperiori Fluidi.

1619. *Sit A B Vaſis Fluido repleti Altitudo*; ſecetur hæc in
TAB. LIV. Fig. 4. duas partes æquales in C; centro C & radio C A Semi-circulus deſcribatur; *detur foramen in E;* tandem ducatur ad A B perpendicularis E D, in Semi-circuli circumferentiâ terminata in D. *Proſiliat Fluidum ex E ad F in plano horizontali, diſtantia B F, ſepoſitis omnibus retardationibus, dupla erit ipſius perpendicularis E D.*

1620. Quod ut demonſtretur, conſiderandum Fluidum, motu æquabili, Celeritate quâ ex foramine exit, in Tempore in quo Corpus cadere poteſt ab E ad B, per-
* 541. 1587. currere ſpatium B F *. In omni Motu Spatium percurſum ſequitur rationem compoſitam Celeritatis &
* 120. Temporis *; & hoc per illam multiplicando datur ſpatium percurſum; id eſt, ſi pro variis Motibus hæc inſtituatur operatio, dantur quantitates, quæ ſpatiorum percurſorum proportionem exprimunt. Si cum Quadratis Celeritatum & Temporum computatio ineatur, dabitur ratio Quadratorum ſpatiorum percurſorum.
* 1586. A E hìc deſignat Quadratum Celeritatis *; E B autem
* 374. Quadratum Temporis *; harum linearum productum exprimit ergo Quadratum ſpatii percurſi B F. Hocce
*13.17.El. VI. autem productum eſt Quadratum lineæ E D *; quæ idcirco, mutato foramine, creſcit & minuitur in eâdem ratione cum diſtantiâ B F. Poſito foramine in centro C, diſtantia B G, ad quam Fluidum proſilit, ſepoſi-
* 1583. 1585. tis omnibus retardationibus, ipſi B A æqualis eſt *, & æqualis eſt perpendiculari, quæ in C ad A B in Semi-circulo duci poteſt, duplicatæ; quod ergo in omnibus foraminibus obtinet, & E D erit dimidium ipſius B F.

Ex

TAB. LIII.



NAPOLI

Digitized by Google

Ex hiſce ſequitur, *Fluidum ex foramine in centro* C 1621.
ad diſtantiam omnium maximam proſilire.

EXPERIMENTUM 8.

Utendum hic Machinâ, in Capite præcedenti deſcri- 1622.
ptâ *. Proſiliat Aqua ex foramine F, ut in Experi- TAB. LIV. Fig. 2.
mento 1. Capitis VII.; proſiliat eodem tempore ex E, * 1584.
ut & ex G; foramen G minus quam F, foramen E
verò magis à ſuperficie Aquæ diſtat, ex horum neutro
pervenit Aqua ad illam diſtantiam, ad quam ex F proſilit.

Ex dictis ulterius ſequitur, *ex foraminibus* E & *e*, *æquè* 1623.
diſtantibus à centro C, *Fluidum ad eandem proſilire di-* TAB. LIV. Fig. 4.
ſtantiam; quia in eo caſu perpendiculares ED, *ed*, ſunt
æquales.

EXPERIMENTUM 9.

Per F concipiatur linea horizontalis, quæ tranſit 1624.
per H; HG & HE ſunt æquales, & ex utroque fo- TAB. LIV. Fig. 2.
ramine G & E Aqua proſilit ad L.

CAPUT IX.

De Quantitate Fluidi, ex Vaſis profluentis, determinandâ, & Irregularitatibus in hoc Motu.

FLuidi quantitas, quæ *in dato Tempore, ex dato Fo-* 1625.
ramine, fluit, ad inſtar Fluidi exeuntis Velocita-
tis creſcit: pendet hæc Velocitas ab altitudine Fluidi
ſupra Foramen, & non intereſt quamcunque partem
versùs motus Fluidi dirigatur *; &, *ſepoſitis retardatio-* * 1574.
nibus, *Quadrata Quantitatum effluentium ſunt in ratione*
altitudinum Fluidi ſupra Foramina *. * 1586.

In Tempore, in quo Corpus, liberè cadendo, percurrit al- 1626.
titudinem Fluidi ſupra Foramen, exit ex Foramine, ſepoſitis

*1583. 376. *Retardationibus, Fluidi Columna, cujus longitudo dupla*
1627. *eſt illius altitudinis**. Foramen ipſum eſt baſis Columnæ, & datur: ſi altitudo Fluidi ſupra Foramen nota ſit, datur tota Columna; Tempus etiam facile Experimentis
*415. 883. determinatur * : detectâ autem Quantitate, quæ in Tempore noto exit, quid, in Tempore quocunque dato effluat, non latet.

1628. Si autem quod hìc *, de Quantitate Fluidi exeuntis, demonſtramus, conferamus cum demonſtratis de
* 1626.
* 1431. Fluidorum Preſſionibus *, paradoxi quid ſequetur,
TAB. LIV. Fig. 1. quamvis illud ex hoc deductum fuerit. Preſſio, quæ motum communicat Fluido exeunti ex *c d*, valet Pondus
* 1577. Columnæ *c m*; ut ſupra vidimus *. Si ipſa hæc Columna Tubo incluſa eſſet, & ſola ſuo Pondere caderet, ut Corpus Solidum, hac eâdem Preſſione illa deorſum pelleretur. Agant hæ duæ Preſſiones æquales per Tempus, in quo Corpus cadit ab altitudine *m d*; Columnæ *m c* communicabit Preſſio hæc Velocitatem, quâ Preſſio illa Flui-
* 1583. dum expellit * : Velocitates ſunt æquales, & Tempora æqualia; ſed Materia agitata in ultimo caſu dupla
* 1626. eſt *. Ideoque integer Effectus duplus.

1629. Differentiam hanc deducimus ex iis, quæ ſupra obſervavimus. Si ſola Columna *c m* ageret, non ille eſſet
* 1577. motus qui revera obtinet *; ſed Preſſio lateralis addenda eſt, ut Preſſio indicata, in Fluidum, quod exit,
* 1578. ſine intermiſſione continuetur *. Hæc ipſa eſt Actio, quæ propellit cauſam moventem, & ſine cujus auxilio Effectum ſuum præſtare hæc non poteſt; illa ergo huic ſuperaddenda eſt, ut cauſam integram habeamus, quæ
* 706. Effectum exſerit *, & cujus hic proportionem ſequitur.

In

In momento primo ſolum pondus Columnæ *c m* agit; ſtatim autem agit Preſſio lateralis, quam cauſam adjutricem vocabimus, cujus auxilio in eodem ſtatu ſervatur cauſa prima; quantum ergo hæc cauſa agendo amitteret, ſuppletur ab adjutrice; amitteret autem pro ratione Effectûs; Ergo Actio cauſæ adjutricis valet Effectum quem prima cauſa, ſi ſola ageret, præſtaret. Idcirco dum ſimul agunt, Effectus duplus eſt; hoc autem ipſum illud eſt quod illuſtrandum erat.

Quantitas verò Fluidi, quam, computatione indi- 1630.
catâ *, detegimus, ſenſibiliter admodum excedit illam, * 1627.
quæ revera exit: & quod maxime notabile eſt, *Expe-* 1631.
rimenta quæ circa Velocitates, & illa, in quibus Quantitates Fluidorum, certo Tempore ex Foraminibus fluentium, immediatè menſurantur, minimè reciprocantur; & non poteſt Quantitas hæc, ex notâ Velocitate, determinari.

Præcipua hujus differentiæ cauſa eſt motûs irregula- 1632.
ritas, de quâ ſupra egimus *; & quæ, quamvis in ma- * 1609.
gnis Foraminibus maximè noxia ſit, in omnibus tamen locum habet; hac irregularitate, magis impeditur egreſſus Aquæ, quàm hujus Velocitas minuitur: Baſis Columnæ minor eſt quàm ſuperficies Foraminis, ut ad oculum patet, ſi Columna, ad exiguam à Foramine diſtantiam, menſuretur. Hac de cauſa, ſi Aqua per 1633.
brevem Tubum, ex. gr. unum Pollicem longum, effluat, majori copiâ exibit quàm, ſublato Tubo, per Foramen ejuſdem amplitudinis.

In ipsâ menſurâ Velocitatis etiam error datur. Flui- 1634.
dum, quod juxta latera Foraminis tranſit, attritum patitur, & retardatur; quam Retardationem non patitur Fluidum illud, quod ex Foraminis centro irrumpit;

retardatur quidem hoc à Fluido laterali, cum quo cohæret; ſed Fluidi partes facile moventur inter ſe, & Retardatio hæc exigua eſt reſpectu alterius; idcirco parum etiam acceleratur Fluidum laterale Actione illius, quod per medium Foraminis tranſit, & hoc continuò celerius illo movetur; non tamen à medio Fluido ſeparatur laterale; nam quamvis facile juxta ſe invicem Fluidorum partes moveantur, difficilius à ſe invicem divelluntur: Fluidum ergo medium, fluxu ſuo continuo, ſecum fert laterale, quod licet lentius motum, ad eandem diſtantiam, aut altitudinem, cum medio pertingit.

Judicium autem de Velocitate, niſi ex diſtantiâ, aut altitudine, fertur; Velocitas verò quæ ſic determinatur, paululum deficit à Velocitate, quâ Fluidum ex medio Foraminis exit, quia hoc in toto motu ſuo à laterali Fluido, & aliis cauſis, retardatur. Sed Velocitas hæc multo magis excedit lateralis Fluidi Velocitatem, ut ex his omnibus ſequitur; ſi quis ergo toti Fluido exeunti menſuratam tribuat Velocitatem, Quantitatem Fluidi, certo Tempore exeuntis, determinabit veram excedentem; minus tamen veram excedet, quàm ſi in determinandâ Velocitate omnes retardationes ſeponat, & juxta Regulam, in N. 1626. indicatam, computationem ineat.

1635. *Experimentis* autem *conſtat, Quantitates Aquæ ex æqualibus Foraminibus, determinato Tempore, exeuntes*, ſi per latiores Tubos Aqua deducatur, & per Foramen in laminâ exeat, *rationem ſequi, à ſubduplicatâ altitudinis Aquæ ſupra Foramen, parum differentem*; cum vero hæc ratio tantùm quam proximè locum habeat, ſi nimium

mium differant altitudines, Regula uſum habere non poteſt.

Ubi computationes ineundæ erunt de Aquæ Quantitate, quæ effluit ex Foramine dato, manente altitudine Aquæ ſupra Foramen, ſubjecta Tabella uſu venire poterit, quæ ad altitudines majores aut minores non producenda eſt. Quo Experimento nitatur hæc, & quæ in computatione hujus obſervanda fuere, in Scholio huic Capiti ſubjuncto dicam. 1636.

Pono Aquam fluere ex Foramine circulari, cujus diameter eſt Semi-pollicis Rhenolandici; agitur ulterius hìc de Pedibus Rhenolandicis. 1637.

Altitudo Aquæ.	*Tempus in quo Pes cylindricus Aquæ effluit.*	*Altitudo Aquæ.*	*Tempus in quo Pes cylindricus Aquæ effluit.*
4. Pedes	52,16. Min. S.	13. Pedes	28,94. Min. S.
5.	46,66.	14.	27,88.
6.	42,59.	15.	26,94.
7.	39,43.	16.	26,08.
8.	36,89.	17.	25,30.
9.	34,78.	18.	24,59.
10.	32,99.	19.	23,93.
11.	31,55.	20.	23,33.
12.	30,12.	21.	22,71.

Si Foramina differant, & altitudo maneat, Quantitas Fluidi, quæ determinato Tempore exit, ipſius Foraminis rationem ſequitur, ſi in omnibus punctis Foraminis æquali Velocitate Fluidum feratur; quod quamvis non obtineat, parum tamen à memoratâ ratione aberrare Quantitates, quæ revera exeunt, Experimentis cum Aquâ inſtitutis conſtat. 1638.

 Cæte-

1639. Cæteris paribus, *Quantitates quæ effluunt*, eſſe ut Tempora clarum eſt: *ſunt* ergo Quantitates hæ *generaliter in ratione compoſitâ Temporum, Foraminum* *, *& Radicum quadratarum altitudinum Fluidi ſupra Foramina* *.

* 1638.
* 1635.

1640. In Vaſis, in quibus Fluidi adfluxus non datur, hujus Celeritas, dum effluit, continuò mutatur, ad quod attendendum in comparatione Temporum, in quibus Vaſa diverſa evacuantur.

Vaſa Cylindrica hìc conſideramus, & dicta, ad Vaſa quæcunque, eandem juxta integram altitudinem capacitatem habentia, referri poterunt; ponimus Fluidum per Foramen in fundo effluere.

1641. *Tempora, in quibus Vaſa cylindrica, ejuſdem diametri & altitudinis, evacuantur, Fluido ex Foraminibus inæqualibus fluente, ſunt inter ſe inversè, ut hæc Foramina.*

Vaſa hæc, planis ad baſin parallelis, concipiantur diviſa in partes æquales minimas; & diviſiones utriusque Vaſis non differant inter ſe: cùm agatur de partibus minimis, concipere poſſumus Celeritatem, in evacuatione unius partis, non mutari. Fluidi Quantitas, quæ ex Foramine fluit, ſi altitudo non mutetur, creſcit cum Foramine, & eo breviori Tempore evacuatur determinata Fluidi Quantitas, quo Foramen majus eſt; & minuitur Tempus hòc in ratione, in quâ Foramen augetur. Dum partes reſpondentes in Vaſis evacuantur, altitudines ſunt æquales; partes etiam ipſæ, & ideo Quantitates Fluidi, quæ effluunt, ſunt æquales; ergo Tempora in inversâ ratione Foraminum; quod cùm in ſingulis partibus reſpondentibus locum habeat, ad Tempora evacuationum integrorum Vaſorum etiam referri debet *.

*12. El. V.

Quan-

Quando Vaſa cylindrica ſunt inæqualia, & æquè alta, per Foramina æqualia, in Temporibus, quæ ſunt ut Cylindrorum baſes, evacuantur. Vaſa iterum in partes minimas, & numero æquali in utroque Vaſe, diviſa concipiantur ita, ut partes reſpondentes æquales habeant altitudines, ideoque æqualiter à fundo diſtent. Quando partes reſpondentes evacuantur, Fluidum, per Foramina æqualia, Velocitatibus æqualibus, effluit ex utroque Vaſe; quantitates ergo quæ effluunt ſunt ut Tempora: & ideò in hac Temporum ratione ſunt ipſæ partes reſpondentes, quæ ſunt ut Cylindrorum baſes: Tempora autem, integrarum evacuationum, ſunt ut Tempora in quibus partes reſpondentes evacuantur *. 1642.

* 12. El. V.

Dentur tandem *duo Vaſa cylindrica* EI, AD, *quorum baſes ſunt æquales, altitudines verò diverſæ*, ex. gr. ut 1. ad 4. *& evacuentur hæc per Foramina æqualia*: concipiantur etiam hæc Vaſa planis ad baſin parallelis in partes minimas diviſa, quales ſunt H*i*, C*d*; ſitque idem numerus partium in utroque Vaſe, & ſint partes inter ſe, ut ipſa Vaſa, id eſt, ut 1. ad 4. Partes ſingulæ motu æquabili evacuantur, quia de minimis agitur: Celeritates in partibus reſpondentibus ſunt ubique ut 1. ad 2. *; quia altitudines harum partium ſupra baſes ſunt ut Vaſorum altitudines, quæ ſunt ut horum numerorum Quadrata. Unde ſequitur Tempora, in quibus partes reſpondentes evacuantur, etiam eſſe inter ſe ut unum ad duo; quia in Tempore duplo, Celeritate duplâ, Quantitas quadrupla evacuatur. Cum autem Tempora ſint in eâdem ratione pro ſingulis partibus reſpondentibus, Tempora, in quibus integra Vaſa evacuantur, ſunt etiam ut unum ad duo *. Si Vaſa 1643.

TAB. LIV. Fig. 5. 6.

* 1586.

* 12. El. V.

Vaſa ſint ut 1 ad 9, Tempora, ut demonſtratione ſimili evincitur, erunt ut 1. ad 3; & in genere Tempora ſunt ut Celeritates, quibus partes reſpondentes evacuantur, quarum Celeritatum Quadrata ſunt *ut*
* 1586. *Vaſorum altitudines* *; in quâ ratione ergo etiam *ſunt Quadrata Temporum.*

EXPERIMENTUM I.

1644. Dantur ex Metallo tenui tria Vaſa Cylindrica A, C, B,
TAB. LV. Fig. 1. 2. diametros æquales habentia, & quorum altitudines ſunt ut unum, tria, & quatuor; unumquodque inciſionem in ora habet, quâ effluit Aqua certam ſuperans altitudinem, quæ pro Vaſis altitudine habetur; in fundis Vaſorum A & B, quæ ſunt ut unum & quatuor, Foramina æqualia dantur, & Aquâ implentur; eodem momento Foramina aperiuntur; ſi Aqua ex B fluens Vaſe C recipiatur, impletur hoc in Tempore, in quo A evacuatur: C continet tres partes quartas Vaſis B; partem quartam, quæ ſupereſt, æquali etiam Tempore cum Vaſe A evacuari, à nemine in dubium vocari poteſt; bis ergo evacuatur A, dum B ſemel.

1645. *Tempora, in quibus Vaſa cylindrica quæcunque evacuan-*
* 1642. *tur, ſunt in ratione compoſitâ baſium* *, *& Radicum qua-*
* 1643. * 1641. *dratarum altitudinum* *, *ut & inversâ Foraminum* *.

1646. *Dividi ita poteſt, Vas cylindricum, ut partes, inter divi-*
TAB. LIV. Fig. 6. *ſiones interceptæ, æqualibus Temporibus evacuentur, quod fiet, ſi diviſionum à baſi diſtantiæ fuerint, ut numerorum naturalium Quadrata*; Tempora enim evacuationum Vaſorum, quorum altitudines hanc ſequuntur proportionem, ſunt ut numeri naturales *, & Temporum differentiæ æquales.
* 1644.

1647. Tempus in quo Vas cylindricum evacuatur eſt ut Cele-

Celeritas, cum quâ Fluidum effluere inchoat *; Celeritas ergo, dum Fluidum in Vaſe deſcendit, in eâdem ratione minuitur, cum Tempore evacuationis Fluidi in Vaſe ſuperſtitis; & *motus Fluidi, ex Vaſe cylindrico fluentis, eſt retardàtus æqualiter in Temporibus æqualibus.* 1648.

* 1586. 1643.

Si ex Cylindro, & alio Vaſe ejuſdem altitudinis, & Fluidum ſemper ad eandem altitudinem continenti, per Foramina æqualia fluat Fluidum, in Tempore in quo evacuatur Cylindrus, ex Vaſe memorato fluit dupla Fluidi quantitas quàm ex Cylindro. 1649. Nam, propter altitudines Vaſorum æquales, Celeritates in principio ſunt æquales; Fluidi, quod ex Vaſe ſemper repleto exit, Celeritas eſt æquabilis; Celeritas Fluidi, ex Cylindro fluentis, eſt æquabiliter retardata *. Idcirco ex iſto Vaſe, dum Cylindrus evacuatur, fluet dupla Aquæ quantitas quàm ex Cylindro. Si enim duo Corpora eâdem Celeritate propellantur, & primum motu æquabili progrediatur, ſecundum autem motu æquabiliter retardato, & moveantur donec hoc totum motum amiſerit, primum in eo tempore percurret ſpatium duplum ſpatii à ſecundo percurſi *; hic Fluidum, quod effluit, pro ſpatio percurſo haberi poteſt, quia Foramina ſunt æqualia. 1650.

* 1643.

* 377. 378. 376.

1651. Notavimus ſupra, partium cohæſionem motum Fluidorum retardare, contrarium etiam in multis occaſionibus obſervamus; & licet Velocitas, ex Preſſione oriunda, quaſcunque partes versùs eadem ſit, omnium tamen celerrimè movetur Fluidum, dum verticaliter deſcendit; hoc, in motu ſuo, cadendo continuò acceleratur, cum inſequenti cohæret, & hoc ſecum trahit, Velocitatemque Fluidi, ex Vaſe profluentis, auget.

Motus ex Vaſe, cum quo in inferiori parte Tubus conjun- 1652.

TAB. LV. Fig. 3.

 gitur

gitur multo magis acceleratur. Sit Vas tale E, quocum Tubo *c b* cohæret, cujus ambo orificia æqualia ponimus.

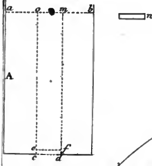
1653. Statim apparet, non majorem Fluidi copiam per orificium inferius Tubi effluere poſſe, quàm per ſuperius intrat; ut autem Vim determinemus &, datâ hac, detegamus Velocitatem, quâ Fluidum in orificium hoc penetrat, cauſas, quibus Fluidum introducitur, indicare debemus.

1654. Preſſione Fluidi ſuperincumbentis, particulis exeuntibus ex Vaſe, & in Tubum penetrantibus, communicatur Vis, quam ſingulæ acquirerent, cadendo ab alti-
* 1583. tudine *a b**, ſed præterea hæ quoque deorſum trahuntur pondere Columnæ Tubo contentæ.

1655. Partes Fluidi non tantum cohærent inter ſe ita, ut omnes, quæ in Tubo ſunt, unicum quaſi Corpus efficiant, ſed etiam ipſi Tubo adhærent; quâ de causâ hic continuo Fluido repletus manet; & propter æqualitatem inter orificia, eâ Velocitate exit ex Tubo, quâ ipſum intrat, & in toto deſcenſu per *b c* non datur Acceleratio. Hanc autem impedit Reactio particularum, quæ Actione inferiorum accelerantur in ingreſſu in Tubum.

Particulæ dum per integram Tubi longitudinem deſcendunt, pondere ſuo integro continuo agunt; Effectus Preſſionis, manente hujus intenſitate, & ſpatio
* 727. percurſo, ſemper eſt idem *; ergo Actio hæc particularum valet Vim, quam Gravitas ipſis communicare poteſt in deſcenſu per *b c*; quæ Vis ſemper eſt eadem, ſive particulæ velocius, ſive lentius, hoc ſpatium per-
* 754. 727. currant. *

1656. Si nunc integram Vim agentem, durante Tempore quo-



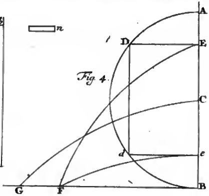
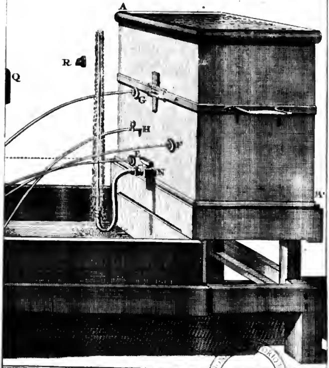


Fig. 4.



NAPOLI

Digitized by Google

quocunque effluxûs, conſideremus, habemus primum Vim quam particulæ acquirerent cadendo ab altitudine *ab* *; præterea habemus Vim, quam acquirerent cadendo ab altitudine *bc* *; quæ conjunctæ valent Vim acquiſitam cadendo ab altitudinibus ambabus conjunctim *, nempe ab altitudine *ac*. Tali Vi omnes particulæ effluentes agunt, antequam ex Tubo exeant; hæcque integra Actio conſumitur motum communicando his ipſis particulis; & valet Vim communicatam *. Ergo, cùm omnes particulæ eâdem Velocitate exeant, ut Effectus Actioni ſit æqualis, neceſſariò eâ Vi, & Velocitate, ſingulæ exeunt, quam acquirerent cadendo ab altitudine *ac*; hacque ipsâ Velocitate in *b* in Tubum penetrant. Attritu juxta latera Tubi minuitur Velocitas, ſæpe parum tantùm. Magis autem minuitur hæc, ſi minor fuerit altitudo *ab* reſpectu longitudinis Tubi, etiam ſi anguſtior fuerit Tubus, aut longior.

* 1654. * 1655. * 754. * 700.

Experimentum 2.

1657. Vas E æquale & ſimile eſt Vaſi A, Fig. 1. & cum Tubo altitudinem habet Vaſis B Fig. 2. Ambo Tubi orificia æqualia ſunt inter ſe, & Foraminibus in Fundis Vaſorum A & B; id eſt, diametri valent tertiam Pollicis partem. Aquâ impleantur Vaſa B & E; eodem momento apertis foraminibus, celerius quidem deſcendet Aquæ ſuperficies in B quàm in E: ſed exigua admodum eſt differentia.

TAB. LV. Fig. 4.

1658. *Maneat apertura ſuperior Tubi, quâ cum Vaſe Tubus communicationem habet, ut & hujus longitudo; augeatur apertura inferior; major Aquæ quantitas effluet*, & magis accelerabitur Aqua, quæ Tubum intrat. In hoc caſu, per aperturam Tubi ſuperiorem, major fluit A-

quæ quantitas quàm ex aperturâ æquali ad profunditatem quadruplam.

1659. Si huic caſui applicemus ratiocinium, quod præcedenti caſui fuit applicatum, clarum erit, ſepoſitis cauſis retardationis, ſingulas particulas eam præſtare Vim, antequam exeant, quam acquirere poſſunt cadendo ab altitudine *ac*; ideoque ex orificio inferiori exire, eâ Velocitate, quam Corpus, cadendo ab hac eâdem altitudine, acquirere poteſt. Dum per orificium ſuperius in Tubum penetrant Particulæ, majori quidem feruntur Velocitate, & ſingularum Vis ſuperat illam, quam indicavimus; ſed hanc iterum amittunt, dum inſequentes in Tubum trahunt, hiſque talem majorem Vim communicant, quam & hæ ſtatim conſumunt. Vis, quâ Particulas ex orificio inferiori exire diximus, illa eſt, cujus Effectus ſupereſt, ubi Particulæ ad inferius orificium pervenere, & hæc ſola hìc conſideranda venit. Quantitas quæ exit, ſepoſito attritu, illa eſt, quæ, ſi Vaſis altitudo foret *ac*, manente ipſius capacitate, ex Foramine in fundo exiret, æquali orificio inferiori Tubi, ſi nempe Tubus ſemper repletus maneret; quod continget ſemper, quando inferius Tubi orificium ſuperius non nimium ſuperat; quo uſque autem illud hoc ſuperare poſſit, à cohæſione partium Fluidi pendet.

Experimentum 3.

1660. TAB. LV. Fig. 5. Vas F in hoc ſolo cum E (*Fig.* 4.) differt, inferius Tubi orificium majus eſt; & collatis inter ſe F, E, & B (*Fig.* 2.), trium Vaſorum Diametri ſunt æquales, & aperturæ in fundo æquales, nempe diametrum habentes quatuor Lin. id eſt, tertiæ partis Poll.; Tubi

bi verò, cum Vaſe F cohærentis, orificium inferius *c* eſt quinque Lin. Impleantur Aquâ Vaſa F & B; ſi eodem momento Aqua fluat ex utroque Vaſe, celerius Aquæ ſuperficies in Vaſe F quàm in B deſcendet. Altitudo Vaſis B eſt circiter ſedecim pollicum.

His Experimentis duo alia notabilia admodum circa partium cohæſionem ſubjungam, quibus effectus hujus cohæſionis dilucidantur.

EXPERIMENTUM 4.

Antliæ, duæ æquales A, B, cochleis junguntur 1661.
Tubis duobus E *d a*, F *d b*, inter ſe cohærentibus; Tu- TAB. LV.
borum horum axes in eodem plano dantur, & ſeſe Fig. 6.
mutuò ad angulos rectos ſecant, confunduntur que Tubi in *d*.

Antlia A repletur Aquâ rubro, aut alio colore, tinctâ; B repletur Aquâ purâ; Emboli junguntur laminâ L, quæ cochleis firmatur. Simul ſi intrudantur Emboli, tincta Aqua Viam ſequitur E *d b*, alia Viam F *d a*; & vix ſenſibilis Aquarum permixtio datur, dum in *d* juxta ſe invicem tranſeunt, & vias flectunt.

EXPERIMENTUM 5.

Differt Experimentum hoc cum præcedenti in unicâ 1662.
tantùm circumſtantiâ, Effectus tamen diverſus omninò TAB. LV.
eſt. Tuborum E *d a*, F *d b*, axes non in eodem dan- Fig. 7.
tur plano, ſed unius axis alterius cavitatem quaſi tangit ita, ut pro parte tantùm Tubi confundantur in *d*. Intruſis nunc Embolis, colorata Aqua, quæ pro parte liberè tranſit per E *d a*, omnem aliam coloratam ſecum trahit; dum eodem modo Aqua pura per F *d b* fertur; his vix ſenſibiliter permixtis, quamvis juxta ſe invicem Aquæ in *d* tranſeant.

1663. Experimentum hoc celebrem Auctorem in errorem induxit, qui hoc ipſum inſtituit Experimentum, cum in animum haberet præcedens tentare, concluſionemque deduxit ambobus Experimentis contrariam; Fluidi nempe particulas liberrimè, ſine confuſione, inter alius Fluidi particulas Viam continuare, agitato licet hoc Fluido juxta aliam directionem.

SCHOLIUM.

Dixi me in hoc Scholio explicaturum, ex quo Experimento, & quomodo, computatio Tabulæ N. 1637. fuerit inita.

1664. Mariotte Experimento, variis vicibus repetito, obſervatiſque cautelis neceſſariis, determinavit, ex Foramine, cujus diameter erat $\frac{1}{4}$ Poll., ſervatâ Aquæ Altitudine ſupra hoc 13. Ped., ſingulis vicibus effluxiſſe, in uno minuto primo, Pintas 28., quarum Pes cubicus continet 70. Agitur hîc de Pede regio Gallico, qui ad Pedem Rhenolandicum ſe habet, ut 144. ad 139.

Dato hoc Experimento, detegendum in quo Tempore Pes Cylindricus evacuari poteſt, per Foramen cujus diameter eſt Semi-Poll., poſitâ etiam Aquæ Altitudine ſupra hoc 13. Pedum, dum menſura Rhenolandica adhibetur.

1665. Tempus, quo certa Aquæ quantitas evacuatur, eo brevius eſt, quo major quantitas, determinato Tempore, exit; Tempora ergo ſunt inverſè ut hæ quantitates, quæ, cæteris paribus, ſunt in ratione ſubduplicatâ Altitudinum *.

* 1635.

Tempora etiam ſunt eo minora, quo Foramina ſunt majora, id eſt, cæteris paribus, ſunt in ratione inverſâ Quadratorum diametrorum Foraminum.

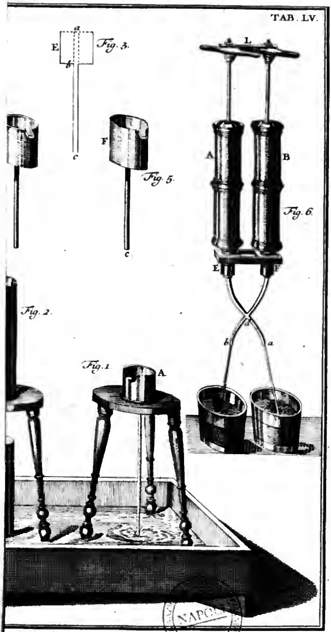
Tandem, cæteris paribus, Tempora ſunt directè ut quantitates quæ effluunt.

In Experimento à Mariotte inſtituto, Altitudo tredecim Pedum Gallicorum eſt ad Altitudinem totidem Pedum Rhenolandicorum, in caſu de quo agitur, ut 144. ad 139.

Quadrata diametrorum Foraminum ſunt ut 1. ad 4. & ut $\overline{144}^{q}$. ad $\overline{139}^{q}$.

Quantitates Aquæ ſunt, ut Pintæ 28 ad Pedem Cylindricum Rhenolandicum; quæ quantitates ſunt in ratione compoſitâ, rationis 28. ad 70. aut 14. ad 35., id eſt, quantitatis quæ effluxit ad Pedem cubicum Gallicum, & rationis Pedis cubici Gallici ad Pedem cubicum Rhenolandicum, ut & rationis Pedis cubici ad Pedem cylindricum, aut 452 ad 355.

Idcirco Tempus unius minuti primi, aut 60. m. ſ., ad Tempus quæſitum,



Digitized by Google

Digitized by Google

tum, in ratione compoſitâ ex hiſce ſex rationibus, $\sqrt{139}$. ad $\sqrt{144}$., 4. ad 1., $\overline{139}^{q}$. ad $\overline{144}^{q}$., 14. ad 35., $\overline{144}^{c}$. ad $\overline{139}^{c}$., & 452. ad 355.

Rationes prima, tertia, & quinta, reducuntur ad rationem, $\sqrt{144}$. ad 1666.
$\sqrt{139}$; & *ſunt 60. m. ſ. ad Tempus quæſitum, ut* $4 \times 14 \times 452 \times 12$. *ad* $1 \times 35 \times 355 \times \sqrt{139}$. quod tempus detegitur 28,94. m. ſ. Quo tempore dato reliqua, quæ notantur in Tabellâ N. 1637., deteguntur, quærendo numeros in ratione inverſâ ſubduplicatâ Altitudinum.

CAPUT X.

De Curſu Fluminum.

DEFINITIO I.

1667. *Flumen vocamus Aquam, in canali ſuperius aperto, propriâ gravitate fluentem.*

DEFINITIO 2.

1668. *Flumen* in eodem Statu manere, aut *in Statu manente, dicitur, quando Aqua uniformiter fluit ita, ut in eodem loco ſemper ſit ad eandem Altitudinem.*

DEFINITIO 3.

1669. *Sectio Fluminis vocatur Planum Flumen ſecans perpendiculariter ad Fundum, & ad Motûs Aquæ directionem.*

Quando Flumen ad latera terminatur Planis inter ſe parallelis, & ad Horizontem normalibus, & Fundus etiam eſt Planum, ſive horizontale, ſive inclinatum, Sectio Fluminis cum tribus hiſce Planis Angulos rectos efficit, & eſt Parallelogrammum.

1670. *In omni Flumine in Statu manente, eadem Aquæ quantitas per ſingulas Sectiones eodem Tempore fluit.* Niſi enim in loco quocunque eadem Aquæ quantitas adfluat, quæ ex eo defluit, in eodem Statu Flumen non manebit; & demonſtratio hæc locum habet, quæcunque fuerit

Alvei

Alvei irregularitas, ex quâ, alio reſpectu, multæ in Fluminis Motu mutationes oriuntur; attritus ex. gr. major eſt pro majore Alvei inæqualitate.

1671. Irregularitates in Fluminis motu in infinitum variari poſſunt, & Regulæ circa illas tradi nequeunt; ſepoſitis ergo irregularitatibus omnibus, Fluminum curſus primum examinandus eſt; niſi enim in hoc caſu motûs Leges notæ fuerint, in nullo alio judicium, vero fundamento nixum, ferri poterit; quid in veris Fluminibus obtineat, poſtea perpendendum.

1672. Ponimus nunc Aquam fluere per Canalem regularem, ſine ſenſibili attritu; Canalem terminari ad latera Planis parallelis inter ſe, & verticalibus; Fundumque etiam planum eſſe, & ad horizontem inclinari.

TAB. LVI. Fig. 1. Sit Canalis AE; ex Receptaculo majori Aqua in illum fluat, maneatque in Receptaculo ſemper ad eandem Altitudinem, ut Flumen ſit in Statu manenti. Aqua

* 382. juxta Planum inclinatum deſcendit, & acceleratur *; quo, propter æqualem Aquæ quantitatem per ſingu-

* 1670. las Sectiones fluentem *, *Altitudo Aquæ, recedendo à*

1673. *Fluminis initio, continuò minuitur*, & Aquæ ſuperficies adipiſcitur Figuram *i q s*.

1674. Ad determinandam Aquæ in variis locis Velocitatem, concipiamus Canalis aperturam AB Plano claudi; ſi perforetur Planum, eo celerius ex Foramine proſiliet Aqua, quo magis hoc diſtabit à ſuperficie Aquæ *h i*; eandemque habebit Aqua celeritatem, quam Corpus, cadendo à ſuperficie Aquæ ad profunditatem Fo-

* 1583. raminis infra illam, acquirit *; quod ex Preſſione Aquæ ſuperincumbentis oritur. Datur eadem Preſſio, id eſt, eadem Vis motrix, quando impedimentum in

AB

AB tollitur; ponimus enim capax adeo Receptaculum, ut & in hoc caſu Preſſio lateralis agat in Aquam, quæ Canalem intrat.

Hunc nunc ingreditur unaquæque particula Aquæ eâ Celeritate, quam Corpus acquirit cadendo ab Aquæ ſuperficie ad particulæ profunditatem. Particula hæc, juxta Planum inclinatum, in Canale movetur, & hujus Motus acceleratur; & quidem eodem modo, ac ſi verticaliter cadendo, motum continuaſſet ad eandem profunditatem infra ſuperficiem Aquæ, in origine Fluminis *. * 393.

Si ducatur horizontalis linea *it*, particula in *r* habebit Celeritatem, quam Corpus, cadendo per *i*B, & devolvendo per B*r*, poteſt acquirere; quæ eſt Celeritas, caſu per *tr*, à Corpore acquiſita *. *Ubique* ergo *menſuratur particulæ Celeritas, ducendo ab hac perpendicularem ad Planum horizontale, quod per ſuperficiem Aquæ in Origine Fluminis concipitur, & Velocitas, quam Corpus per hanc perpendicularem cadendo acquirit, erit particulæ Celeritas*, quæ major eſt pro majori perpendicularis longitudine; & *non augetur Preſſione Aquæ ſuperincumbentis*, quæ non poteſt augere Celeritatem Aquæ, quæ aliunde majorem habet, quam quæ ex hac Preſſione oriri poteſt: eodem modo ac Corpus inſequens in antecedens, celerius motum, agere non poteſt. * 393. 1675. 1676.

In puncto quocunque *r* ad Fluminis Fundum ducatur verticalis *rs*, Fluminis altitudinem menſurans; ſi continuetur hæc ſurſum, ut ad lineam *it* perveniat in *t*; evidenter patet, particularum, in lineâ *rs*, Celeritates eo minores eſſe, quo magis hæ ad ſuperficiem Fluminis accedunt, & *Aquam inferiorem celerius ſuperiori moveri.* 1677. 1678.

 Ha-

1679. *Harum* tamen *Aquarum, in progreſſu Fluminis, ad æqualitatem continuò magis accedunt Celeritates.* Nam Celeritatum harum Quadrata ſunt ut *r t* ad *s t* *; quarum linearum differentia, recedendo à Fluminis Origine, continuò minuitur, propter imminutam altitudinem *r s* *, dum lineæ ipſæ augentur. Quod cum in Quadratis obtineat, multo magis in ipſis Celeritatibus locum habet; quarum differentia ergo etiam minuitur, dum ipſæ creſcunt.

* 1675. 374.
* 1673.

1680. *Si* Fundi inclinatio in principio Fluminis mutetur, ut ſit *y* Z, aut lateraliter augeatur apertura, per quam Aqua in Canalem fluit, ita, ut *major ſit Aquæ copia in Canali, altior erit ubique Fluminis ſuperficies, ſed non mutatur Celeritas Aquæ in loco quocunque.* Hæc enim Celeritas non ab Altitudine Aquæ in Flumine pendet, ſed, ut demonſtratum, à diſtantiâ inter particulam motam & Planum horizontale, per Aquæ ſuperficiem in Origine Fluminis tranſiens; quæ diſtantia perpendiculari ut *r t*, aut *s t*, menſuratur; hæ autem adfluxu Aquæ non variantur, ſi modo maneat Aquæ ſuperficies in Receptaculo.

1681. *Claudatur Canalis pars ſuperior Obſtaculo* ut X, *quod quantumvis parum infra Aquæ ſuperficiem deſcendat*; Aqua omnis, quæ adfluit, perfluere non poterit, adſcendet idcirco; ſed eo Celeritas Aquæ infra Cataractam non augetur *, continuòque accumulatur Aqua adfluens; quæ ergo ita adſcendet, ut ſupra impedimentum, aut Ripas Fluminis, defluat. *Si* vero *Ripæ attollantur, & Impedimentum continuetur, ſupra lineam i t Aquæ altitudo excreſcet*, antea enim hujus Celeritas augeri nequit: in quo caſu totius Aquæ in Receptaculo Altitudo augebitur,

* 1680.

bitur; cùm enim ponamus Flumen in Statu manenti, neceſſe eſt, ut aliunde continuò in Receptaculum tantum Aquæ adfluat, quantum ex illo in Flumen defluit; imminutâ verò Aquæ defluentis quantitate; neceſſariò Altitudo in Receptaculo augetur, donec Celeritas Aquæ, infra Obſtaculum fluentis, ita ſit aucta, ut eadem Aquæ quantitas infra hocce Obſtaculum tranſeat, quæ, ante poſitam Cataractam, per hanc Fluminis Sectionem fluxit.

Hæc omnia, ut jam monuimus, ſepoſitis irregularitatibus omnibus, vera ſunt, & quo irregularitates ſunt minores, eo magis cum dictis Motus Veri congruunt; de quibus, ut & de mutationibus quæ in Veris Fluminibus contingunt, nunc agam. 1682.

Tellus ſphærica eſt, & hujus Centrum versùs gravia tendunt; non tamen accurata hæc Figura eſt, locaque depreſſiora Aquis teguntur, quæ collectæ Maria, & Lacus, efficiunt. Recedendo ab hiſce, attollitur Telluris ſuperficies ad certam uſque diſtantiam, iterumque deprimitur alia Maria, aut Lacus, versùs Præter has, per magna ſpatia ſeſe extendentes, altitudines, Montes in multis locis, ſive Mari vicinis, ſive ab hoc remotis, magis nobis ſenſibilem ſuperficiei Telluris inæqualitatem communicant. 1683.

Ubique in Telluris ſuperficie, præcipuè in locis montuoſis, Scaturigines Aquarum dantur; Aqua ex locis altioribus Gravitate inferiora petit; plures Rivuli concurrunt, &, continuò deſcendentes, Telluris ſuperficiem excavant, & Flumen efficiunt; in cujus Alveo ſæpe Scaturigines dantur, & ad quod, ex locis vicinis ſubterraneis, per Vias inſenſibiles, plerumque Aqua quoque ad- 1684.

adfluit; & ſic Flumen Vires acquirit eundo. In deſcenſu ſuo ſæpe Aqua in Obſtacula incurrit, diverticula quærit, & Viam perſequitur. Hinc Fluminum Inflexiones. Continuò deſcendens tandem ad Mare pertingit Aqua, & hoc influit, maximum ſæpe Terrarum Tractum perluſtrans.

1685. Flumen, quod ad ipſum Mare pertingit, in toto curſu ſuo, loca ſequitur maximè depreſſa; & lateraliter recedendo ab hoc attollitur quoque Telluris ſuperficies; quare minora Flumina à dextrâ, & à ſiniſtrâ, ad majora Flumina, ut hæc ad Mare, tendunt.

1686. *Non omnium Fluminum Alveos*, ab initio ad Mare
* 1684. ipſum, ita *à Naturâ*, ut hoc explicavimus *, *fuiſſe excavatos* certiſſimum eſt; ſæpe Aquæ, in loco depreſſo collectæ, &, niſi cum incommodo vicinorum Incolarum, hinc inde ſibi Viam quærentes, per Canales, manu Hominum excavatos, deductæ fuere ad loca magis depreſſa, unde poſtea facilè effluere potuere, ſibique Alveum continuare.

1687. Ex his omnibus clarum eſt, magnas in Fluminibus, longo tempore, contigiſſe mutationes; has autem in multis tandem debuiſſe ceſſare, etiam patebit.

1688. Ut autem, quæ ad hoc ſubjectum pertinent, illuſtremus, examinandum, ex quibus cauſis mutetur Fluminis Velocitas, & quid ex hac mutatâ ſequatur.

1689. Aquam in Flumine, recedendo ab hujus initio, con-
* 1675. tinuò accelerari vidimus *; ſed verum hoc tantum eſt ſepoſitis retardationibus; in omnibus autem Fluminibus multæ retardationis cauſæ ſemper cum Vi accelerante contrariæ agunt, & illarum Effectus, auctâ Velocitate Aquæ, creſcunt.

Acce-

Acceleratur tantum *Aqua, quamdiu cauſa accelerans* 1690.
impedimenta ſuperat. Ubi autem *Retardatio æqualis ſit* 1691.
Accelerationi, motu æquabili progreditur Flumen. Auctâ
tunc, ex novâ ſuperveniente causâ, Retardatione, Velo-
citas minuitur; & *ſæpius* obſervamus *lentè moveri in Flu-* 1692.
mine Aquam, in loco ab Origine remoto, & ad quem,
niſi poſt deſcenſum à magnâ altitudine, non perve-
nit Aqua.

In hoc caſu verum non eſt, quod antea habuimus, 1693.
ex auctâ altitudine Aquæ in Flumine, ipſam non ac-
celerari *; ſi ex. gr. Flumen percurrat quatuor pedes * 1680.
in uno minuto ſecundo, id eſt, eâ moveatur Veloci-
tate Aqua, quam Corpus acquirit cadendo ab altitu-
dine circiter trium Pollicum, accelerabitur, ſi ſuperfi-
cies attollatur quatuor Pollicibus; ut ex illis ſequitur,
quæ ſuperius explicavimus *. * 1674.

Unde hanc deducimus concluſionem, *ſæpe in Flumi-* 1694.
ne lentiori Aquam accelerari, ſi nova in ipſum influat
Aqua, aut ſi Alveus coarctetur; his enim attollitur ſuper-
ficies ita, ut Preſſio in Aquam inferiorem augeri poſſit.

Non tamen ſemper ex ipsâ ſuperficie elatâ conclu- 1695.
dendum, Velocitatem augeri; ſi enim altitudo non
ſit ſufficiens, non producet augmentum Velocitatis *; * 1676.
etiam, ſi manente Alveo, & non accedente novâ Aquâ,
cauſa ſuperveniat retardans, Aqua attolletur *. * 1670.

In Flumine, quod antea examinavimus *, Fundum 1696.
poſuimus ad Horizontem inclinatum; *Aqua* tamen *mo-* * 1672.
veri poteſt per Canalem horizontalem, ſi modo ex loco ma-
gis elato in ipſum deſcendat. Superficies Aquæ, ſe-
poſitis Retardationibus, *in illo Canali* eſſet horizontalis, 1697.
ſi hic eandem ubique haberet latitudinem; quia Aqua

Velocitatem ſuam ſervaret. Semper autem cauſæ re-
1698. tardantes Motum minuunt; ideo *ſuperficies ſit inclinata*; magis alta in initio Canalis, quam in alio loco, & recedendo ab initio decreſcit.

Preſſio enim in initio Canalis ſuperare debet Reſiſtentiam per totum Canalem, quia nulla datur Vis accelerans: cùm Preſſio, in alio loco, tantum ſuperare debeat Reſiſtentiam per reliquam partem Canalis.
TAB. LVI. Fig. 2. Sit Fundus horizontalis E F, Altitudo Aquæ major eſt in E *a* quàm in L *b*; quia in E *a* augmentum Actionis deſideratur æquale integræ Reſiſtentiæ, quæ inter E & F ſuperanda eſt, cùm in L *b* tantùm deſtruenda ſit Reſiſtentia, quæ inter L & F obtinet.

1699. Altitudo autem Aquæ in Flumine, non poteſt mi-
* 1670. nor dari F versùs, niſi augeatur Velocitas *; quare differentia inter altitudines E *a* & L *b* major deſideratur, quàm ſi de ſolâ Reſiſtentiâ ſuperandâ ageretur.

1700. *Si* tamen, *in* hoc *Motu per Canalem horizontalem, lentior ſit Aqua Motus, inclinatio ſuperficiei admodum exigua erit.*

1701. Flumina ipſa ſibi Alveum excavaſſe diximus. Si Aqua tranſeat per loca arenoſa, aut argilloſa, ipſa continuò abradit particulas quaſdam, haſque ſecum fert; Aquam, continuato diutius motu, ipſa ſaxa excavare, Experien-
1702 tia docuit. *Multas ſingula Flumina ſubiviſſe mutationes*, antequam Alvei debitam magnitudinem acquiſiverint, evidentiſſimum eſt; ſed quis has determinabit? nullius quoque uſus eſſet in ipſas inquirere: magis utile erit ipſa Flumina, ut nunc ſeſe habent, ad examen revocare, & quidem illa tantùm, quæ per loca arenoſa, aut argilloſa, tranſeunt; vix enim ſenſibile quid ipſis contingit, niſi longo tempore, quando inter ſaxa moventur.

Aqua

Aqua continuò abradit particulas arenoſas, aut argil-
loſas, hæcque Actio augetur, quando Aquæ Velocitas
augetur; unde ſequitur, *Aquam*, decurrendo per talia lo 1703.
ca, turbidam fieri, & *continuò corrodendo Alveum, Arenam*
protrudere. Arena hæc continuò pondere ſuo cadit; &,
manente per aliquod Tempus Aquæ Velocitate, ita turbida 1704.
Aqua fit, ut tantum Arenæ deponat, quantum eodem
Tempore attollit.

Si tunc *Velocitas augeatur, majorem quantitatem attollit,* 1705.
quam Gravitate cadit; ſi minuatur Velocitas, contrarium
obtinet.

Præter Velocitatem & aliæ duæ cauſæ, *pondus Aquæ*, 1706.
& hujus Impetus, quantitatem Arenæ, quæ ex loco move-
tur, augent.

DEFINITIO 4.

Flumen vocamus regulare, cujus Alvei Materia eſt æqua- 1707.
bilis; cujus Fundus, aut æquabiliter inclinatur, aut horizon-
talis eſt; & cujus Sectiones omnes parallelæ inter ſe, ſimiles &
æquales eſſent, ſi Aqua eandem ubique haberet altitudinem.

DEFINITIO 5.

Filum Fluminis vocamus lineam quæ in ſingulis Sectioni- 1708.
bus tranſit per punctum, in quo Velocitas Aquæ eſt maxima.

Si Flumen ſit regulare, Filum æqualiter ab utrâque 1709.
Ripâ diſtat, propter Reſiſtentiæ cauſas ſimiles ab utrâ-
que parte; ſi Flumen tale non ſit, magis ad unam,
aut aliam, ripam ſæpè accedit Filum, neque harum
reſpectu regularem ſervat curſum.

In Flumine Regulari maxima corroſio eſt in medio ipſius 1710.
Fundi, reſpondet enim locus hicce Velocitati maximæ,
& pondere totius Aquæ augetur hujus Actio.

Arena hæc latera verſùs diſpergitur, & duplici causâ 1711.
Alvei

Digitized by Google

Alvei Figura mutatur; regulare tamen manet Flumen. Si autem uniformiter Aqua per tale Flumen decurrat, omnia ita ſeſe conſtituent, ut non tantùm Arenæ continuò decidentis quantitas æqualis ſit illi, quæ attollitur; ſed etiam ut in ſingulis Alvei locis hoc ipſum obtineat; tunc mutationes ceſſant.

1712. Si nova Aqua ſuperveniat, corroſio ſæpe augetur *, * 1691. 1705. ſed tantùm in eo loco, ubi hoc augmentum datur; in- * 1704. feriora loca non mutantur *. Poſt tempus tamen & hæc mutantur, ſi hocce augmentum continuò uniformiter ſuppeditetur; quando enim locus primus corroſione excavatus eſt ita, ut augmentum Velocitatis in eo loco Fluminis non amplius detur, augmentum Velocitatis in locum ſequentem inferiorem transfertur, qui etiam excavatur; ſic ſucceſſivè corroſio ad Mare uſque propagatur, & ceſſat aucto ubique ipſo Alveo.

1713. Flumen Regulare conſideravimus, quod in lineâ rectâ movetur; non tamen ad irregularia ſemper debet referri TAB. LVI. Fig. 3. Flumen, quia viam ſuam flectit; ſi enim angulum obtuſum admodum duæ directiones efficiant, ut BC, CD, ſæpe motus ſine corroſione flectitur; quamvis, hæc, ex Impetu Aquæ in A, ſequi videatur. Propter acutum angulum, quem Ripa cum Aquæ directione efficit, hujus Actio in illam exigua eſt; Aqua, deſcendens per CD, cum inſequenti cohæret, hanc in deſcenſu ſuo ſecum trahit, & ab A abducit, Impetum minuit, & ſæpe in totum deſtruit, & hicce eſt caſus de quo nunc agitur.

1714. Aliquando contingit corroſionem dari, & hac ipsâ Ripam acquirere Figuram, quâ poſitâ, æquilibrium datur inter Aquæ Impetum & Vim, quæ Aquam abducit; in quo caſu corroſio Ripæ per tempus tantùm durat.

Si

Si irregulare fuerit Flumen, multis mutationibus ob- 1715.
noxium erit. Tale eſt Flumen, cujus Ripæ in uno loco excavantur, in alio prominent; cujus latitudo diverſa eſt in diverſis locis; in cujus Fundo inæqualitates reperiuntur; tandem cujus directio magis ſubitò mutatur.

Ponamus Flumen AD; excavata Ripa eſt inter A 1716.
& C, & hujus Figuræ hæc eſt ſequela. Velocitas, TAB. LVI. Fig. 4.
propter Attritum, exigua eſſet in lineâ AC, ſi juxta ipſam Ripam Aqua moveretur; nunc autem, propter remotam illam ad B, Velocitas inter A & C major eſt, & impetu quodam ad angulum C Aqua accedit; quod idem contingeret ſi, ſepoſitâ excavatione in B, Ripa in C prominerer.

Generalis autem eſt Regula; *ubi Aqua impetu quodam* 1717.
ad Ripam accedit, *ibi* in vorticem hanc moveri, & *Fundum excavari*; Profunditas ergo major erit in C; ſimilis quoque dabitur excavatio in D.

Ex inæquali Fluminis latitudine in diverſis locis, ſe- 1718.
quitur mutationes Velocitatis dari, dum Aqua progreditur; hancque ergo continuò Arenam de loco in locum transferre *, & continuas Flumen mutationes * 1705.
ſubire.

Inæqualitates in Fundo retinent Aquam; ubi hæc 1719.
in illas incurrit, minuitur Velocitas, & Arena in hiſce locis deponitur *, quæ ipſum Obſtaculum auget; & * 1705.
minimum quid ſæpe origo fuit Inſulæ in Flumine natæ, 1720.
quæ ipſa poſtea majorum mutationum cauſa fuit.

Inflexionem Viæ non dari poſſe in Flumine, ſine 1721.
Actione in Ripam oppoſitam, ut in F, clarè patet; quæ quidem Actio aliquando tollitur, ſi angulus inflexionis

* 1713. fuerit obtuſus admodum *, non verò ſi ad rectum accedat, aut acutus fuerit.

1722. Quando Corroſio datur in aliquo loco Ripæ, Filum magis ad hanc accedit; retardatur motus Ripam oppoſitam versùs, Arena deponitur *, & Alluvio datur.
* 1705.

1723. Ex his omnibus ſatis patet, tales dari poſſe in Flumine mutationes, ut hoc Alveum ſuum mutet, corrodendo ita Ripam in aliquo loco, ut ſibi Viam aperiat ad loca magis depreſſa; à Velocitate verò, quâ Aqua in hanc Viam penetrabit, pendebit antiqui Alvei fatum.

1724. In hoc ſtatim, diviſo jam Flumine, retardatur Aqua, & illius Fundus attollitur; quo ipſo Alveus minuitur;
1725. ſicque ſæpe contingit Fluminis oſtia multiplicari. Sæpe etiam, defluente majori copiâ Aquâ in novum Alveum, antiquus omnino obturatur.

1726. Circa oſtia ſua Flumina & aliis mutationibus ſunt obnoxia; continua ibi datur Velocitatis Aquæ mutatio, prout Mare, receſſu aut acceſſu ſuo, juvat, aut impedit, effluxum Aquæ in Mare.

1727. In acceſſu Maris minuitur Velocitas Fluminis, & Are-
* 1705. na decidit *; quæ, auctâ in receſſu Velocitate, iterum ad Mare fertur; tunc Flumen non mutatur. Hoc locum habet in Fluminibus, quæ ſatis virium habent, ut impetum Maris redeuntis ſuſtineant; retardantur quidem, ſed motum in contrarium non flectunt.

1728. Si autem non tanta ſit Vis Fluminis, nimium retardatur motus, & accumulatur Arena majori copiâ; in hoc caſu, antequam Arena hæc ad Mare deferri poſſit, jam à ſuperioribus locis continuò adfluens ibi pertingit turbida Aqua, quæ tantum Arenæ deponit, quantum attol-

attollit *, & quæ in Fundum deciderat ibi relinquit; ſicque hìc continuò extollitur. * 1704.

Hæc continuata *Fundi mutatio cāuſa eſt dilatationis oſtiorum, & quare Flumina ſæpe oſtia nova ſibi aperiant.* 1729.

Mutatio hæc Fundi locum tamen non habebit, ſi agatur de Flumine debiliori, & cujus oſtium admodum latè patet. Tunc Mare in receſſu reducens Arenam, quam ipſum attulit, facilè etiam ſecum fert illam, quam Flumen exiguâ copiâ ſuppeditavit. 1730.

Hiemali tempore, Nives accumulantur in Montibus, aliiſque locis elatis, ex quibus Flumina defluunt. Circa hujus Tempeſtatis finem & Veris initium, liquefactis Nivibus, Fluminum ſuperficies attolluntur, & Alveis ſe efferunt. Velocius agitata Aqua majorem Arenæ copiam ſecum fert; ſed Aqua, ad latera ultra Ripas diſperſa, Arenam deponit; & ſic *ſingulis annis, attolluntur loca, quæ hiemali Tempore Aquis fluvialibus teguntur.* 1731. 1732.

Plura artificia excogitarunt Homines, ut incommoda, ex mutationibus Fluminum oriunda, evitarent. Aggeres ad latera Fluminum exſtruxerunt, ut in Alveo, etiam in Hieme & Vere, Aquas retinerent; cujus cautelæ hicce ſæpe fuit ſucceſſus, ut Arena, quæ loca vicina tegiſſet, nunc cohibita, ex multis cauſis in locis peculiaribus accumuletur, & tractu temporis maximorum incommodorum ſæpe cauſa ſit. 1733.

Aggeres in ipſo Alveo exſtruuntur ad alia incommoda evitanda; horum Effectus demonſtrabo, & inde facilè deduci poterit in quibus occaſionibus utilitatem habere poſſint. 1734.

Sit Agger talis AB, diſponitur hicce obliquè, ut hujus directio pro parte conſpiret cum motu ipſius Aquæ; 1735. TAB. LVI. Fig. 5.

 hoc

hoc Aggere poſito Actio Aquæ à Ripâ CD removetur, & augetur in Ripam oppoſitam, quæ excavatur in E. Aqua in Angulo F lentè movetur, impedita ab ipſo Aggere; hac de causâ Arenam deponit *, quæ ibi continuò accumulatur.

* 1705.

1736. Aqua, ipſo angulo G contenta, non quieſcit; illa quæ movetur per BH, lateralem, cum quâ cohæret, ſecum fert, hancque inſequitur illa, quæ in angulo ipſi Aggeri adjacet, & cùm, hujus Aquæ motu, deprimatur in ipſo angulo Aquæ ſuperficies, Aqua juxta Ripam motu contrario redit. In hoc motu lentiori Arena continuò decidit, & tandem ipſum angulum replet.

CAPUT XI.

De Motu Undarum.

1737. TAB. LVII. Fig. 1. Aquæ quieſcentis ſuperficies plana eſt, & ad horizontem parallela *; ſi aliquâ ex causâ hæc cava fiat in A, circa hanc Cavitatem effertur in BB; Elata hæc Aqua gravitate deſcendit, & Celeritate, deſcendendo acquiſitâ, Cavitatem novam efficit; quo motu Aqua ad latera hujus Cavitatis adſcendit, & implet Cavitatem A, dum de novo attollitur C versùs; dum in C hæc deprimitur, de novo Aqua eandem partem versùs accumulatur; unde motus in Aquæ ſuperficie oritur, & Cavitas, præ ſe ferens quam continuò extollit Aquam, ab A ad C movetur.

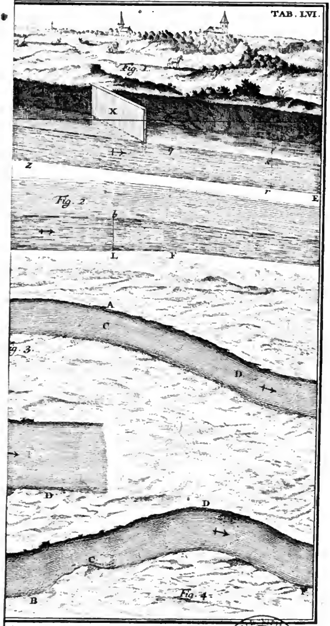
* 1413.

DEFINITIO I.

1738. *Cavitas hæc cum adjunctâ Aquâ elatâ vocatur Unda.*

DEFI-

TAB. LVI.



NAPOLI

Digitized by Google

DEFINITIO 2.

Latitudo Undæ eſt ſpatium ab Undâ in ſuperficie Aquæ 1739.
occupatum, & menſuratum juxta motûs Undæ directionem.

Cavitas ut A ab omni parte circumdatur Aquâ, ut dictum elatâ; motus memoratus omnes partes versùs ſeſe expandit; *Undæ motus* ideo *eſt motus Circuli ſeſe ex-* 1740.
pandentis.

Detur obſtaculum AB, in quod Unda, cujus origo 1741.
eſt in C, incurrat; examinandum quam in puncto TAB. LVII.
quocunque ut E mutationem patiatur Unda, quando Fig. 2.
in hoc puncto ad Obſtaculum pervenit. In omnibus locis, per quæ Unda tranſit, dum hæc Latitudinem ſuam percurrit, Aqua attollitur, Cavitas deinde formatur, quæ iterum impletur; quam mutationem dum ſuperficies Aquæ ſubit, hujus particulæ per parvum ſpatium eunt, & redeunt. Directio hujus motûs eſt per CE, Celeritaſque per hanc lineam repræſentari poteſt; concipiatur hicce motus in duos alios reſolutus per GE & DE, quorum Celeritates per haſce lineas reſpectivè repræſentantur *. Motu per DE par- *1155.
ticulæ in Obſtaculum non agunt, & eâdem Celeritate, poſt Impactum, juxta hanc directionem motum continuant; motuſque hic repræſentatur per EF, poſitis EF & ED inter ſe æqualibus. Motu per GE particulæ directè ad Obſtaculum accedunt, & Aqua, quæ ultra Obſtaculum progredi nequit, & ab inſequenti propellitur, cedit illam partem versùs in qua minima reſiſtentia datur, id eſt, adſcendit; hicque major quàm in cæteris locis adſcenſus ex motu per GE oritur; quia hoc motu ſolo ad Obſtaculum particulæ accedunt. Deſcenſu Aqua eam acquirit Velocitatem cum quâ fuit

 elata,

Digitized by Google

elata, & eâdem cum Vi particulæ Aquæ ab Obſtaculo juxta directionem EG repelluntur, cum quâ ad Obſtaculum acceſſere. Ex hoc motu, & motu memorato per EF, oritur motus per EH, cujus Celeritas per lineam EH, æqualem lineæ CE, deſignatur; & Reflexione Celeritas Undæ non mutatur, reditque hæc per EH, eodem modo ac, ſublato Obſtaculo, per E*h* motum continuaſſet. Si à C perpendicularis CD ducatur ad Obſtaculum, & hæc producatur, fiatque D*c* æqualis CD, linea HE continuata tranſibit per *c*; quia Triangula CDE, *c*DE, in omnibus conveniunt. Et cùm hæc demonſtratio in omnibus punctis

1742. Obſtaculi procedat, ſequitur *Undam reflexam eandem habere figuram ab hac parte Obſtaculi, quam, ſublato Obſtaculo, ultra hoc habuiſſet.*

1743. *Si Obſtaculum ad horizontem inclinetur*, Aqua ſuper illo adſcendit & deſcendit, & attritum patitur, quo *Undæ Reflexio turbatur, & ſæpiſſime in totum deſtruitur.* Hæc eſt ratio quare plerumque Fluminum Ripæ Undas non reflectant.

1744. *Quando in Obſtaculo* ut BL *foramen datur* ut I, pars Undæ, quæ per hoc tranſit, motum directè continuat, & QQ verſùs ſeſe expandit, & *nova Unda formatur, quæ per ſemicirculum movetur, cujus centrum eſt ipſum foramen.* Nam altior pars Undæ, quæ primo tranſgreditur foramen, ſtatim paululum ad latera defluit, & deinde deſcendendo Cavitatem format, quæ ab omni parte ultra foramen Aquam attollit ita, ut Unda ad omnes partes, eodem modo, ac de geneſi primæ Un-

* 1737. dæ dictum *, ſeſe expandat.

1745. Unda, cui opponitur Obſtaculum ut AO, inter O & N motum continuat; ſed R verſùs per portionem

nem circuli, cujus centrum non multum ab O diſtat, ſeſe expandit.

Ex hiſce facilè deducitur motus Undæ ponè Obſta- 1746.
culum ut MN.

Undæ ſæpe producuntur ex motu Corporis tremulo, quæ 1747.
etiam per Circulum ſeſe expandunt, licet per lineam rectam Corpus eat & redeat; Aqua enim, dum agitatione attollitur, deſcendendo Cavitatem format, circa quam ab omni parte Aqua extollitur.

Undæ variæ ſeſe mutuò non perturbant, dum juxta 1748.
varias directiones moventur. Cujus Effectus ratio hæc eſt; quamcunque ex motu Undæ figuram adepta fuerit Aquæ ſuperficies, hæc attolli & deprimi poteſt, & in hac motus dari, qualis in Undæ motu requiritur.

Qui unquam Undarum motum attentè conſideravit, hæc omnia cum Experimentis congruere vidit.

Celeritas Undarum ut determinetur, motus alius TAB. LVII.
cum harum motu analogus examinandus eſt. Detur Flui- Fig. 3.
dum *in Tubo cylindrico curvo* EH, ſuperetque altitudo 1749.
Fluidi in crure EF altitudinem in alio crure quantitate *l*E, quæ differentia in duas partes æquales ſecanda eſt in *i*. Gravitate ſuâ deſcendit Fluidum in crure EH, dum æqualiter in Tubo EF & GH adſcendit; & ita, quando ſuperficies Fluidi pervenit ad *i*, ad eandem in utroque crure datur altitudinem, & in hoc ſitu ſolo Fluidum poteſt quieſcere. Celeritate deſcendendo acquiſitâ motum continuat, magiſque adſcendit Fluidum in Tubo GH, & in EF deprimeretur ad *l*, niſi attritu Tubi motus minueretur. Fluidum in Tubo GH magis elatum etiam gravitate deſcendit, & Fluidum

in

in Tubo it & redit, donec ex attritu totum motum amiſerit.

Quantitas materiæ movendæ eſt omne Fluidum, quod in Tubo continetur; Vis motrix eſt pondus columnæ *l* E; hoc Fluidum premens eodem motu cum reliquo fluido in Tubo agitatur, & reſpectu hujus quieſcit; agit ergo in Fluidum motum ut in quieſcens,
* 371. & toto ſuo pondere premit inferius Fluidum *. Altitudo autem hujus Fluidi prementis ſemper dupla eſt diſtantiæ E *i*; quæ ergo diſtantia cum hac Vi motrice in eâdem ratione creſcit, & minuitur. Diſtantia autem E *i* eſt ſpatium à Fluido percurrendum, ut à ſitu E H perveniat, ad ſitum quietis; quod ergo ſpatium ſemper eſt ut Vis, quæ continuò in Fluidum agit: ſed tali ex causâ demonſtravimus, Penduli, in Cycloide
* 414. oſcillati, vibrationes omnes eſſe æquè diuturnas *; ideo & hìc *quæcunque fuerit agitationum inæqualitas, æquali ſemper tempore Fluidum it, aut redit.*

1750. *Tempus in quo Fluidum, ſic agitatum, adſcendit, aut deſcendit, eſt tempus in quo vibratur Pendulum, cujus longitudo*, id eſt, diſtantia inter Centra oſcillationis & ſuſpenſionis, *æqualis eſt Semi-longitudini Fluidi in Tubo*, ſive Semi-ſummæ linearum E F, F G, & G H: longitudo hæc in axe Tubi menſuranda eſt.

1751. Vibretur hocce Pendulum in Cycloïde, methodo
TAB. LVII. Fig. 3. 4. ſuperius explicatâ *. Pendulum P C, & arcus A D,
* 410. ejuſdem ſunt longitudinis *; in puncto A directio Cur-
* 411. væ ad Horizontem perpendicularis eſt, & Corpus toto ſuo pondere juxta Curvam deſcendere conatur: hoc autem pondus eſt ad Vim in Corpus, poſitum in P,
* 414. agentem, ut A D, aut P C, ad P D *. Sit nunc Fluidum in

in eo ſitu, ut *i* E æqualis ſit P D; pondus totius materiæ movendæ, id eſt, totius Fluidi, eſt ad pondus *l* E, quod eſt Vis in hoc ſitu in Fluidum agens, ut longitudo Fluidi in Tubo ad lineam *l* E; in quâ ratione etiam ſunt harum quantitatum ſemiſſes, id eſt, P C ad P D. In Pendulo ergo pondus Materiæ movendæ eſt ad Vim in hanc agentem in P, ut in Tubo pondus materiæ movendæ ad Vim in hanc agentem in ſitu E H. Æqualibus Viribus ideo Corpus pendulum & Fluidum in hac occaſione propelluntur, & hoc ubique obtinet ubi ſpatia, à Fluido in agitatione, & à Corpore in vibratione, percurſa, ſunt æqualia; idcirco in hoc caſu agitatio, & vibratio, eodem tempore peraguntur, & non modo in hoc caſu, ſed ſemper *. * 1749.
Cùm verò vibrationes exiguæ in Circulo à vibrationibus in Cycloïde non differant, etiam ad illas demonſtratio referri debet.

EXPERIMENTUM.

Detur Tubus vitreus Cylindricus curvus E F G H; 1752. TAB. LVII. Fig. 3.
ſit crurum longitudo unius Pedis, & Cylindri diameter Semi-pollicis; Tubo Mercurius infundatur, & conſtituto Pendulo, cujus longitudo æquet dimidium longitudinis Cylindri Mercurii in Tubo, ſi Mercurius in Tubo agitetur, iiſdem temporibus adſcendit, & deſcendit, hic, in quibus Pendulum oſcillando it, & redit.

Ut ex dictis determinemus Undarum Celeritatem, 1753. TAB. LVII. Fig. 5.
variæ Undæ æquales, & ſeſe mutuò immediatè inſequentes, conſiderandæ ſunt, ut A B, C D, E F, quæ ab A ad F moventur. Unda A B percurrit Latitudinem ſuam, quando cavitas A pervenit ad C; quod

 fieri

fieri non poteſt, niſi Aqua in C ad altitudinem Undarum culminum adſcendat, iterumque ad profunditatem C deſcendat; in quo motu Aqua infra lineam *h i* ſenſibiliter non agitatur: congruit ergo hicce motus cum motu memorato in Tubo; & Aqua adſcendit & deſcendit, id eſt, Unda Latitudinem ſuam percurrit, dum Pendulum longitudinis dimidii BC duas
* 1750. peragit Oſcillationes *; aut dum Pendulum longitudi-
* 418. nis BCD, prioris quadruplæ, ſemel vibratur *.

1754. Pendet igitur Celeritas Undæ à longitudine lineæ BCD, quæ pro majori Undarum Latitudine, & pro majori profunditate, ad quam in motu Undarum Aqua deſcendit, major eſt.

In Undis latioribus, quæ non altè extolluntur, linea ut BCD à Latitudine Undæ vix differt, & in eo caſu
1755. *Unda Latitudinem ſuam percurrit, dum Pendulum, huic Latitudini æquale, ſemel oſcillatur.* In omni motu æquabili, multiplicando tempus per Celeritatem, datur ſpa-
*119. 120. tium percurſum *; unde ſequitur *Celeritates Undarum*
1756. *eſſe ut Radices quadratas Latitudinum*; nam cum in hac ratione ſint tempora, quibus Latitudines ſuas percur-
*418. 1754. runt *, eadem in harum Celeritatibus ratio deſideratur, ut producta temporum per Celeritates ſint ut Undarum Latitudines, quæ ſunt ut ſpatia percurſa.

1757. Hæc omnia tantùm pro quam proximè veris habenda ſunt; quia Undarum motus à motu in Tubo paululum differt; qui error tamen minor eſt, quia Penduli longitudo menſuratur juxta lineas inclinatas BC & CD.

L l

LIBER III.

Pars III. De Fluidorum motorum Actionibus, & Reſiſtentiis.

CAPUT XII.

De Fluidorum motorum Impetu.

IN Capite penultimo antecedente quædam de Actionibus Fluidorum notavimus, ſed has tantùm expoſuimus, ut mutationes, inde in ipſo Motu Fluminis oriundas, deduceremus. 1758.

Nunc autem agam de menſurando Impetu *Fluidi, quod in Corpus incurrit*. Hunc ipſum *Impetum eſſe Preſſionem* ſtatim patet *; quam determinabimus, ſi Corporis Reactionem determinemus *. Reactio hæc deſtruit Motum, Tempore æquali illi, in quo ipſi Fluido communicatur; eſt ergo *Impetus*, *de quo agitur*, æqualis ipſi Preſſioni, quæ Motum Fluido communicavit *, quam ſupra determinavimus *, & quæ *valet Pondus Columnæ Fluidi, cujus Baſis eſt apertura, per quam exit Fluidum, & cujus Altitudo eſt ipſa Altitudo Fluidi ſupra aperturam.* 1759. * 123. * 361. 1760. * 713. * 1577.

EXPERIMENTUM.

Utimur Columnâ in Libro 1. explicatâ C *; conjungimus Brachium A *; cui ſuperimponitur Columna minor G *; tandem huic ſuperimponitur Brachium E, quod cum Brachio, in N. 170. memorato, in hoc differt, 1761. TAB. LVII. Fig. 6. * 162. * 173. * 163.

differt, loco Laminæ æneæ, & Trochlearum, conjunctam habet Regulam ligneam, cui applicatur Regula cuprea
* 763. *aa*, cum quâ conjuncta eſt *bb* *. Duobus Filis, ſuper uncis *g*, *g*, tranſeuntibus, ſuſpenditur Cylindrus ebur-
* 1101. neus D *; Fila conjuncta ſunt cum paxillis *m*, *m*, Brachio A infixis, quorum converſione Cylindrus attollitur, aut deprimitur, & in ſitu horizontali diſponitur.

1762. Pyxis lignea IFHL, unum Pedem longa, ſex Pollices lata, & totidem alta, inciſam oram habet in *cd*, *cd*; ubi Aqua, quando Pyxis repletur, defluit; ut, per aliquod tempus, Aquæ ſuperficies, effluente hac per Foramen, de quo ſtatim dicam, continuatâ infuſione, ad eandem altitudinem ſervetur. Dimenſiones indicavimus interiores, altitudinemque menſuravimus à Fundo ad lineas *cd*, *cd*.

1763. Ne autem Motus in Aquâ, ex infuſione oriundus, turbet effluxum per Foramen, duæ ponuntur ſeparationes tranſverſales, *eeee*, *ffff*, quatuor Pollices altæ, quarum prima cum Fundo cohæret, altera ſupra Aquæ ſuperficiem adſcendit; parallelæ ſunt, & Seſqui-pollice inter ſe diſtant; Aqua infunditur in M.

1764. Lamella cuprea, cochleam continens, in O fixa eſt; huic interpoſito corio conjungitur Tubus P, cochleâ, quæ præcedenti reſpondet, inſtructus; Tubus Lamellâ clauditur, quæ perforata eſt: Diameter Tubi in noſtrâ Machinâ eſt Semi-pollicis, aut 0, 50. Poll. & Diameter Foraminis eſt 0, 43. Poll. Pyxis hæc diſponitur, & Cylindrus ſuſpenditur, ut centrum Baſis Cylindri centro Foraminis reſpondeat ita, ut Aqua, ex Foramine horizontaliter proſiliens, directè incurrat in ipſum Cylindrum. Re-

Rebus ita diſpoſitis Pyxis Aquâ repletur, & incur- 1765.
rit hæc in Baſim Cylindri, huncque repellit ita, ut
Fila ſitum obliquum acquirant; ſuſtineturque Corpus
in eodem ſitu, durante Effluxu, qui uniformiter continuatur; affunditur enim continuò Aqua, tantâ copiâ, ut ad latera in *cd*, & *cd*, defluat.

Cylindrus hac Actione removetur à ſitu, in quo qui- 1766.
eſcere poteſt, quantitate *iv*, quæ æqualis eſt uni Pollici cum parte quartâ, dum linea *ig* æqualis eſt Pollicibus viginti novem.

Ut pateat Experimentum hoc cum præcedenti Pro- 1767.
poſitione * convenire, varia conſideranda ſunt; nam * 1760.
cauſæ retardantes ita minuunt motum Aquæ in Corpus incurrentis, ut Actio vera parum tantùm ſuperet dimidium illius, quæ, ſi rejectis omnibus Retardationibus computatio ineatur, detegitur. Ideo ipſi Effectus cauſarum retardantium examinandi erunt; ſed primum ipſam Actionem Aquæ in Corpus determinabimus.

Cylindrus D tribus trahitur Potentiis; pondere ſuo 1768.
deorſum; Filis obliquè; & tandem Actione Aquæ horizontaliter premitur. Actiones hæ ſunt inter ſe, ut latera Trianguli *ivg* *; quare pondus Corporis ad Aquæ * 317.
impetum, ut *ig* ad *iv*; id eſt, ut 116. ad 5 *. * 1766.

Pondus Cylindri erat Unciarum ſex, demtis Drach- 1769.
mis duabus; ergo Impetus Aquæ valebat Gr. 119.

Conferenda nunc eſt hæc Actio cum illâ quam Re- 1770.
gula indicat; quod ſine novo Experimento fieri non poterit; quia quantum Aqua fuerit retardata determinari debet; & detegenda eſt altitudo, quam haberet Aqua, ſupra Foramen, in Vaſe, ex quo, ſepoſitis re-

tardationibus, eâ exiret Velocitate, quâ in Experimento Impetum fecit in Corpus; & hæc eſt vera altitudo Columnæ memoratæ in N. 1760.

1771. Ponderavi Aquam, quæ, in tempore decem Minutorum ſecundorum, exivit ex Pyxide, dùm efflueret eâ Velocitate, quam in Experimento habuit; Pondus fuit Unciarum quadraginta & unius cum quartâ parte.

* 1551. Ex Pondere noto Pedis cubici Aquæ *, deducimus Cylindrum aqueum, cujus Baſeos diameter eſſet unius Pollicis, & cujus altitudo Pedi uni æqualis eſſet, ponderare 2659. Gr. Unde, ſubductâ ratione, detegimus in tempore memorato ex Pyxide effluxiſſe Aquæ Columnam, cujus Baſis erat Foramen, & longitudo 40, 3. Pedum.

Eâ ergo effluxit Velocitate Aqua, quâ in uno minuto ſecundo percurruntur 4, 03. Ped.; quæ illa ipſa eſt quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine 3, 1.
*883.374. Pollicum *; hæc autem eſt altitudo Columnæ, cujus Baſis eſt Foramen, & cujus Pondus, juxta antea de-
* 1759. monſtrata *, valet Impetum Aquæ in Cylindrum. Pondus hujus Columnæ eſt Gr. 127.

1772. In hac computatione, poſuimus omnem Aquam eâdem Velocitate fuiſſe tranſlatam, non autem omnium
* 1634. partium æqualis fuit Celeritas *; ſi Impetus eſſet ut Velocitas, exactè ille, hac computatione, determina-
* 1760. 1586. retur; ſatis enim eſſet Velocitatem mediam determi-
1773. nare: ſed *Impetus eſt ut Quadratum Velocitatis* *.

1774. Ideo, ſi omnibus particulis tribuatur Velocitas media, Impetus minor detegitur, quàm revera eſt. Si datis tribus particulis, quarum unius Velocitas ſit quatuor, ſecundæ quinque, tertiæ ſex, Actio ponatur

ut

ut Quadratum Velocitatis, ſumma Actionum poteſt exprimi per 25. & 36. ut & 49, id eſt, per 110. Si verò omnibus tribuamus Velocitatem mediam ſex, ſumma Actionum tantum valebit 108.

Videmus ergo Impetum Aquæ in ipſo Experimento ſuperaſſe 127. Grana, fortè tribus aut quatuor, non pluribus; Impetum tamen hunc ipſum tantùm valuiſſe grana centum & novemdecim vidimus *, quam differentiam tribuimus agitationi ipſius Cylindri durante Experimento, quâ patuit non exactè directam fuiſſe Actionem. 1775. * 1769.

In hiſce conſideravimus Actionem Fluidi in Obſtaculum quieſcens, ſi Obſtaculum ſit in motu, pendet Impetus à Velocitate reſpectivâ *, & ſequitur hic Quadrati Velocitatis reſpectivæ rationem *; id eſt, Preſſionis, in Obſtaculum agentis, Intenſitas hanc ſequitur rationem; ipſa autem *Actio Fluidi, in Obſtaculum tranſlatum ad eandem partem cum Fluido, ſequitur rationem compoſitam ex* dictâ *ratione duplicatâ Velocitatis reſpectivæ, & ſimplici Velocitatis ipſius obſtaculi* *. 1776. * 948. * 1773. 1777. * 725.

Si in hoc caſu Fluidi Velocitas data ſit, hujus Actio in Obſtaculum, eſt omnium maxima, ut in Scholio ſequenti demonſtramus, *quando Velocitas Obſtaculi valet tertiam partem Velocitatis Fluidi*; cujus Velocitatis duæ partes tertiæ tunc dant Velocitatem reſpectivam de quâ agitur *. 1778. * 918.

SCHO-

SCHOLIUM.

Demonſtratio N. 1778. de Actione maximâ ex Impetu in Obſtaculum tranſlatum.

1779. TAB. LVII. Fig. 7. SIt AB Velocitas Fluidi; CB Velocitas Obſtaculi; Velocitas reſpectiva quâ Fluidum in Obſtaculum incurrit erit AC *. Actio de quâ agitur eſt ut Productum Quadrati lineæ AC multiplicati per CB *.

* 918. * 1777. Sit AE Parabola, cujus vertex A; axis AD; AB tangens in ipſo vertice.

* *La Hire ſect. con.* lib. 3. prop. 1. * 23. El. VI. * 1777. Abſciſſa AD, aut CE, ſequitur rationem Quadrati Ordinatæ DE, aut AC *; Ergo Rectangulum CG ſequitur rationem Producti Quadrati AC per CB *; id eſt, ſequitur rationem Actionis Fluidi in Obſtaculum, Velocitate CB tranſlatum *. Quærimus ubi detur punctum, ut C, quando Rectangulum hoc eſt omnium maximum.

Ponamus punctum quæſitum dari inter C, & *c*; recedendo ab utrâque parte à puncto quæſito Rectangula fiunt minora; & nullum ab unâ parte datur cujus non poſſit haberi æquale ad aliam partem. Sint talia duo Rectangula æqualia CBGE, *c*B*ge*; & ſit diſtantia E*e* infinitè exigua; ſublato Rectangulo communi *c*BGF, ſuperſunt æqualia Rectangula C*c*FE, G*ge*F; &

* 14 El. VI. F*e* : FE :: EC : FG *, aut EG = CB.

Sed F*e* : FE :: DL : DE = AC.

Ergo EC : CB :: DL : AC.

* *La Hire ſect. con.* lib. 2. prop. 10. Subtangens autem DL dupla eſt AD = EC *; ergo AC dupla CB; quæ idcirco valet tertiam partem totius AB. Quod demonſtrandum erat.

CAPUT XIII.

De Fluidorum motorum Actione laterali.

1780. * 1418. FLuida quaqua verſùm, ad eandem profunditatem, æqualiter premere antea vidimus *. Sed demonſtratio ad Fluida quieſcentia tantum refertur.

1781. *Si Fluidum per Tubum horizontalem, aut deorſum inclinatum, ſepoſitis omnibus retardationibus. moveatur,* premit illud deorſum Pondere ſuo, ſed præter hanc, & exiguam, inde oriundam, lateralem Preſſionem, nihil ex

Actione

Actione Fluidi patitur Tubus, quacumque Velocitate illud feratur. Si enim concipiamus Fluidum ex Foramine 1782.
circulari proſiliens, ſepoſito Motu ex Gravitate poſtquam exivit, efficiet Cylindrum horizontalem, qui lateraliter non premit; hic ſi Tubo circumdetur, eodem modo movebitur ut ante, id eſt, in Tubi ſuperficiem non aget.

Si verò *in Tubo retardetur*, ſive attritu, ſive coarctato 1783.
exitu, *premit Fluidum lateraliter*; & *Preſſio lateralis* 1784.
valet omnem Vim retardantem, quæ agit infra punctum, quod premitur; id eſt, ſi AB ſit Tubus, per quem TAB. LVII.
Fluidum moveatur ab A ad B, Preſſio in E, valebit Fig. 8.
omnem Actionem, quæ Fluidum retardat inter E & B, & in ipſo exitu B.

Actio, quæ Fluidum movet, aut retardat, propor- 1785.
tionalis eſt altitudini Columnæ ejuſdem Fluidi, quæ talem Actionem exſerere poteſt; ergo per hanc altitudinem illam exprimere Actionem poſſumus, ut & ipſam in Experimento menſurare. Si vis quæ in Fluidum agit, dum juxta E tranſit, valeat pondus Columnæ Fluidi, cujus altitudo eſt quinque Pollicum, & Fluidum moveatur Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine duorum Pollicum, Preſſio in punctum E valebit Pondus columnæ trium Pollicum: ſi enim Fluidum quieſceret, Preſſio valeret quinque Pollices; eâ verò Actione, quâ movetur, non premit *; & Pollices * 1781.
duo ſubtrahi debent.

In hiſce ratiociniis ponimus omne Fluidum, quod 1786.
per Tubum tranſit, eâdem Velocitate moveri, quod in vero motu locum non habet; etiam Retardationum, ſupra E agentium, in E Effectus eſt diverſus, pro di-

verſâ Retardatione infra E, præcipuè in exitu. Circumſtantiæ ergo in infinitum variari poſſunt; quare, in pleriſque occaſionibus, quid ex Regulâ traditâ * ſequatur, determinari computatione non poteſt; ut hoc claré Experimentis ſequentibus patebit.

* 1784.

MACHINA,

Quâ Experimenta, de Fluidorum motorum Preſſione laterali, demonſtrantur.

1787. TAB. LVIII. Fig. 1. Pars præcipua hujus Machinæ eſt Pyxis, in Capite præcedenti memorata *, cui in O conjungitur Tubus P, longus circiter quatuor Pollices, ab interiori parte levigatus, & cujus diameter cavitatis eſt Semi-pollicis. In hujus medio, in ſuperiori parte, conjunctum hic habet Tubum vitreum verticalem L, qui cum ipſo Tubo horizontali P. communicationem habet; (*vid. Fig.* 2.) in quâ etiam L Tubum vitreum exhibet, quem Indicem vocabimus.

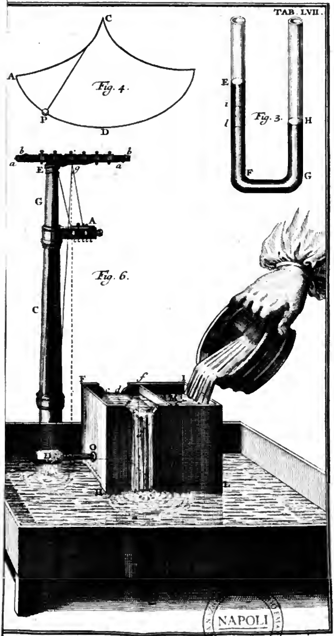
* 1762.

1788. TAB. LVIII. Fig. 2. Varii Tubi, ejuſdem capacitatis cum dicto Tubo P, huic conjungi poſſunt; quod ut commodè fiat, ſinguli latiori Tubo *b* circumdantur, qui cum ipſis conferruminati ſunt, & prominent; in quam partem prominentem extremitas *a* Tubi P intruditur.

1789. Varii Tubi hi exhibentur in B, C, & D; ille qui in B videtur, lateralem conjunctum habet Tubum E, ejuſdem capacitatis cum ipſo B, cui horizontaliter ad angulos rectos adhæret; dum Index vitreus *l* verticaliter ipſi inſiſtit, ut de Indice L vidimus.

1790. Opercula duo ut *c* deſiderantur, quibus extremitates Tuborum clauduntur; efficitur tale operculum ex Tubulo, lamellâ clauſo.

1791. Eodem modo Tubuli *d* & *e* lamellis clauduntur, ſed



NAPOLI

Digitized by Google

ſed perforatis; ut varietur apertura, per quam Aqua proſilit.

EXPERIMENTUM I.

Pyxidi FL conjungitur Tubus P *. Aqua infunditur, ut defluat, ut ſupra diximus *. Durante effluxu per *a* nulla Aqua in Tubo L apparet; eo verò momento, quo clauditur apertura hæc, adſcendit Aqua in L ad altitudinem 5,31. Poll. 1792. TAB. LVIII. Fig. 1. * 1787. * 1765.

1793. Menſurata hæc fuit altitudo à ſuperficie externâ ſuperiori Tubi P; quare addi debet craſſities metalli, ſed etiam ſubtrahi debet adſcenſus Aquæ ex Vitri Attractione *; hac de causâ ambas haſce differentias negligimus, & in ſequentibus eodem modo altitudines menſurabimus. * 82.

1794. In hoc Experimento Attritus ſenſibilis non datur inter punctum, cui Index vitreus applicatur, & aperturam, per quam Aqua exit; & ex exiguo hoc Attritu Preſſio lateralis non datur, quia Aqua media celerius movetur, ſecum trahens lateralem; hæc autem Actio obliquè dirigitur Axem Tubi P versùs, & ideò deſtruit Effectum Attritûs. In aliis occaſionibus tantùm hunc minuit.

1795. Motus autem totius Aquæ, in hoc Experimento, admodum retardatur; ſed cauſæ retardantes præcipuè in ingreſſu in Tubum agunt *; id eſt, ſupra Punctum, in quo Preſſio menſuratur, & in quod nullum Effectum cauſæ illæ producunt *. Ut autem hoc Experimentum conferatur cum ſequentibus, ipſa Velocitas, quâ Aqua per Tubum tranſit, & in hoc, & in aliis Experimentis, determinanda erit; hancque determinamus omnibus particulis eandem Velocitatem tribuendo; cùm autem non * 1609. 1632. * 1784.

accuratè cum ipſo motu hoc conveniat, in concluſionibus aliquid corrigendum erit.

1796. Velocitatem Aquæ in Tubo determinavi, recipiendo in Vas vitreum Cylindricum Aquam, quæ in decem Minutis ſecundis effluebat. Libra una Aquæ in hoc Vaſe occupabat altitudinem duorum Pollicum cum tribus partibus octavis. Eadem Aqua in Tubo P continuato occuparet ſpatium 11,55. Pedum, ut ex noto
* 1551. Aquæ pondere * facilè deducitur.

1797. In dicto autem Tempore Aqua, quæ exivit, occupavit in Vaſe ſpatium 8,13. Poll.; cujus pars decima in Tubo occuparet ſpatium 3,95. Pedum; quod ergo eſſet ſpatium percurſum in uno Minuto ſecundo ab Aquâ exeunte, ſi Velocitatem ſervaret; hæc autem Velocitas illa eſt, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine, quæ vix à tribus Pollicibus deficit, ut ex ante
*883.374. dictis deducitur *.

EXPERIMENTUM 2.

1798. Tubo P Tubulum *e* (*Fig.* 2.) applicavi; Diameter
TAB. aperturæ, per quam Aqua tunc exibat, ſe habebat ad
LVIII. Fig. 1. Diametrum Tubi P, ut 43 ad 50; & Aqua, quæ in
* 1796. 10″. effluebat, occupabat, in Vaſe memorato *, altitudinem 6,13. Poll.; unde deduximus illam in Tubo P Aquam habuiſſe Velocitatem, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine 1,7. Poll. In Indice altitudo Aquæ fuit Poll. 2,06.; & hæc altitudo eſt menſura Preſſionis lateralis.

1799. Actio ergo integra quæ in Aquam egit, dum juxta Indicem vitreum tranſivit, quæ valet ſummam Preſſionis late-
* 1785. ralis & cauſæ moventis *, ſuperat pondus columnæ trium Pollicum cum tribus partibus quartis; quæ Actionis

men-

menſura augeri debet *, propter Aquam mediam late- * 1794.
rali celerius motam *. * 1634.

EXPERIMENTUM 3.

Mutamus Tubulum, & pro *e* adhibemus *d* (*Fig.* 2.) 1800.
cujus aperturæ diameter eſt 0, 26. Poll. Altitudo Aquæ, TAB. LVIII.
quæ in 10″ effluit, eſt in Vaſe Poll. 2, 19. Ideo Veloci- Fig. 1.
tas quâ per Tubum movetur, illa eſt, quam Corpus
acquirit cadendo ab altitudine Poll. 0, 22. In Indice vi-
treo altitudo eſt 4, 94. Poll.; ſumma valet 5, 16. Si hanc
ultimam Actionem paululum augeamus *, videmus * 1794.
in hoc caſu parum admodum, in ingreſſu in Tubum,
Aquam fuiſſe retardatam *. * 1785. 1792.

Similes Variationes detegimus ſi Fluidum inflexione 1801.
viæ retardetur.

EXPERIMENTUM 4.

Sublato Tubulo, quo apertura Tubi P fuit coarctata, 1802.
applicavi Tubum ad angulum rectum inflexum C Fig. 2. TAB. LVIII.
Aqua in Vaſe recepta altitudinem habuit 5, 97.; ideo Fig. 1.
mota fuit Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab
altitudine Poll. 1, 6. In Indice altitudo fuit, 2, 56.; Poll.;
ſumma valet Poll. 4, 16.

EXPERIMENTUM 5.

Tubulum *d* (*Fig.* 2.), qui in 3. Exp. fuit adhibi- 1803.
tus, applicavi extremitati Tubi C, & omnia quæ in TAB. LVIII.
Experimento tertio fuère obſervata, & hìc eodem mo- Fig. 2.
do locum habuère.

EXPERIMENTUM 6.

Parum hoc Experimentum cum quarto differt; an- 1804.
gulus, quem Tubi P & C efficiunt, qui rectus eſt in TAB. LVIII.
dicto Experimento, in hoc eſt Gr. 135. Effectus au- Fig. 2.
tem hic fuit. Aqua in Vaſe recepta altitudinem ha-

Digitized by Google

buit 6, 38. Poll. Ergo Velocitas Aquæ in Tubo illa fuit, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine Poll. 1, 84. In Indice altitudo Aquæ fuit 1, 87.; ergo Actio integra erat 3, 7. Poll.

1805. Ex his omnibus patet, non facilè cauſarum retar-
1806. dantium Effectus prævideri poſſe; ſed in genere *Retardationem in ingreſſu minui, quando in egreſſu augetur.*

1807. In Tubis flexis Preſſio lateralis in loco inflexionis eſt major ex Vi centrifugâ, non tamen ad certam Regulam facilè revocari poterit, ut ex Experimentis ſequentibus deducitur.

EXPERIMENTUM 7.

1808. Loco Tubi C, quo in 4to. Experimento uſi fuimus,
TAB. LVIII. adhibemus Tubum B (*Fig.* 2.), cum quo etiam ad
Fig. 3. angulos rectos conjunctus eſt Tubus E, ejuſdem capacitatis cum B & P. Huic eidem Tubo B inſiſtit Index
* 1789. vitreus *l*, ipſi L ſimilis, ut ſupra vidimus *.

In hoc Experimento Aqua exivit ex Tubo E omninò aperto, ita ut hoc Experimentum cum Experimento quarto coinciderit; ſucceſſus quoque idem fuit; Velocitas quidem paulo minor fuit, ſed differentia ita erat exigua, ut nullam in altitudine Aquæ in Indice L differentiam percipere potuerim. In Indice *l* altior erat, & differentia fuit Poll. 0, 96.

EXPERIMENTUM 8.

1809. Omnibus manentibus applicavi Tubulum *d* (*Fig.* 2.)
TAB. LVIII. aperturæ Tubi E, ita ut Experimentum cum Exp. 5to.
Fig. 3. coinciderit, ſucceſſus etiam idem fuit, & in altitudine Aquæ in Indicibus L & *l* vix ulla differentia percipi potuit.

CA-

CAPUT XIV.

De Machinis Hydraulicis.

Reſiſtentiam Corporis ex Gravitate oriundam, aliter conſiderandam eſſe, ubi agitur de Corpore ſuſtinendo, quàm ſi tollendum ſit, in Capite 21. Libri 1. demonſtratum fuit. Eodem modo ubi ad examen revocantur Machinæ, quibus Aqua ex loco depreſſo in locum magis elatum transfertur, non illa ſufficiunt, quæ, in primâ parte hujus Libri de Preſſionibus Fluidorum, demonſtrata ſunt. Non de Machinis peculiaribus agam; ſed ea explicabo, quæ generaliter ad Machinas quaſcumque, ad dictum uſum deſtinatas, referri poterunt. 1810.

Scopus omnium talium Machinarum eſt, ut, determinato Tempore, datâ Actione, maximâ copiâ, Aqua ad præſcriptam Altitudinem extollatur. 1811.

Sepono omnes cauſas externas Effectum minuentes, illamque tantùm conſiderabo Actionem, quæ Aquam revera movet, non attendendo ad illam, quæ conſumitur, dum ſuperantur defectus ipſius Machinæ, aut alia quæcumque obſtacula removentur. 1812.

Propoſitionem, de quâ agitur, ad caſum ſimpliciſſimum revocamus, ſi concipiamus Tubum horizontalem A B C D cum Tubo verticali I B E F cohærentem. Ponimus in horizontali Tubo moveri planum M L, & quidem ſine attritu, & ſine jacturâ Aquæ, quâ ponimus ambos repleri Tubos. Ponimus etiam huic plano perpendiculariter juxta directionem N P, applicari Actionem, quæ deſcenſum Aquæ impedit, aut hanc ſurſum propellit. 1813. TAB. LVIII. Fig. 4.

Ulte-

Ulterius concipimus Tubum A B C D Aquæ immergi ita, ut Aquæ ſuperficies cum A B conveniat. Tandem ponimus Aquam ſupra I F extollendam eſſe.

1814. Diverſæ ſunt Actiones, quibus Machinæ, ad Aquam ſurſum ferendam deſtinatæ, agitantur; has ordine examinabo, conſiderando ipſas in planum I L, per N M, agere. Hac methodo ad generalem Theoriam perveniemus, quæ Machinis quibuſcumque applicari poterit.

Ante omnia autem generalia perpendenda erunt, quæ ad Actiones quaſcunque pertinent.

1815. Preſſio Aquæ externæ, in A L M C contentæ, deſtruit Preſſionem oppoſitam Aquæ, quæ reliquam partem Tubi horizontalis replet; & Actio, applicata per N M, ſuſtinet Aquam Tubo verticali I B E F contentam.

1816. Si utriuſque Tubi eadem ſit capacitas, *Potentia, quæ,* applicata per N M, *ſuſtinet Aquam* in dicto Tubo, *ad altitudinem* I F, *ſupra quam extollenda eſt*, valet Pondus Columnæ Aqueæ E I. Et hæc Potentia, *quamdiu ſola agit, ne quidem guttam unicam* Tubo expellere *poterit*, & *ad deſtinatam Altitudinem extollere.*

1817. *Auctâ* autem *Actione applicatâ*, ut valeat Pondus Columnæ Aqueæ, cujus eadem cum præcedenti eſt Baſis B E, ſed altitudo *e g*, quantitate *f g* primam ſuperans, *Aqua* ex Tubo *ejicitur Velocitate*, quâ illa ab *f* ad Altitudinem puncti *g* pertingere poteſt; id eſt, Velocitate, quam Corpus acquirere poteſt cadendo per
* 380. *g f* *; quâ eâdem Velocitate per totum Tubum movetur; & *quæ ſequitur rationem ſubduplicatam augmenti*
* 381. *ipſius Actionis* *.

1818. Ex hiſce ſequitur, Actionem, Machinæ applicatam, duos præſtare Effectus; ipſamque in duas partes poſſe reſolvi.

Digitized by Google

reſolvi. Prima extollit Aquam ad altitudinem determinatam; hæcque Actionis pars ſola nihil omnino efficit, ſi ad uſum Machinæ attendamus. Pars ſecunda Actionis applicatæ expellit Aquam; & à magnitudine hujus partis Actionis pendet quantitas Aquæ, quæ attollitur.

Quamdiu agitur de eodem plano LM, pars prima 1819.
Actionis eadem ſemper eſt, quomodocumque Tubus verticalis mutetur *; mutatâ autem capacitate hujus * 1431.
Tubi, variari debebit pars ſecunda, ut eodem Tempore eadem Aquæ quantitas, ad eandem Altitudinem extollatur. Videndum ergo quid optimum ſit.

Si Orificium IF mutetur, & eadem Aquæ quantitas 1820.
expellatur, Velocitas hujus ſequetur rationem inverſam Orificii, & Velocitatis rationem duplicatam ſequetur altitudo *fg* *. Ergo ***pars Actionis, ultimùm memorata, eſt inversè ut Quadratum Orificii***, id eſt, minuitur, quando Orificium augetur; in quo caſu Actio integra, quæ altitudinis *eg* rationem ſequitur, quoque minuitur. TAB. LVIII. Fig. 5. 6. * 381. 1821.

Sit Aqua extollenda ad Altitudinem EF, aut *ef*, 1822.
decem Pedum; & ponamus hanc per Orificium quodcumque expelli Velocitate, quâ percurreret in uno minuto ſecundo pedes tres cum quartâ parte ferè, quam Velocitatem Corpus acquirit cadendo ab Altitudine duorum Pollicum *; eſtque *fg* huic Altitudini æqualis. * 883. 374.
Actio integra ergo quæ LM propellit, poteſt exprimi numero 122; tot enim ſunt Pollices in *eg*. Fig. 4.

Si Orificium IF duplicetur, *fg* ad quartam partem 1823.
reducitur *, & *eg*, id eſt, Actio integra, tantùm valet 120, 5. Fig. 5. * 1821.

Si reducatur Orificium ad dimidium, duplicatur A- Fig. 6.

quæ exeuntis Velocitas, *fg* ſit octo Pollicum, & Actio integra valet 128.

1824. In hac computatione ponimus omnem Aquam, quæ per Orificium Tubi tranſit, ad hujus latera defluere poſſe eodem Tempore, quo tranſit; quod dato Orificio latiori, aut Velocitate minori, non contingit; quare Actio, per præcedentem Regulam * determinata, augenda eſt in quibuſdam caſibus, magis aut minus pro diversâ Orificii Figurâ. Hanc circularem ponimus; quia Attritus, qui in praxi evitari nunquam poteſt, quamvis ad hunc nunc non attendamus, datâ hac Figurâ eſt omnium minimus; ideo, poſitâ hac Figurâ effluxum examinabimus.

* 1821.

1825. Datâ Velocitate Plani LM, datur Velocitas, quâ Aqua exiret, ſi Orificium huic plano æquale eſſet; &, dato alio Orificio quocumque, altitudo *fg* determinari poteſt, procedendo ut in exemplo præcedenti.

1826. Si *fg* minor ſit tribus partibus octavis diametri Orificii, augenda erit Actio integra, ut proportionalis ſit *en*, cujus portionem *fn*, hac Regulâ detegimus. Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii, multiplicatum per *fg*, valet cubum Altitudinis quæſitæ *fn*, ut in ſequenti Scholio 1. demonſtrabimus.

1827. Ponamus in exemplo præcedenti, in caſu N°. 1823, Diametrum Orificii eſſe ſex Pollicum, habebimus *fn* æqualem 1, 36. Poll.; & niſi integra Actio, quam in dicto N°. 1823. determinavimus 120, 5., augeatur, ut ſit 121, 36., deſiderata Aquæ quantitas non effluet.

1828. Quamvis in Praxi minutias ſæpe poſſimus negligere, has tamen noviſſe in innumeris caſibus juvat; & ſæpe maximam habet utilitatem. Ex

Ex Regulâ, in N. 1821. traditâ, hanc generalem deducimus concluſionem, *majora Orificia minoribus eſſe* 1829.
anteponenda; quia minori Actione eadem Aquæ quantitas expellitur, cæteris paribus.

Quædam autem obſervanda ſunt circa Orificii determinationem in quibuſdam caſibus peculiaribus.

Si majus quidem fuerit Orificium IF, ſed parum 1830.
hoc diſtet à parte anguſtiori Tubi, quæ in GO termi- TAB.
natur; ita ut Velocitate, quâ Aqua tranſit per GO, LVIII.
Fig. 7.
hæc altius quàm per *ig* poſſit adſcendere, non omnis Aqua, quæ exit, eâdem Velocitate ſupra lineam EF adſcendit, ſed in medio Velocitas major eſt, ut ex Aquâ ibi protuberante patet; in hoc caſu ratiocinandum quaſi ageretur de Orificio mediæ magnitudinis inter IF & GO.

Sæpius etiam in Machinis contingit, Viam, per 1831.
quam Aqua deducitur, coarctari, antequam Aqua ad TAB.
Orificium perveniat, ut interpoſito Diaphragmate GO, LVIII.
Fig. 8.
perforato in P. Si minor ſit diſtantia GI, illa ipſa, 1832.
quæ ſtatim monuimus *, & huic caſui applicari de- * 1830.
bebunt.

Si verò diſtantia GI, tanta ſit, ut in IF æqualem 1833.
Velocitatem omnes partes habeant, ad ipſum Diaphragma non attendimus: Vis particularum quidem augenda eſt, ut per P tranſeant; ſed hæc ipſa iterum conſumitur, motum communicando Aquæ ſuperiori. Quamdiu integer Effectus eſt idem, Actio integra eſt eadem; Effectus autem detegitur, attendendo ad Altitudinem ad quam Aqua extollitur, & ad Velocitatem quâ exit; quo hæc major eſt, eo plus Virium inutiliter conſumitur; & ex ante dictis patet, hanc propriè eſſe cauſam, quare

Digitized by Google

1834. Majora Orificia anteponenda ſunt: *mutationes* verò, *quæ in Velocitate contingunt, antequam Aqua ad Orificium perveniat, non conſiderandæ veniunt.* Si enim dilatetur Via, & poſtea minuatur, aut primum coarctetur, & poſtea iterum augeatur, dantur contrariæ mutationes in ipſis Viribus Particularum; & cùm mutationes hæ ſeſe mutuo deſtruant, harum Effectus in computationibus negliguntur.

1835. Mutationes hæ, ubi agitur de Viâ, quæ coarctatur, admodum Attritum augent, & ideo ſummâ cum curâ evitari debent; ſed impedimentum hoc eſt extraneum, rem autem abſtractè examinamus.

1836. Huc uſque Motum continuum conſideravimus, quamvis nihil à nobis dictum fuerit de modo, quo Motus continuus in Tubo dari poſſit; non enim agimus de Machinis peculiaribus. Ponamus nunc autem Machinam per vices agere; & concipiamus duas Machinas, æquales, & ſimiles, & in utraque æquali Actione planum ut L M protrudi. Propellantur hæc Plana alternatim, per ſpatia æqualia, Temporibus æqualibus, ita ut hæ duæ Actiones unicam valeant, quæ continuò agit.

TAB. LVIII. Fig. 4.

1837. Duæ hæ alternatim agentes, non eundem præſtabunt Effectum quam una, quæ continuò ageret, quamvis omnia conveniant. Tempora enim diverſa erunt, aut Actiones, alternatim agentes, majores adhibendæ erunt.

1838. In hoc enim caſu ſingulis agitationibus motus totius Aquæ, Tubis contentæ, ceſſat, & de novo inſtaurandus eſt; ita ut pars Actionis, Machinæ applicatæ, conſumatur, dum Motus hic novus communicatur. Pars hæc Actionis, quæ inutiliter conſumitur, variatur, poſitis

tis

tis omnibus ſimilibus, pro diverſo ſpatio, in ſingulis agitationibus, percurſo à Plano L M; & ſervatâ proportione, eo illa major eſt, quo ſpatium hoc minus.

Differt quoque ratio partis Actionis, inutiliter conſumtæ, ad integram Actionem, pro diversâ Naturâ Actionis, quæ Machinæ applicatur; ſatis ergo erit in genere obſervaſſe *imperfectas admodum eſſe Machinas,* *quæ per Vices tantum Aquam expellunt.* 1839. 1840.

Defectus hicce minuitur, ſi duo Tubi, in quibus plana ut L M moventur, Aquam ſurſum premant in eodem Tubo; ut hoc in plurimis Antliis obſervatur: tunc enim, ſi ceſſante motu unius plani L M, ſtatim alter moveatur, continuatur Motus Aquæ ſurſum in communi Tubo; cum autem uniformiter, id eſt, ſine ullâ Retardatione, motus continuari non poſſit, ſemper quædam Actionis pars in inſtaurando motu conſumitur. 1841.

His generalioribus præmiſſis, de ipſis Actionibus dicendum.

Actiones, quæ Machinis Hydraulicis applicantur, ad quatuor claſſes *referri poſſunt. Ad Ignem, Aerem, Aquam, & tandem ad Hominum, aut Animalium, conamina.* 1842.

De Igne non hìc agam; peculiaria ſunt artificia, quibus Ignis Actio, ubi Aqua extollenda eſt, adhibetur; & examen horum Artificiorum nos omnino à ſcopo abduceret; plura quoque in ſubſidium eſſent vocanda, quæ ad Librum ſequentem pertinent. 1843.

De Aere quoque pauca dicenda erunt, de hoc etiam nondum egimus. Sæpe hujus Actio cum Ignis Actione conjungitur; ſæpius tamen ſolus adhibetur. 1844.

Locum hoc habet, quando Machinæ junguntur Alæ, 1845.

 quæ,

quæ, Vento expoſitæ, circumvolvuntur, & Machinæ motum communicant.

1846. Ubi computationes ineundæ ſunt, Intenſitas Actionis Venti in Alæ ſuperficiem determinanda eſt, quod dubito, an unquam à Mechanicis accuratè fieri poterit. Non enim ſolus Impetus particularum aërearum in ipſam ſuperficiem, conſiderari debet; huic alia Preſſio ſuperaddenda eſt. Aer, qui ad latera tranſit, ſecum trahit Aerem poſt Alam poſitum, illiuſque, qui remanet, denſitatem minuit; unde ſequitur Actio ex peculiari Aeris proprietate, quam Elaſticitatem vocant, & de quâ ſuo tempore erit dicendum. Diverſa eſt hæc Actio pro diversâ Velocitate Venti, pro diversâ Velocitate Alæ, & pro diversâ hujus Latitudine: Præterea Ala certo modo in extremitate flectenda eſt, ut Aer quodammodo retineatur, ex quo quidem Preſſio ſequitur, quæ contrariè agit cum illâ, quæ in reliquam Alæ partem agit; ſed diminutio inde oriunda exigua eſt collata cum augmento, quod ſequitur ex impedito Aeris effluxu juxta Alæ extremitatem. Hæc breviter indico, quia facilè in errorem incidimus, ubi agitur de determinandâ Venti Actione.

1847. Aquam etiam adhiberi diximus, ubi agitur de ipsâ Aquâ extollendâ; ut hoc fiat, Aqua naturaliter mota deſideratur in Flumine, aut Rivulo.

1848. Duobus autem modis *Aqua* adhiberi poteſt; hæc
1849. *aut Gravitate, aut impetu, agit.* In primo caſu aliquando, modiolis recipitur Aqua, qui deſcendentes aliam Aquam ſurſum tollunt; ſæpius tamen in hoc caſu, ut ſemper quando de Impetu agitur, Rotæ adhibentur, circa quarum frontes affiguntur Pinnæ, quæ, pondere Aquæ,

Digitized by Google

Aquæ, in has decurrentis, aut cùm ab hujus Impetu percutiuntur, cogunt, progredientes, verſari Rotam.

Quando Pondere Aquæ movetur Machina, agitur de Preſſione cujus Intenſitas, Motu Machinæ communicato, non mutatur *. Si verò Impetu Aquæ Rota verſetur, hujus motus conſiderandus eſt; nam Impetus à Velocitate reſpectivâ pendet *. 1850. * 371. 1851. * 948.

Referimus ideo has Actiones ad duo diverſa genera de quibus ſeparatim ſtatim dicam. 1852.

Superſunt Actiones Hominum & Animalium; in hiſce Actionibus conſiderandæ ſunt Intenſitates, & Velocitates. 1853.

Mutatâ Preſſionis Velocitate, mutatur hujus Actio *; ſi ergo determinata ſit Actio, variatur Intenſitas, quando Velocitas mutatur; & quidem minuitur illa, ut hæc augetur *. Vis autem Hominis, aut Animalis, non ita determinata eſt, ut hanc Regulam ad ipſam referre poſſimus. 1854. * 723. * 725.

Si Velocitas parum mutetur, non mutatur Actionis Intenſitas; ſi nimium mutetur, non in illius ratione inversâ mutatur Intenſitas. 1855.

De Actionibus Hominum, & Animalium, ergo ita ſtatuendum; quamdium parum Velocitas Agentis mutatur, pertinent Actiones ad genus antea indicatum *; ſi verò maximam quæramus Actionem, quam Homo, aut Animal, præſtare poteſt, determinanda erit Velocitas, quâ datâ, commodè agere hoc poteſt; deinde quærenda erit Intenſitas Actionis, ut hæc per Tempus ſatis diuturnum continuari poſſit. Hæc ergo Actio determinatur omni modo, & reſpectu Intenſitatis, & reſpectu Velocitatis; harumque Actionum ad Machinas 1856. *1850. 1857.

appli-

applicatio quoque examinanda erit; ita ut tria Actio-
* 1852. num genera diverſa perpendenda habeamus *.

1858. Sit Planum L M protrudendum *, applicatâ per
TAB. LVIII. Fig. 4. N P Actione cujus Intenſitas non mutatur ex diversâ Velocitate, quæ Plano L M communicatur, à quâ Ve-
* 1813. locitate, cæteris poſitis, pendet quantitas Aquæ quæ effluit. Quamdiu Intenſitas Preſſionis non ſuperat Pondus in N. 1816. indicatum, hæc nullius eſt usûs; quod ſuperadditur Effectum præſtat, qui eo major eſt, quo
* 1817. pars ſuperaddita eſt major *.

1859. Huc autem referre poſſumus ratiocinium in N. 495. propoſitum, quo patebit determinatam dari Actionis partem, primæ ſuperaddendam, ut Effectus integer ſit omnium maximus; id eſt, ut quantitas Aquæ, quæ certo tempore extollitur, ſit omnium maxima, reſpectu ipſius Potentiæ applicatæ. In Scholio 2. demonſtrabimus talem eſſe Effectum, ſi Intenſitas hujus Po-
* 1816. tentiæ valeat duplum Actionis ſæpius memoratæ *.

1860. Si Planum L M ſit circulare, & Diameter ſit unius Pedis, & altitudo E F ſit decem pedum, Potentiaque per N P applicata valeat quingentas libras, Aqua ſuſtinebitur ad altitudinem E F, & non effluet; ſi autem Potentia valeat mille libras, Effectus eſt omnium maximus cum relatione ad potentiam. Si Potentia hæc minuatur, magis minuitur Effectus quàm Potentia, ſi augeatur, minus hic augetur.

1861. Effectum hunc maximum determinamus, datâ altitudine ad quam Aqua extollenda eſt; non autem hic maximus eſt, quem hæc ipſa Potentia præſtare poteſt.

1862. Si enim, manente plano L M, quis quærat Effectum maximum, quem Potentia data, ex. gr. dicta Poten-

tia

tia mille Librarum, exſerere poteſt. Determinanda tunc eſt Altitudo, ad quam extollenda eſt Aqua, ut productum Altitudinis per Aquæ Velocitatem ſit maximum; mutatur enim Effectus, ut variatur Altitudo, & ſequitur ille quoque rationem Velocitatis, quâ Aqua ex Tubo ejicitur.

Productum autem hoc eſt maximum; ut quoque 1863.
in Scholio 2do. demonſtramus, quando Aqua extollitur ad Altitudinem, quæ valet duas tertias partes illius, ad quam Potentia Aquam in Tubo ſuſtinere poteſt. Dicta Potentia mille Librarum, ſuſtineret Aquam in Tubo B F, ſurſum continuato, ad Altitudinem viginti Pedum; ſi nunc Altitudo E F ſit tredecim Pedum cum tertiâ parte, Effectus erit maximus.

Secundo examinandas eſſe diximus Actiones Rota- 1864.
rum, quæ Impetu Aquæ moventur *. * 1852. 1851.

Quomodocumque Rota talis Machinæ jungatur, ſemper in computatione eo res reduci poteſt, ut Potentiam determinemus, quæ in ſuperficiem L M agit, ut Aqua Rotæ Pinnas Impetu ſuo, premit; hujuſque Potentiæ Velocitas eodem modo ut Aquæ Velocitas determinata erit, & Intenſitas à Velocitate pendebit. Manente eâdem Rotâ, & eodem Aquæ motu, à conſtructione Machinæ quidem pendebit Velocitas, ut & etiam Intenſitas Potentiæ, quæ per N P agit; ſed datâ Machinâ, ubi Velocitas detecta eſt, quæ reſpondet maximæ Velocitati Rotæ, id eſt, ipſi Velocitati Aquæ, quæ Rotam movet, ita rem conſideramus; quaſi Aqua, detectâ Velocitate mota, in L M incurreret, ibique exſereret Preſſionem, cujus Intenſitas ſequeretur rationem Quadrati Velocitatis reſpectivæ hujus Aquæ & Plani

 LM;

L M; & cujus ipſa Intenſitas, pro datâ quacumque Velocitate determinaretur, ex Intenſitate Actionis in Rotam, & ex conſtructione Machinæ; ratiocinia deducendo ex iis, quæ in parte 2[da]. Lib. 1. demonſtrata ſunt.

1865. Aquæ, determinatâ Velocitate motæ, Actionem in Planum maximam eſſe vidimus, quando Plani Veloci-
* 1778. tas valet tertiam partem Velocitatis Aquæ *. Non tamen ſemper in hoc caſu maximâ copiâ extollitur Aqua; ita tantùm res ſeſe habet, quando per Orificium determinatum Aqua ejicitur.

1866. Sed ſi Orificium mutetur cum Plano, quod immediatè protrudit Aquam, & huic Plano Orificium ſemper æquale ſit, paululò minuenda erit Velocitas Plani; id eſt, minor hæc deſideratur tertia parte Velocitatis Aquæ. Differentia autem exigua eſt, niſi agatur de majori Velocitate Aquæ in Planum incurrentis, aut de minori Altitudine, ad quam Aqua extollenda eſt; ſi enim ad Altitudinem, hanc ſuperantem, Corpus illâ Velocitate poſſet adſcendere, minor Plani Velocitas deſideraretur; ut hæc in Scholio 3°. explicabimus.

1867. Supereſt ut dicamus de Potentiâ omnimodo deter-
* 1857. minatâ *. In hoc caſu Effectus etiam eſt determinatus, & nihil peculiare obſervandum habemus; generalia, ante demonſtrata, huc referri poſſunt, & præcipuè ad Nm. 1829. attendendum erit.

1868. In conſtructione Machinarum, quibus tales Potentiæ applicari debent, obſervandum, ne nimium magnum ſit Planum L M; Intenſitas enim Actionis datæ debet ſuperare Actionem in N°. 1816. memoratam.

1869. Præterea obſervare debemus, ubi determinatum eſt Planum L M, altitudinem *eg* dari; ideoque *fg*. Datur

tur ergo Velocitas, quâ Aqua ex Orificio IF expellitur; ſed datur Velocitas quâ movetur LM; ergo ita Orificium temperandum erit; ut hæ Velocitates reſpondeant, id eſt, ut Velocitas Plani ſe habeat ad Velocitatem Aquæ exeuntis, inversè ut Planum ad Orificium, per quod Aqua exit; aliter deſideratum Effectum non præſtaret Machina: ſi Orificium ſit datum, determinari debet magnitudo plani LM ita, ut dicta ratio locum habeat.

Univerſalis admodum eſt Theoria, quam hoc Capite expoſuimus; & non inficias ibo difficultates in applicatione dari poſſe, ubi agitur de Machinis peculiaribus, præcipuè illis, in quibus non per Tubos Aqua extollitur; ſed hæc ad ſcopum horum Elementorum non ſpectant; difficultatem quoque augent cauſæ retardantes, quas ſepoſuimus; ſed quæ evitari nequeunt, & ad quas neceſſariò in computationibus attendere debemus. 1870.

SCHOLIUM I.

Demonſtratio N°. 1826. de Aquâ effluente.

Sit Rectangulum f O P q, cujus partem tantùm exhibemus, quod baſim haber æqualem circumferentiæ Orificii, per quod Aqua effluit, & cujus altitudo fq quartæ parti Diametri hujus æqualis eſt; ita ut Rectangulum æquale ſit ipſi Orificio. 1871. TAB. LX. Fig. 1.

Ponimus Aquam per Orificium adſcendere Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab Altitudine gf*, & quam linea fr indicat; ſi lateraliter eâdem Velocitate omnis Aqua exiret, deberet extolli ad Altitudinem fq ſupra Orificium; tunc omnis Aqua adfluens lateraliter deflueret, per ſpatium æquale ipſi aperturæ. Cùm autem Aquæ effluxus ubique, per totam circumferentiam, eodem modo fiat, ſatis eſt hunc exhibere in uno puncto ut f. Effluxum ab f ad q, Velocitate fr, Rectangulum $f r s q$ exhibet. * 1817.

1872. Hic eſt effluxus qui requiritur, ut omnis Aqua effluat; cum quâ debemus conferre illam, quæ revera effluit. Hanc, in puncto eodem f, repræſentamus per ſuperficiem fgr, quæ Curvâ gbr terminatur, cujus Ordinatæ, ut ab, Velocitates indicant in punctis quibus reſpondent, ut a; eſtque
* 380. Velocitas in a illa, quam Corpus acquirit cadendo ab Altitudine ga*; quare
* 381. ga ad gf, in ratione duplicatâ ab ad fr*. Unde ſequitur curvam gbr eſſe Parabolam *.

* La Hire ſect. con. lib. 3. prop. 1.

Ut Rectangulum $fqsr$ ſe habet ad ſuperficiem $fgbr$, ita ſe habet quantitas Aquæ, quæ per Tubum adſcendit, ad illam quæ ad latera defluere poteſt.

1873. Quando fg non tertiâ ſuâ parte ſuperat fq, Parabolæ ſuperficies minor eſt Rectangulo *, & non omnis Aqua effluere poteſt; id eſt, niſi augeatur Actio, non ſervabitur Velocitas Aquæ in Tubo.

* La Hire ſect. con. lib. 5. prop. 26.

1874. Ponamus Actionem ita augeri, ut Velocitas hæc ſervetur; id eſt, ut ſuperficies, quæ Aquam, revera effluentem, exhibet, æqualis ſit Rectangulo $fqsr$. Sit hoc augmentum gn; Aqua nunc effluet ubique lateraliter Velocitate, acquiſitâ cadendo ab n, & ſuperficies Parabolæ fnt indicabit omnem quæ effluit, eritque hæc ſuperficies æqualis dicto Rectangulo $fqsr$. Parabola hæc cum primâ congruit, eſt major ejuſdem Curvæ portio; utraque enim Corporis cadentis Velocitates indicat. Rectangulum ex ft & fn eſt ad Parabolæ fnt ſuperficiem, ut 3. ad 2*; & æquale eſt Rectangulo ex fr per tres partes octavas Diametri Orificii; fq enim valet duas tales octavas partes *. Inde ſequitur Quadratum lineæ ft multiplicatum per Quadratum Altitudinis fn, æquale eſſe producto Quadrati lineæ fr per Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii. Eſt autem Quadratum lineæ ft ad Quadratum lineæ fr, ut nf ad gf*. Ergo Productum lineæ nf per Quadratum ejuſdem, id eſt, Cubus Altitudinis quæſitæ nf, valet Productum Altitudinis gf per Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii; quod ipſum in N. 1826. diximus, & nunc demonſtrandum erat.

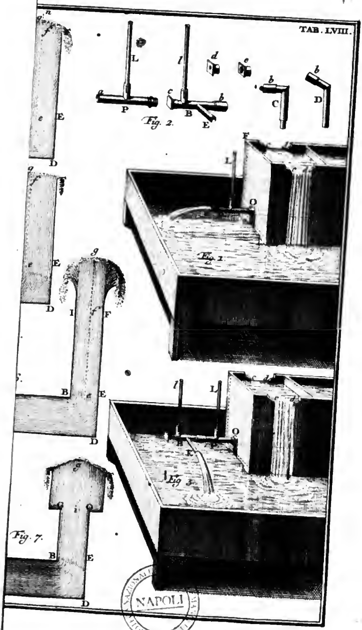
* La Hire ſect. con. lib. 5. prop. 26.
* 1871.
* La Hire ſect. con. lib. 5. prop. 1.

SCHOLIUM II.

Demonſtratio illorum, quæ de Actionibus maximis indicantur in N^is. 1859. & 1863.

1875. Agitur in hiſce N^is. 1859. & 1863. de Actione in ſuperficiem determinatam, ita ut Intenſitas Preſſionis ſequatur rationem Altitudinis ad quam Aqua in Tubo ſuſtineri poſſet.

1876. TAB. LX. Fig. 2. Sit AB Altitudo, ad quam extolli debet Aqua; ſit AC Altitudo, ad quam in Tubo, Actione Potentiæ, ſuſtineri poteſt; quæ Altitudo eſt ut hujus Potentiæ Intenſitas. Aqua tunc exit Velocitate quâ à B ad C adſcendere poſſet, quam ponimus repræſentari per CE. Si Potentiæ Intenſitas eſſet ut AD, Velocitate exiret Aqua, quâ per BD adſcendere poſſet; &, ductâ DF, parallelâ EC, quæ Velocitatem Aquæ in hoc caſu exhibeat, erunt EC & FD ejuſ-



NAPOLI

Digitized by Google

ejuſdem Parabolæ BEF Ordinatæ ad Diametrum BD, ut hæc omnia, ex demonſtratis in præcedenti Scholio, ſequuntur.

Quærimus caſum, in quo Effectus ſit omnium maximus reſpectu Intenſitatis Potentiæ; id eſt, in quo ratio inter lineas EC & CA ſit maxima. Quantitas enim Aquæ, quæ extollitur certo tempore, eſt ut Velocitas, quâ ipſa in B ex Tubo effluit, quæ Velocitas eſt ut EC. 1877.

Ductâ EA, erit EC omnium maxima reſpectu ipſius CA, quando angulus EAC eſt maximus; hic autem maximus eſt, quando linea EA tangit Parabolam; nam augeri amplius non poteſt. Sit hæc Tangens AF, & AD erit Potentiæ Intenſitas quæſita, quæ dupla erit ipſius AB *, ut in N. 1859. diximus. * *La Hire ſect. con.* lib. 2. prop. 20.

Ponamus nunc datam intenſitatem Preſſionis; Ideoque datam eſſe Altitudinem BA, ad quam Aqua in Tubo ſuſtineri poſſet. 1878.

Si Tubi longitudo ſit BC; ex hoc exibit Aqua, eâ Velocitate, quâ per CA adſcendere poteſt; quam Ordinatâ CE repræſentari ponimus, ductâ Parabolâ AED; ut ſæpius jam vidimus *. TAB. LX. Fig. 3. * 1872. 1876.

Effectus de quo agitur *, ſequitur rationem Altitudinis BC, ad quam Aqua extollitur, & Velocitatis CE, quâ ex Tubo exit; id eſt, Effectus ſequitur rationem Rectanguli CBGE *. * 1863. * 23. El. VI.

Quærimus igitur Punctum C, ut Rectangulum hoc ſit omnium maximum. Ponamus punctum hoc dari inter C & *c*; & puncta hæc ita eſſe determinata, ut Rectangula CBGE, *c*B*ge*, quæ ambo parum à maximo deficiunt, ſint æqualia; ideoque æqualia C*c*FE, G*ge*F; unde ſequitur 1879.

Fe : FE :: EC : FG *, aut EG = CB * 14. El. VI.

Sed Fe : FE :: EC, CL; ductâ Tangente EL.

Ergo ſunt æquales CB & CL *; & CA valet dimidium ipſius CB *, id eſt, valet tertiam partem totius BA. Quod demonſtrandum erat *. * 9. El. V. * *La Hire ſect. con.* lib. 2. prop. 20. * 1863.

SCHOLIUM III.

Demonſtratio Actionis maximæ in N^is. 1865. 1866. memoratæ.

DAtâ Velocitate Aquæ, in Planum agentis, quærimus quâ Velocitate Planum protrudi debeat, ut, dato Tempore, maxima Aquæ copia extollatur. 1880.

Dicatur Aquæ Velocitas data 1.; Velocitas quæſita plani x; Velocitas reſpectiva erit $1 - x$ *; & Intenſitas Preſſionis in Planum $\overline{1 - x}^2$ *. * 918. * 1773.

Ulterius dicimus 1. Altitudinem, ad quam Aqua extollenda eſt; a deſignat Altitudinem, ad quam Corpus Velocitate 1. adſcendere poteſt; id eſt, 1. ſe habet ad a, ut Altitudo prima ad ſecundam, quæ ambæ dantur; tandem z eſt baſis columnæ aqueæ, quæ extollitur; aut potius, indicat z magnitudinem ſuperficiei quæ protruditur.

Ponamus Aquam ejici per Orificium determinatum, quod dicimus 1. Omnis Aqua, quæ à Plano z, Velocitate x, protruditur, tranſit per hoc Orificium, Velocitate, quæ ſe habet ad x, ut ipſum Planum ad Orificium, id 1881.

 eſt,

eſt, ut z ad 1; Velocitas illa eſt ergo zx. Quâ Velocitate Corpus adſcendere poteſt ad Altitudinem $azzxx$: nam

* 381. $$1, zzxx :: a, azzxx \ *.$$

Hæc Altitudo addenda eſt illi, ad quam Aqua extolli debet; & integra Altitudo ad quam Potentia ſuſtinere debet Aquam eſt $1 + azzxx$. Si hanc multiplicemus per baſim z, habebimus integram Columnam, quæ ſuſtinetur, & cui proportionalis eſt Impetus Aquæ in Planum; ergo $\overline{1-x}^{2} = z + az^{3}x^{2}$ Quantitas Aquæ, quæ extollitur, illa ipſa eſt, quam Planum z protrudit, Velocitate x; quæ quantitas ſequitur proportionem producti zx. Quærimus x, in caſu, in quo productum hoc eſt omnium maximum.

1882. Regulæ Algebraicæ de maximis & minimis hic in ſubſidium vocari debent; ſi computatio ineatur, & tollatur z, incidimus in hanc ſimplicem æquationem $3x = 1$; quæ congruit cum iis quæ in N°. 1865. habuimus.

1883. Si autem Orificium, quod fixum poſuimus, æquale ſit ipſi z, Velocitate x Aqua ex hoc exit; & Altitudo, ad quam pertingere poteſt hac Velocitate, eſt axx, & habemus $\overline{1-x}^{2} = z + azxx$. Si nunc quæramus caſum, in quo productum zx eſt maximum, & tollatur z, habemus $x^{3} + xx + \frac{3x}{a} = \frac{1}{a}$.

1884. Si Altitudo, quam unitate exprimimus, ad quam evehenda eſt Aqua, ſit exigua, aut Velocitas Aquæ Impetum facientis magna, a poterit unitatem ſuperare; & quo major erit a, eo minor erit x. Si vero a, minor ſit unitate, ut ferè ſemper contingit, x parum admodum deficit à $\frac{1}{3}$; ut hæc omnia ex inſpectione Æquationis ſequuntur, & in N°. 1866. indicata fuere.

Digitized by Google

LIBER III.

Pars IV. De Corporibus motis in Fluidis.

CAPUT XV.

De Reſiſtentiâ quam patiuntur Corpora, per Fluida mota.

O*Mne Corpus, quod in Fluido movetur, Reſiſtentiam* 1885.
patitur, & quidem *ex duplici causâ.*

Quamvis Fluidorum partes parum admodum cohæreant, illas tamen Vi quadam cohærere, extra dubium eſt *; hanc autem, *dum Corpus in motu ſuo ſeparat Flui-* * 76. 77.
dorum particulas, ſuperare debet Cohæſionem; *hæcque eſt* 1886.
prima Reſiſtentiæ cauſa.

Actio hæc ſimilis eſt illi, quâ Corporum mollium partes 1887.
ſeparantur, dum in ipſis Cavitas efficitur; quam effici vidimus Actione, quæ ſequitur proportionem ipſius Cavitatis effectæ *; quam demonſtrationem ad Corpus * 841.
in Fluido motum etiam poſſumus applicare; in hoc autem motu Corpus Cavitatem efficit proportionalem Spatio percurſo; quamvis Cavitas hæc, ſingulis momentis, affluxu Fluidi, iterum impleatur. Unde deducimus, *Corpus, ex hac primâ causâ, Reſiſtentiam pati* 1888.
proportionalem huic Spatio percurſo; *quæ* idcirco *ad inſtar Velocitatis augetur & minuitur* *. * 119.

Dum Corpus in Corpore molli Cavitatem imprimit, partes immediatâ tantùm Actione Corporum in 1889.
ſe mutuò transferuntur, quâ ceſſante Actione ceſſat particularum motus; hac de causâ, in formandâ Ca-

Cavitate, tantùm conſumitur Vis, quâ partium Cohæſio ſuperatur; poſſuntque Corpora integras, in formandis Cavitatibus, Vires inſitas amittere.

1890. Corpus autem, in motu per Fluidum, non tantum transfert particulas Actione immediatâ, dum ſibi Viam inter has aperit, in quâ tranſlatione immediatâ Cohæſionem ſuperat; ſed & præterea ipſis particulis Vim communicat, quâ, poſt ceſſatam Corporis Actionem
1891. inter ſe moventur: *Reactio* verò *particularum, dum ipſis motus* hicce *imprimitur, ex harum Inertiâ oriunda, eſt ſecunda cauſa Reſiſtentiæ.*

Ut clarius illa concipiamus, quæ Reſiſtentias has ſpe-
1892. ctant, ad hoc attendere debemus: *mutuam Actionem Corporis & Fluidi eandem eſſe, ſive Corpus certâ Velocitate, in Fluido quieſcente, moveatur; ſive, quieſcente Corpore, eâdem Velocitate Fluidum in hoc incurrat.* Actio enim hæc à motu reſpectivo pendet, qui in hiſce caſibus non variat.

Si nunc, ſepoſitâ partium Cohæſione, ad motum Fluidi attendamus, & hoc conſideremus, dum in Cor-
1893. pus quieſcens incurrit, facile videbimus, *Fluidi Actionem eſſe Preſſionem;* particulaſque non impingi in Corpus; ſed juxta hoc, aut juxta particulas Fluidi, quæ Corpus tangunt, moveri, & interea illas premere Corpus, eodem modo ac Corpus premit Planum ſuper quo movetur; quales Preſſiones, ex Viribus oriun-
* 1003. 1004. 1005. das, ſuperius * indicavimus.

1894. Preſſio hæc, à Vi inſitâ particularum oriunda, eſt ut
* 753. hæc Vis, id eſt, ut Quadratum Velocitatis *; quod clarius patet, ſi ad analogiam attendamus, quæ datur inter hanc Actionem & Vim centralem, quæ, cæte-
* 616. ris paribus, etiam eſt ut Quadratum Velocitatis *. Augetur

Digitized by Google

tur etiam Preſſio, de quâ hic agimus, ut numerus particularum, determinato Tempore, incurrentium, qui numerus Velocitatis ſequitur proportionem; tandem Preſſio, hæc ſequitur rationem Temporis, per quod durat ſingularum particularum Actio in determinatam ſuperficiei partem; quod Tempus eo minus eſt, quo Velocitas eſt major, ſequiturque rationem inverſam Velocitatis: ultimæ duæ rationes ſeſe mutuò deſtruunt, ſuperſtitemque habemus ſolam *rationem Quadrati Velocitatis*; quam 1895.
idcirco *ſequitur Reſiſtentia ex ſecundâ cauſâ.*

Quomodo autem ambæ Reſiſtentiæ cauſæ ſimul 1896.
agant, in ipſo caſu, in quo Corpus quieſcit, & Fluidum movetur, ut in hac demonſtratione poſuimus, facile percipimus, ſi ad ſequentia attendamus. Particulas, quæ in Corpus, ut A, agunt, ad latera de- TAB. LX. Fig. 4.
fluere in B & D; ibique, ſepoſitâ Cohæſione, nullam exſerere Actionem; poſitâ autem Cohæſione, particulæ hæ laterales ſecum trahunt inſequentes, & has Actione ſuâ ſeparant; quæ deſideratur ſeparatio, ut Fluidum ab omni parte defluat: Cohæſio autem ſuperari minimè poterit, niſi Corpus reſiſtat, & Actio in hoc detur *; quæ Actioni, ex inertiâ oriundæ, ſu- * 361.
peraddenda eſt.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Fluidorum Reſiſtentiis inſtituuntur.

Arca lignea AB longitudinem habet quinque Pe- 1897.
dum, latitudinem duorum Pedum cum ſemiſſe, alti- TAB. LIX. Fig. 1.
tudinem octo, aut decem, Pollicum.

Quatuor hæc ſuſtinetur Columnis ligneis, altitudinis quinque Pedum, qui minori Arcæ CD imponuntur, quæ ipſa pedibus gaudet quatuor, altitudinis circiter

decem Pollicum : non autem minorem hiſce pedibus tribuimus altitudinem, ut ex Epiſtomio E Aqua in Situlam, hujus altitudinis, recipiatur.

Parallelopipedum cavum ligneum F longitudinem habet trium Pedum cum ſemiſſe à *g* ad *h*; hujus cavitatis baſis eſt Quadratum quinque Pollicum. In figurâ exhibemus quomodo verticaliter, inter regulas ligneas, firmetur Parallelopipedum. Diſtantia, inter hujus ſuperficiem ſuperiorem *l* & Arcæ A B fundum, eſt quindecim Pollicum.

In hoc ipſo fundo, in medio reſpectu longitudinis, foramen datur rotundum, diametri circiter quatuor Pollicum cum ſemiſſe, quod paulo minus diſtat ab uno latere quàm ab alio; ut magis commodè Experimenta inſtituantur.

Huic foramini reſpondet foramen, quod parum cum præcedenti differt, ſed tamen minus eſt, in medio ſuperficiei ſuperiori *l* Parallelopipedi F.

1898. In hiſce foraminibus Tubus plumbeus T, cujus Diameter quatuor valet Pollices, verticaliter firmatur; quo communicatio datur inter Arcam A B & Parallelopipedum F. Tubi longitudo eſt octodecim Pollicum; hujus cavitas eſt cylindrica, & bene lævigata eſt interior ſuperficies.

Probè firmatur Tubus, & Aquæ effluxus inter hunc & lignum, interpoſitis lini filamentis, cohibetur.

1899. Tubi quoque anguſtiores ſæpe adhibentur, in quo caſu annulis ligneis extremitates circumdantur, ut eodem modo firmentur in foraminibus memoratis.

1900. In inferiori parte Parallelopipedi F Epiſtomia dantur quatuor I, L, M, N. Horum aperturæ in lami-

nis

nis dantur horizontalibus, quæ omnes in eodem poſitæ ſunt plano horizontali: ſuntque hæ aperturæ ipſis Epiſtomiorum capacitatibus multo minores; ut Aqua ſine ſenſibili attritu effluat. Minorum duorum Epiſtomiorum I & L, quæ æqualia ſunt, aperturæ æquales ſunt; Epiſtomii M apertura dupla eſt; Tandem maximi N tripla eſt. Diameter aperturæ mediæ Semi-poll. æqualis eſt.

Quantumvis exactè hæ menſurentur aperturæ, non 1901.
omnis error vitari poteſt, qui quomodo corrigatur, ſtatim dicam *. * 1905.

Oris Arcæ AB in medio imponitur Tabula P, cujus 1902.
longitudo Arcæ latitudinem paululum excedit, & cujus latitudo ſedecim aut octodecim eſt Poll. Hæc, ne illa quæ ipſi imponuntur, caſu in Aquam decidant, oris, Semi-pollicem altis, circumdatur. Firmatur Tabula regulis ligneis quatuor, quarum duæ videntur in *o* & *q*, cum ipſâ cohærentibus, & inter quas prominentia lignea *r*, cum Arcâ cohærens, recipitur.

Tabulæ huic ſuperimponitur crux lignea S, infra 1903.
Tabulam penetrans, ut cochleâ firmetur. Cruci appenditur Bilanx V, quâ in aliis Experimentis utimur, & de quâ antea egimus *. * 1480.

Ita ſuſpenditur hæc, ut, quando eſt in æquilibrio, Lancium pedes à Tabulâ ad altitudinem, quæ paululum excedit quartam partem Pollicis, tantùm removeantur.

Uncus autem Lancis *k* reſpondet foramini in Tabulâ, quod Diametrum habet trium partium quartarum Pollicis, & cujus centrum datur in axe continuato Tubi T.

Uſu veniunt in Experimentis, quæ hac Machinâ in- 1904.
ſtituun-

Digitized by Google

TAB. LIX. Fig. 2. 3. 4. ſtituuntur, Globi, Cylindri, & Coni varii, qui ſinguli capillis equinis ſuſpenduntur; in qua ſuſpenſione reſpectu Cylindrorum & Conorum attendendum, ut axem habeant verticalem, & Conorum vertices ſurſum dirigantur.

* 1900. An Epiſtomiorum aperturæ illam, quam indicavi *, inter ſe rationem haberent, ut explorarem, & errores corrigerem, methodo uſus ſum, quam nunc exponam.

1905. Fig. 1. * 1899. Rebus ut explicavi diſpoſitis, & in T applicato Tubo *, cujus Diameter erat hypotenuſa Trianguli rectanguli iſoſceles, cujus latera ſunt duorum Pollicum, Arcam A B Aquâ replevi ita, ut oræ Arcæ duobus tantùm Pollicibus Aquam ſuperarent; quo etiam F & T repleta fuere.

In Tubo T, capillo equino Cylindrum ſuſpendi æneum, cujus Diameter Pollicem fere quartâ parte excedit, & cujus Altitudo eſt Seſqui-pollicis; ſuprema ſuperficies paululum convexa eſt, & cavus ipſe eſt, ut minus gravet Libram, & exactè clauſus, ne Aqua in ipſum penetrare poſſit: capillus equinus cum unco Lancis *k* libræ *V* cohærebat, &, Pondere Lanci oppoſitæ impoſito, dabatur æquilibrium.

Quæſivi quodnam Pondus adjiciendum eſſet, ut æquilibrium daretur, aperto uno ex Epiſtomiis minoribus; detegitur Pondus hoc tentando. Primo Pondus ad libitum imponitur, Libraque manu in ſitu æquilibrii retinetur, &, poſt apertum Epiſtomium, relinquitur; ſi Libra moveatur, pro diverſo motu augetur, aut minuitur, Pondus; & eadem operatio repetitur, donec, relictâ Bilance, hæc in æquilibrio maneat; habemuſque tunc Pondus, quod valet Actio-

Actionem, quam Aqua, dum per Tubum movetur, in Corpus exſerit.

Hac methodo detexi, apertis ſucceſſivè Epiſtomiis minoribus, paululum Actiones differre; ideòque non exactiſſimè æquales eſſe Aquæ quantitates, per ſingula effluentes; qui error facillimè, paululum admodum aucto foramine uno, correctus fuit.

Apertis tunc ambobus his Epiſtomiis I, L *, ſimul, ut Aquæ quantitas dupla efflueret, quæſivi Aquæ Actionem in Cylindrum; curavique, ut Actio eadem foret, aperto unico Epiſtomio M. * 1900.

Tandem, eâdem methodo, eo reduxi Epiſtomium N, ut ex hoc ea flueret Aquæ quantitas, quæ ex Epiſtomio M & uno ex Epiſtomiis I, aut L, ſimul, æquali Tempore, fluit.

In his omnibus obſervavi, & hoc in omnibus Experimentis, quæ hac Machinâ inſtituuntur, obſervandum, ut Aqua in Arcâ ſervetur ad eandem Altitudinem; quare, ubi uno Pollice depreſſa eſt ſuperficies, de novo Aqua infundenda eſt.

Poteſt nunc Machina Experimentis inſervire. Aperto Epiſtomio I, aut L, certa Aquæ quantitas effluit, determinatâque Velocitate movetur Aqua in Tubo T, & uniformem Velocitatem habet in toto Tubo; in hunc enim continuò intrat, & eodem tempore exit Aquæ quantitas, æqualis illi, quæ ex Epiſtomio defluit. Dupla eſt Aquæ Velocitas in Tubo, ſi dupla Aquæ quantitas defluat, id eſt, ſi ambo Epiſtomia I & L, aut ſolum M, aperiantur. Tripla eſt aperto M & I vel L ſimul, aut N ſolo. Quadruplà eſt Velocitas apertis tribus Epiſtomiis I, L, & M; aut N, & uno ex 1906.

I & L. Quintupla eſt apertis ſimul M & N. Sextupla apertis N, M, & uno ex I & L. Sextupla tandem apertis omnibus ſimul.

1907. In his omnibus motibus nunquam Acceleratio Aquæ in Tubo T dari poteſt ex Cohæſione oriunda, qualem alio loco * memoravimus; quæ ſi daretur non hæc procederet concluſio, æqualem certo Tempore per Epiſtomium fluere Aquæ quantitatem, ſive ſolum, ſive cum aliis aperiatur, quod hìc extra dubium eſt; quia ex ſolà Preſſione Aquæ, ſupra orificium Tubi incumbentis, dari poteſt Velocitas, quæ multis vicibus maximam ſuperat, quâ in hiſce Aqua in Tubo gaudet.

* 1652.

EXPERIMENTUM I.

1908. Rebus, ut in Machinæ deſcriptione explicavi, diſpoſitis, adhibitoque Tubo T, ſuperius memorato *, cujus Diameter eſt hypotenuſa Trianguli rectanguli iſoſceles, cujus ſingula latera ſunt duorum Pollicum, Globus æneus G, cujus Diameter eſt Semi-poll., ſuſpenditur ad profunditatem quamcunque, ſex, octo, aut decem Pollicum, in Tubo. In cujus axe datur Globus; quia capillus equinus, cui cohæret, cum unco Lancis *k* conjungitur.

TAB. LIX. Fig. 1. 2.
* 1905.

Methodo, in N°. 1905. traditâ, quæſivi Actiones Aquæ in Globum, dum ſucceſſivè, diverſis Velocitatibus, Aqua per Tubum tranſivit; quæ Actiones æquales fuêre reſiſtentiis Corporis, ſi hoc, quieſcente Aquâ, iiſdem Velocitatibus, in hac tranſlatum fuiſſet.

Pondera minima, quibus uſus ſum in his Actionibus determinandis, erant quartæ partes unius Grani; Actiones detexi, quæ ſequuntur.

Ve-

Velocitates.		*Reſiſtentiæ.*
1. - - - - - - - -	Gr.	$\frac{3}{4}$.
2. - - - - - - - -	Gr.	$1\frac{1}{2}$.
3. - - - - - - - -	Gr.	3.
4. - - - - - - - -	Gr.	$4\frac{3}{4}$.
5. - - - - - - - -	Gr.	$7\frac{1}{4}$.
6. - - - - - - - -	Gr.	$10\frac{1}{2}$.
7. - - - - - - - -	Gr.	14.

In tribus primis Velocitatibus deficiebant paululum 1909.
Actiones à Ponderibus notatis.

Experimenta hæc, adhibitâ admodum exactâ Bilan- 1910.
ce; fuêre inſtituta, maximâ cum curâ; non tamen, nullum omnino errorem, quantumvis exiguum, dari, aſſerere auſim.

Fateor potius exiguos, quartâ parte Grani minores, vitari non potuiſſe; & non credo ab Experimento recedi, quando tale quid ſuppletur, ubi regularis Series hoc poſtulat.

Errorem talem dari in primâ Actione, hìc determinatâ, quæ parum deficit à $\frac{3}{4}$ Gr., & qui reſpectu hujus Ponderis ſenſibilis eſt, non tantùm indicat regularis Series, ex reliquis Experimentis deducenda, ſed & hoc confirmat Experimentum ſequens *. * 1913.

Experimenta hìc traduntur, ut, ante initam ullam computationem, à me fuêre inſtituta.

Diviſo nunc Grano in centum partes, patet in ſequenti Serie, Reſiſtentiam pro parte ſequi rationem Velocitatis, pro parte rationem Quadrati Velocitatis.

Ve-

1911.

Velocitates.	*Reſiſtentia ex prima cauſa.*	*Reſiſtentia ex ſecunda cauſa.*	*Summa ambarum.*	*Reſiſtentia In Exp.*
1.	1 × 20 = 20.	1 × 26 = 26.	46.	75.
2.	2 × 20 = 40.	4 × 26 = 104.	144.	150.
3.	3 × 20 = 60.	9 × 26 = 234.	294.	300.
4.	4 × 20 = 80.	16 × 26 = 416.	496.	475.
5.	5 × 20 = 100.	25 × 26 = 650.	750.	775.
6.	6 × 20 = 120.	36 × 26 = 936.	1056.	1050.
7.	7 × 20 = 140.	49 × 26 = 1274.	1414.	1400.

1912. *Quando Corpora ſimilia, ſimiliter, & Velocitatibus æqualibus, per idem Fluidum, moventur*, deducitur ex ante demonſtratis *, Reſiſtentiam utramque augeri, & minui, ut augetur, & minuitur, numerus particularum Fluidi ex loco motarum eodem Tempore; id eſt, *ſequitur Reſiſtentia integra rationem Quadratorum laterum homologorum *; &, ſi de Globis, Cylindris, aut Conis, agatur, rationem Quadratorum Diametrorum *.*

* 1886. 1893.

* 20. El. VI.

* 2. El. XII.

EXPERIMENTUM 2.

1913. Differt hoc cum præcedenti tantùm reſpectu magnitudinis Globi, qui in Tubo T ſuſpenditur. In hoc adhibemus Globum H, cujus Diameter eſt hypotenuſa Trianguli rectanguli iſoſceles, cujus latera ſunt Semi-poll., æqualia nempe Diametro Globi G, in Experimento 1. adhibiti; quare Quadrata Diametrorum ſunt ut unum ad duo *; in quâ ratione etiam detectæ fuêre Reſiſtentiæ, ut ſequenti Tabellâ patet, in quâ + denotat exceſſum, & — defectum exprimit.

TAB. LIX. Fig. 1. 2.

* 47. El. I.

Ve-

1914.

Velocitates.	*Reſiſtentia* globi H.	*Reſiſtentia* globi G in *exp.* I.
1.	---- $\frac{3}{4}$ + ---	$\frac{3}{4}$ —
2.	---- $2\frac{3}{4}$ ----	$1\frac{1}{2}$ —
3.	---- 6 ----	3 —
4.	---- $9\frac{3}{4}$ + ---	$4\frac{3}{4}$
5.	---- $15\frac{1}{4}$ ----	$7\frac{3}{4}$
6.	---- 21 ----	$10\frac{1}{2}$
7.	---- 28 ----	14.

Reſiſtentiæ in minori Velocitate ſolæ ſunt, quæ cum 1915. Propoſitione non congruunt; ſed jam in Experimento præcedenti vidimus, illam corrigendam eſſe, quæ in illo Experimento, ubi Velocitas omnium minima erat, fuit detecta; Reſiſtentia verò ibi in regulari ſerie poſita, dimidium eſt illius, quæ, in eâdem Velocitate, in hoc ultimo Experimento, fuit determinata.

Reſiſtentia ex primâ cauſâ non mutatur pro diverſâ Cor- 1916.
poris figurâ, ſi modo Cavitas formata in motu eadem ſit *; *1887.841.
quare in Cono & Cylindro, juxta axeos directionem motis, ut & in Globo, ſi horum Corporum Diametri fuerint æquales, & agatur de eodem Fluido, & eâdem Velocitate, Reſiſtentia eadem eſt.

Reſiſtentia autem *ex ſecundâ cauſâ variat pro diverſâ* 1917.
Corporis figurâ; nam licet Fluidum quieſcens quaqua verſùm æquali Vi premat, hoc ad Preſſionem ex motu oriundam non debere referri facile patet; hæc juxta unicam tantum directionem agit, & non tota ſuſtinetur niſi à plano ad hanc directionem perpendiculari.

1918. Demonſtramus in Scholio ſequenti *Reſiſtentiam Cylindri ſe habere ad Coni Reſiſtentiam, ſi ambo fuerint recti, & eâdem Velocitate, juxta axium directiones, in eodem Fluido, moti, ut linea in Coni ſuperficie, à vertice ad punctum quodcunque Baſeos ducta, ad ſemidiametrum Baſeos.*

1919. *Cylindri* autem *recti & Globi Reſiſtentias eſſe inter ſe ut tria ad duo, ſi Diametri fuerint æquales, & ille juxta axeos directionem feratur*, in eodem Scholio demonſtramus.

1920. Unde ſequitur *Reſiſtentiam Globi ſe habere ad Reſiſtentiam Coni recti, juxta axeos directionem moti, & cujus Baſeos Diameter æqualis eſt Diametro Globi, ut duæ tertiæ partes lineæ, in ſuperficie Coni ad punctum Baſeos ductæ, ſe habent ad ſemidiametrum Baſeos.*

Obſervandum Coni verticem in motibus hiſce præcedere; ſi enim Baſis Reſiſtentiam pateretur, clarum eſſet hanc à Reſiſtentiâ Cylindri ejuſdem Diametri non differre.

EXPERIMENTUM 3.

1921. Experimentum hoc ut præcedentia inſtituitur, differt tantùm Corpus in quod Aqua agit. Uſus ſum Cono in O delineato, Baſis Diameter eſt Semi-pollicis, Altitudo Semi-pollicis à vertice *v* ad centrum Circuli, qui figuram conicam terminat, infra quam figuram conicam cylindricum erat Corpus, eratque partis cylindricæ Altitudo circiter octavæ partis Pollicis. Hæc verò inferior pars Corporis conſideranda non eſt, quia in hanc Aqua, juxta axeos Corporis directionem mota, incurrere non poteſt.

TAB. LIX. Fig. 1. 3.

Actiones Aquæ in Corpus Tabellâ ſequenti continentur.

Ve-

Velocitates.		*Reſiſtentiæ.*		1922.
1.	- - - - -	Gr.	$\frac{1}{2}$ —	
2.	- - - - -	Gr.	$1\frac{1}{4}$ +	
3.	- - - - -	Gr.	$2\frac{1}{2}$ —	
4.	- - - - -	Gr.	4.	
5.	- - - - -	Gr.	6. —	
6.	- - - - -	Gr.	$8\frac{1}{2}$	
7.	- - - - -	Gr.	11.	

Diviſo Grano in centum partes, in Tabellâ ſequenti ſeparamus Reſiſtentias ex utraque causâ.

Velocitates.	*Reſiſtentiæ ex primâ cauſâ.*	*Reſiſtentiæ ex 2ª. cauſâ.*	*Summa ambarum.*	*Reſiſtentiæ in Exp.*	1923.
1.	1 × 20 = 20.	1 × 20 = 20	40	50 —	
2.	2 × 20 = 40.	4 × 20 = 80	120	125 +	
3.	3 × 20 = 60.	9 × 20 = 180	240	250 —	
4.	4 × 20 = 80.	16 × 20 = 320	400	400	
5.	5 × 20 = 100.	25 × 20 = 500	600	600 —	
6.	6 × 20 = 120.	36 × 20 = 720	840	850	
7.	7 × 20 = 140.	49 × 20 = 980	1120	1100	

Qui Tabellam hanc examinaverit, vix quicquam magis accuratum in talibus Experimentis poſſe ſperari, facile videbit. 1924.

Conferendo hoc Experimentum cum primo *, confirmatur N. 1916. * 1907. 1911.

Liquet etiam, quoad Reſiſtentiam ex ſecundâ cauſâ, hanc, in hoc caſu, ſe habere ad Reſiſtentiam Globi ejuſdem Diametri, ut 20. ad 26. *. * 1910. 1923.

Ut nunc computationem ineamus de hiſce Reſiſten- 1925.

 tiis;

tiis; ſunt hæ inter ſe ut $\frac{2}{3}$ *vb* ad Semidiametrum Baſis * : ſi hæc Semidiameter dicatur 1., erit Coni Altitudo 2.; & valebit *vb* Radicem quadratam numeri 5 *; ſunt ergo Reſiſtentiæ ut $\frac{2}{3}\sqrt{5}$. ad 1. Sed in ſuperiori parte, ut in vertice Conus ſuſpendi poſſit, figura conica non ſervatur; quare Reſiſtentia augenda eſt.

* 1920.

* 47. El. I.

Ad latera foraminis per quod filum tranſmittitur, duæ exiguæ dantur ſuperficies planæ, quæ ſimul circiter valent $\frac{1}{25}$ ſuperficiei Circuli, cujus Diameter eſt *bd*; quare vigeſima quinta pars Reſiſtentiæ Coni augenda eſt in ratione Reſiſtentiæ Coni hujus ad Reſiſtentiam Cylindri; id eſt, in ratione 1 ad $\sqrt{5}$ *. Sunt ergo Reſiſtentiæ quæſitæ ut $\frac{25 \times 2}{3}\sqrt{5}$. ad $24 + \sqrt{5}$.; quæ ratio vix differt à ratione 26. ad 19. In quâ computatione negleximus conſiderationem figuræ ipſius verticis, cui filum fuit alligatum.

* 1918.

1926. Differt hæc Reſiſtentia ex computatione à Reſiſtentiâ in Exp. vigeſimâ parte, quomodocunque mutetur Velocitas; unde patet differentiam hanc figuræ ipſi tribuendam eſſe.

Cum autem non admodum magna ſit hæc differentia, & cum non commodè ad computum potuerit revocari pars quædam figuræ, facile patet Experimento hoc Propoſitionem N. 1920. confirmari.

1927. Experimentis, cum Cylindris inſtitutis, non uſus ſum ad demonſtrata confirmanda; difficultas horum Experimentorum in causâ eſt; vix enim poteſt ſuſpendi Cylindrus quin agitetur, dum Aqua juxta hunc movetur; unde irregularis eſt Series Reſiſtentiarum, & in majoribus Velocitatibus admodum incerta.

Di-

Diverſas quoque detexi Reſiſtentias Cylindrorum, quorum Diametri erant æquales, ſed Altitudines diverſæ; quod clarum eſt indicium agitationis cujuſdam, cum extra dubium ſit, Reſiſtentiam Cylindri, juxta axeos directionem moti, ab ipſius Altitudine non pendere. Cum vero facilè Sphæræ, & Coni, ita ſuſpendantur, ut agitatio nulla timenda ſit, hæc Corpora adhibenda credidi.

Quædam tamen de Experimentis cum Cylindris inſtitutis addam.

Inter quatuor Cylindros, cum quibus Experimenta tentavi, unum datur, cujus Diameter eſt Semi-pollicis, & Altitudo $\frac{2}{3}$ Poll., cujus Reſiſtentiæ dant Seriem fere regularem, quæ ad regularitatem reducta, cum ante demonſtratis exactè congruit; maxima correctio reſpondet Velocitati ſex, in quâ Reſiſtentia $1\frac{1}{4}$ Gr., id eſt circiter duodecimâ parte, in Exp. deficit ab illâ, quæ in Serie deſideratur; quæ differentia certè notabilis eſt. 1928.

EXPERIMENTUM 4.

Hoc ut præcedentia fuit inſtitutum, ſuſpenſo Cylindro K, cujus Diameter erat Semi-pollicis: motus Aquæ erat juxta directionem axeos Cylindri. 1929. TAB. LIX. Fig. 1. 4.

Velocitates.	*Reſiſtentiæ.*
1. ------	Gr. $\frac{3}{4}$.
2. ------	Gr. 2.
3. ------	Gr. 4.
4. ------	Gr. $7\frac{1}{2}$.
5. ------	Gr. 11.
6. ------	Gr. 14.
7. ------	Gr. $20.\frac{1}{2}$.

Diviſo Grano in centum partes ſeparantur Reſiſtentiæ ex duabus cauſis.

1930. *Velocitates.*	*Reſiſtentia ex 1ª. cauſâ.*	*Reſiſtentia ex 2ª. cauſâ.*	*Summa ambarum.*	*Reſiſtentia in Exp.*
1.	1 × 20 = 20.	1 × 39 = 39.	59.	75.
2.	2 × 20 = 40.	4 × 39 = 156.	196.	200.
3.	3 × 20 = 60.	9 × 39 = 351.	411.	400.
4.	4 × 20 = 80.	16 × 39 = 624.	704.	750.
5.	5 × 20 = 100.	25 × 39 = 975.	1075.	1100.
6.	6 × 20 = 120.	36 × 39 = 1404.	1524.	1400.
7.	7 × 20 = 140.	49 × 39 = 1911.	2051.	2050.

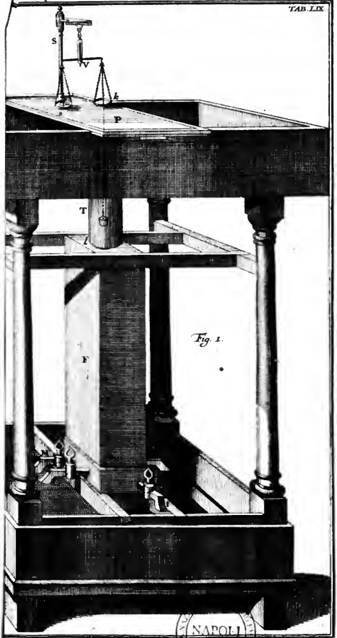
1931. Unde patet Reſiſtentiam ex primâ causâ, in hoc caſu, illam eſſe, quæ obſervata fuit, in Experimentis cum Globo, & Cono, ejuſdem Diametri cum hoc Cylindro, inſtitutis; juxta demonſtrata in N. 1916. Patet etiam Reſiſtentiam ex ſecundâ causâ, in hoc Experimento, ſe habe-
* 1930. re ad Reſiſtentiam Globi, ut 39. ad 26. *; id eſt, ut
1911. 3. ad 2.; ut monui in N. 1919.

1932. *Reſiſtentia ex primâ cauſâ in variis Fluidis differt*, hancque differentiam niſi Experimentis determinari non poſſe, facilè etiam patet.

1933. *In motibus Velocioribus*, ſi Fluida glutinoſa excipiamus, *exigua eſt Reſiſtentia ex Cohæſione partium, collata cum Reſiſtentiâ ex ſecundâ cauſâ*; quod ex diverſis rationibus, ſecundum quas augentur, ſequitur. Centies ex. gr. auctâ Velocitate, in quâ æquales ſunt Reſiſtentiæ hæ, prima erit ad ſecundam, ut unum ad centum.

1934. *Reſiſtentia* autem *ex ſecundâ cauſâ, in variis Fluidis*, ſequitur rationem particularum ex loco motarum; pendet enim à Materiæ Inertiâ, quæ Materiæ quantitatis

ratio-



NAPOLI

Digitized by Google

rationem ſequitur *: *eſt* ergo Reſiſtentia hæc, cæteris * 19.
paribus, *ut Fluidi Denſitas.*

Computatio de Reſiſtentiâ ex ſecundâ causâ iniri 1935.
poteſt, nullo inſtituto Experimento, determinando
Pondus, quod hanc Reſiſtentiam valet.

Sit Corpus, cujus ſuperficies AB Reſiſtentiam pati- 1936.
tur, dum motûs directio ad hanc ſuperficiem perpen- TAB. LX. Fig. 5.
dicularis eſt; ponimus autem, ut ſuperius, Corpus qui-
eſcere, dum Fluidum movetur, quo Actio Fluidi in
Corpus non mutatur*. * 1892.

Sit ſuperficiei AB æqualis ſuperficies CD in fundo
Vaſis, continentis ſimile Fluidum ad Altitudinem DF;
ponamus præterea Preſſionem, quam patitur pars CD
fundi, æqualem eſſe Actioni, quam patitur AB, ſe-
poſitâ partium Cohæſione.

Plana hæc duo æqualia, cohibent ſingula motum
Fluidi; & premuntur, quia motum impediunt: ideo,
cùm Actiones ſint æquales, æquales motus cohibent.
Idcirco, ſublatis ipſis Planis, Fluidum in locis in quibus
Plana agebant, eadem Velocitate fertur; id eſt, Fluidum,
quod in ſuperficiem AB agit, movetur Velocitate,
quâ Fluidum per foramen in CD exire poteſt; quæ
eſt Velocitas, quam Corpus acquirit, in vacuo cadendo
ab Altitudine EC*; ſeponimus enim Cohæſionem par- * 1583.
tium, & omnem attritum. Ergo actio, quam patitur
ſuperficies AB, dum Fluidum in hanc agit, valet
Pondus Columnæ Fluidi, cujus Baſis eſt CD, aut
AB, & Altitudo DF; hæc eſt enim preſſio quam pa-
titur CD*. * 1431.

Unde patet *Priſmatis recti, juxta directionem ad Baſim perpendicularem, in Fluido moti, Reſiſtentiam valere pondus*

Columnæ

Columnæ ejuſdem Fluidi, cujus Baſis æqualis eſt Baſi Priſmatis, & cujus Altitudo illa eſt, à quâ Corpus, in vacuo cadendo, acquirit Velocitatem quâ Priſma in Fluido fertur.

1938. Demonſtratio hæc tantùm locum habet, ubi ſuperficies, quæ Reſiſtentiam patitur, ad motûs directio-
* 1917. nem perpendicularis eſt *; ubi de aliis ſuperficiebus
* 1918. 1519. agitur, ad demonſtrata de his * attendendum eſt.

1939. Quare ſi de Globo agatur, Reſiſtentia valebit duas tertias partes ponderis Cylindri ex Fluido, cujus Diameter æqualis eſt Diametro Globi, & cujus Altitudo illa eſt, à quâ, cadendo in Vacuo, Corpus acquirit
* 1937. 1919. Velocitatem, cum quâ in Fluido movetur *.

1940. *Altitudo, à quâ Corpus cadendo acquirit Velocitatem, quâ ſi in Fluido feratur, Reſiſtentia ex ſecundâ cauſâ ponderi ipſius Corporis æqualis ſit*, ex his facilè *detegitur. Si de Priſmate agatur, Denſitas Fluidi ſe habebit ad Priſmatis*
* 1937. 1464. *Denſitatem, ut hujus Altitudo ad Altitudinem quæſitam**.

1941. *Si de Globo agatur Denſitas Fluidi ſe habebit ad Globi Denſitatem*, ut Altitudo Cylindri, ejuſdem ponderis cum Globo, & Diametrum æqualem Globi Diametro habentis, quæ Altitudo valet duas tertias partes Diame-
* 1937. tri, ad duas tertias partes Altitudinis quæſitæ *, id eſt,
1919. 1464. *ut Diameter ad Altitudinem quæſitam.*

1942. Pondus quod Reſiſtentiam valet, ideoque ipſa *Reſiſtentia ex ſecundâ cauſâ, ſequitur rationem Baſeos Priſma-*
* 1937. 374. *tis, Denſitatis Fluidi, & Quadrati Velocitatis Corporis**.
* 1912. 1934. 1895. Quod cum ante demonſtratis * congruit.

1943. *Quæ de pondere, Reſiſtentiam valenti dicta ſunt**, etiam
* 1937. *cum Experimentis congruunt*, ut patebit, ſi computatio ineatur de Pondere, quod valet Reſiſtentiam, datâ Velocitate quacunque ex illis, quas in Experimentis Aqua habuit.

Velo-

Digitized by Google

Velocitatem Aquæ diximus 2. aperto Epiſtomio, cujus apertura erat circulus Diametri Semi-pollicis, & ſupra quod foramen Aquæ Altitudo erat quinque Pedum; ita ut Pes Cylindricus Aquæ effluere potuerit in Tempore 46,66. Minutorum ſecundorum *. Pes Cylindricus in Tubo, in quo Experimenta fuere inſtituta, ſi hicce continuatus foret, occuparet Pedes 18 *. Ergo Aqua per Tubum tranſivit Velocitate, quâ Pedes 18 percurruntur, in Tempore Minutorum ſecundorum 46,66.; & ubi Velocitas in Exp. fuit 6., hoc idem ſpatium 18. Pedum potuit percurri in Min. ſec. 15,55. Computatione, ex ante demonſtratis, initâ *, detegimus hanc eſſe Velocitatem, quam Corpus acquirit, cadendo in Vacuo ab Altitudine 0,257. Poll.; quæ vix excedit quartam Pollicis partem. 1944. * 1637. * 1905.47. El. I. * 883.374.

Pes cubicus Aquæ ponderat Grana 487360 *; & pondus Pedis cylindrici eſt Gran. 382772; & Poll. cylindrici Gran. 221$\frac{1}{2}$. * 1551.

Reſiſtentia Cylindri cujus Diameter eſt Semi-poll., & Velocitas illa, quæ in Experimentis dicitur 6., valet pondus Cylindri aquei, cujus Diameter eſt Semi-poll. & Altitudo æqualis 0,257. Poll. *, valet ergo Gr. 14,23. * 1937.

Ponendo nunc Reſiſtentiam hanc in ratione duplicatâ Velocitatum *, & Globi Reſiſtentiam æqualem eſſe duabus tertiis partibus Reſiſtentiæ Cylindri *, Tabellam ſequentem efficimus; in quâ partes, centeſimâ Grani parte minores, negliguntur. * 1942. * 1919.

1945. *Velocitates.* *Reſiſtentiæ ex ſecundâ cauſâ.*

* 1930.
* 1911.

Velocitates.	Cylindri. Comp.	Cylindri. Exp.*	Globi. Comp.	Globi. Exp.*
1.	39.	39.	26.	26.
2.	158.	156.	105.	104.
3.	356.	351.	237.	234.
4.	632.	624.	421.	416.
5.	988.	975.	659.	650.
6.	1423.	1404.	949.	936.
7.	1937.	1911.	1291.	1274.

1946. Exiguam dari differentiam inter has Reſiſtentias, computatione detectas, & illas, quæ Experimentis deteguntur, non mirum; cùm pendeat collatio hæc, 1. à menſurâ Aquæ effluentis certo Tempore; 2. à menſurâ Spatii percurſi certo Tempore à Corpore cadente; 3. à menſurâ ponderis Pedis cubici Aquæ; & 4. tandem à menſurâ ipſarum Reſiſtentiarum. In ſingulis harum quatuor menſurarum errores exigui vitari minimè poſſunt: non tamen tales ſunt ut ſcrupulus ullus circa Experimenta ſupereſſe poſſit.

1947. In Cap. 2. Lib. 2. diximus *, nos in hoc Capite tra-
*756. dituros demonſtrationem ab illâ diverſam, quæ ibi datur, de Virium menſurâ; quas, in eodem Corpore,
* 753. Quadratis Velocitatum ſtatuimus proportionales *. Demonſtratio hæc eſt.

1948. A nemine in dubium vocatur Fluidi Velocitatem, ex Preſſione Fluidi ſuperincumbentis oriundam, ſequi
* 1586. rationem ſubduplicatam Altitudinis Fluidi *; demon-
* 1937. ſtravimus in hoc Capite *, Reſiſtentiam ex ſecundâ cauſa ſequi ejuſdem hujus Altitudinis rationem; ideo-

que

que rationem duplicatam Velocitatis: ſed etiam vidimus Reſiſtentiam eandem ſequi rationem cum Vi inſita particulis ſingulis Fluidi *; Ergo Vis hæc etiam eſt ut Quadratum Velocitatis. Q. D. E. * 1894.

SCHOLIUM.

Demonſtrationes N. 1914. & 1915. De Reſiſtentiâ Coni, & Globi.

Sint ABCD, EFG, ſectiones per axes Cylindri & Coni, quorum Baſium Diametri ſunt æquales; moveatur Fluidum juxta directiones axium. Planum AB integram Fluidi Actionem ſuſtinet, dum hoc juxta hanc Superficiem, ab omni parte, continuò defluit. Superficies autem FE minorem ſuſtinet Preſſionem, & eo minorem, quo ipſius obliquitas ad motûs directionem major eſt *: revocaturque Preſſio, in punctum quodcunque M, ad Preſſionem perpendicularem ad Superficiem, ſi, poſitâ IM juxta motûs directionem, ipſi FE æqualem, detur in M perpendicularis ML ad FE, & ducatur huic parallela IL. Tunc Preſſio, ex motu oriunda, ſe habet ad Preſſionem quam Superficies patitur, ut IM ad ML *; talemque Preſſionem Superficies FE in omnibus punctis patitur; Fluidum enim, quod in omnibus punctis tangit Superficiem, à continuò accedente Fluido, talem patitur Actionem. Ita res ſeſe non haberet, ſi de motu Corporum ſeparatorum ageretur; tunc enim numerus Corporum, in Superficiem EF incurrentium, æqualis eſſet numero Corporum, quæ, ſublatâ ſuperficie EF, in Superficiem EH impingi poſſent; Fluida verò agunt ſemper in omnia puncta Superficierum, quas premunt.

1949. TAB. LX. Fig. 6.

* 1917.

* 318.

Si Preſſio per LM in duas ſolvatur, ductâ LN perpendiculari ad IM, deſignabit NM Actionem, quâ Corpus, juxta directionem motûs Fluidi, propellitur.

Actio nunc tota in Conum ad Actionem in Cylindrum, ut Coni Superficies convexa ad Cylindri Baſin; tales enim ſunt Superficies, in quas Preſſiones agunt; id eſt, ut EF ad EH: & ut Actio, quæ in ſingulis punctis in Conum agit, juxta directionem motûs Fluidi, ad Actionem, quæ in ſingulis punctis Cylindrum propellit, id eſt, ut NM ad IM. Ratio ex his compoſita eſt ratio producti EF per NM ad productum EH per IM.

Quæ producta propter æquales EF, IM, ſunt ut NM ad EH, aut ML; ſunt enim æquales hæ lineæ; propter æqualia & ſimilia Triangula IML, EFH. Sunt etiam ſimilia Triangula LMN, LMI *; quare MN ad ML, ut ML ad MI, aut ut EH ad EF. Ergo Reſiſtentia Coni ſe habet ad Cylindri Reſiſtentiam, poſitis ambobus rectis, habentibus Baſes æquales, & Velocitatibus æqualibus, juxta axium directiones, in eo- * 8. El. VI.

 dem

dem Fluido, agitatis, ut Semidiameter Baſis ad rectam in Coni ſuperficie à vertice ad punctum Baſeos ducta; ut diximus in N. 1918.

1950. Ponamus nunc Cylindrum cum Sphærâ, diametros æquales habentes, eâdem Velocitate, in eodem Fluido, moveri, Cylindrumque juxta axeos directionem transferri.

TAB. LXI. Fig. 1. Sit hic A B L M, dum Sphæra repræſentatur per D F E G; eſtque C centrum. Reſiſtentia, quam patitur pars Baſeos Cylindri, infinitè exigua, I *i*, ſe habet ad Reſiſtentiam, quam patitur pars reſpondens F *f* Superficiei Sphæræ, ductis I H, *i h*, ad axem Cylindri, ideoque ad directionem motûs, parallelis, ut F *f* ad F *g*, quæ ad A B parallela ducitur; quod patet hic applicando Demonſtrationem datam in Numero præcedenti. Triangula F *f g*, F H C, ambo rectangula, & habentia Angulos æquales *f* F *g*, C F H, quorum ſingulorum defectus ab Angulo recto eſt Angulus *g* F C, ſunt ſimilia: ergo

F *f*, F *g* : : F C aut I H, F H.

Idcirco ſi I H repræſentat Reſiſtentiam quam patitur pars Superficiei I *i*, F H ipſam repræſentabit, quam patitur pars reſpondens F *f* Superficiei Globi. Et, cùm hæc demonſtratio ad ſingula Superficiei Hemiſphærii D F E puncta poſſit applicari, ſequitur, Cylindrum A D E B, Hemiſphærio circumſcriptum, ſe habere ad ipſum Hemiſphærium, ut integra Reſiſtentia Cylindri ad integram Sphæræ Reſiſtentiam; quæ ergo Reſiſtentiæ ſunt ut tria ad duo, ut monui in N. 1919.

1951. Ex iiſdem hiſce principiis, quæ Corporum quorumcunque Reſiſtentias
1952. ſpectant, deducuntur. Ex. gr. facile ex his probatur, *Cylindri recti, cujus Altitudo Diametro æqualis eſt, Reſiſtentiam ex ſecundâ cauſâ eandem eſſe, ſi Velocitas eadem fuerit, juxta quamcunque directionem hicce feratur.*

CAPUT XVI.

De Retardatione Corporum in Fluidis motorum.

1953. VIdimus ſuperius *Corpus in Fluido motum* Reſiſten-
* 1885. tiam pati *, darique Preſſionem motui contra-
* 708. riam, quâ Corpus *retardari* manifeſtum eſt *.

Cum duplex detur Reſiſtentia, Corpus etiam *ex duplici cauſâ* à motu ſuo amittit.

1954. Natura utriuſque *Reſiſtentiæ* cum diverſa ſit, *generant hæ Retardationes diverſas, in ipſis illis caſibus, in quibus Preſſiones, quas in Corpus exſerunt, ſunt æquales:* quod ex pecu-



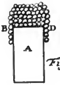
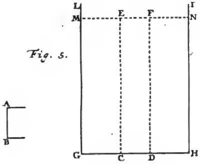


Fig. 4.

Fig. 5.



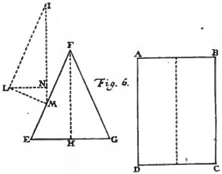


Fig. 6.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE" NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

peculiari examine utriuſque Reſiſtentiæ deducimus.

In caſu in quo Corpus quieſcit, dum Fluidum movetur, 1955.
cauſæ, quæ, ſi Corpus moveretur, hoc retardarent, nunc huic motum communicant; & *eſt* hæc *Velocitas acquiſita, æqualis ipſi Retardationi, quam patitur Corpus, quando, quieſcente Fluido, Corpus movetur, eâ Velocitate, quam in caſu primo Fluidum habuit* *. * 1892.

In caſu autem hoc, *in quo Fluidum movetur, Cohæſio* 1956.
partium immediatè nunquam motum Corpori poteſt communicare, ſed tantùm mediante motu aliarum particularum, ut explicavimus *; quod non itidem ad ſecundam cau- * 1896.
ſam Reſiſtentiæ applicari poteſt, quæ immediatè Corpori motum communicat: quare *ex Principiis omnino* 1957.
diverſis, quæ Retardationes, ex hiſce *diverſis Reſiſtentiis oriundas, ſpectant, deducendæ ſunt.*

Quando Corpus quieſcit, & Fluidum movetur, par- 1958.
ticulæ, quæ ad latera defluunt, Cohæſionem ſuperant, & hæ ex Vi ſuâ amittunt; quæ Actio conſideranda eſt, ad determinandam Velocitatem ex hac Corpori communicatam, ſed difficilior eſt hujus Celeritatis determinatio; quam tamen in Scholio ultimo hujus Cap. explicabo, in quo etiam ſcrupulos quoſdam tollam.

Præſtabit hìc retardationem determinare, quam patitur Corpus in caſu, in quo hoc movetur, & Fluidum quieſcit.

Vidimus Reſiſtentiam ex primâ causâ ejuſdem eſſe 1959.
Naturæ cum Reſiſtentiâ Corporum mollium, dum in his Cavitas formatur *. * 1887.

Vidimus etiam Cavitatem hanc proportionem ſequi ipſius Vis amiſſæ in hac formandâ *; Cavitas autem, * 841.
quam Corpus in Fluido efficit, dum per hoc move-

1960. tur, *Spatio percurſo* proportionalis eſt: ergo & huic Spatio *Vis*, *ex* hac *Reſiſtentiâ ex primâ cauſâ amiſſa, proportionalis eſt.*

Corpus, quod in vacuo verticaliter in altum projicitur, in adſcenſu ſuo amittit continuò Vim propor-
*754. 380. tionalem Spatio percurſo *; ſequitur igitur Retardatio, in hoc adſcenſu, eandem rationem, quam ſequitur
1961. *Retardatio* Corporis, *oriunda ex Reſiſtentiâ, de quâ agimus;* ſed Retardatio Corporis adſcendentis *eſt æquabi-*
* 377. *lis* *; ergo & talis eſt Retardatio, quam examinamus.

1962. *Quamdiu* ergo *idem Corpus, eodem modo, per idem Fluidum movetur, quacunque Velocitate feratur, ſepoſitâ Reſiſtentiâ ex ſecundâ cauſâ, æqualibus Temporibus, æquales gradus Velocitatis amittit*; & percurrendo Spatium deter-
* 1960. minatum *, quod Quadrato Velocitatis in initio pro-
*1961. 377. 381. portionale erit *, in Tempore, ipſi Velocitati huic pro-
*1961. 377. portionali *, integrum amittet motum.

378. 374. Hinc videmus *Corpora in Fluido mota tandem quieſcere,*
1963. quod communi admiſsâ opinione, de Viribus ipſis Velocitatibus proportionalibus, difficulter admodum explicari poterit, ſi queat; nam niſi Tempore infinito tota Velocitas conſumi non poſſet.

Retardatio ex ſecundâ causâ determinatur, ponendo Corpus quieſcens, & Fluidum in hoc incurrens; quia facilius inveſtigatur Velocitas, quæ Corpori quieſcenti à Fluido communicatur, quàm Retardatio quam Corpus patitur; præſtabit ergo Velocitatem hanc conſiderare, quæ, ab ipsâ Retardatione Corporis agitati
* 1955. per Fluidum quieſcens, non differt *.

1964. Preſſio, quam in Corpus quieſcens exſerit Fluidum, immediatè Corpus poteſt transferre; unde ſequitur, Ve-

Velocitatem infinitè exiguam, Momento infinitè exiguo conſtanti, communicari, proportionalem ipſi Spatio, per quod Corpus hoc quieſcens, Actione Fluidi, immediatè transfertur; quod Spatium ipſi Preſſioni proportionale eſt *; quæ ipſa rationem ſequitur Qua- * 133.
drati Velocitatis *. * 1895.

Diminutiones idcirco *Velocitatis, quas Corpus in Flui-* 1965.
do motum, Momentis, infinitè exiguis, æqualibus, ex Reſiſtentiâ ex ſecundâ cauſâ, patitur, ſunt ut Quadrata Velocitatum ipſius Corporis.

Ex quâ demonſtratione ſequitur *nunquam Corpus, ex* 1966.
ſolâ Reſiſtentiâ ex ſecundâ cauſâ, integram poſſe amittere Velocitatem.

Patet etiam in omni caſu *Retardationem, ex hac Reſi-* 1967.
ſtentiâ, eandem cum ipſâ rationem ſequi, quamdiu Corpus motum eandem Materiæ quantitatem continet; ubi autem
hæc eſt diverſa, *Retardatio eſt, cæteris paribus, inversè ut* 1968.
hæc *Materiæ quantitas* *. Ex quibus facilè videmus, * 138.
quomodo, poſitis demonſtratis in Capite præcedenti, Retardationes pro variis Corporibus, & Variis Fluidis, inter ſe conferri poſſint.

Si de Sphæris, Cylindris, aut Conis ſimilibus, ex. gr. 1969.
agatur, poſitis Cylindris, & Conis, juxta axium directiones motis, erunt Retardationes ex ſecundâ cauſâ directè ut
Quadrata Diametrorum *, *ut Quadrata Velocitatum* *, * 1967. 1912.
ut Denſitates Fluidorum *; & *inversè ut Denſitates Corpo-* * 1965.
rum *, & Cubi Diametrorum *; ſed ratio directa Quadra- * 1967. 1934.
torum, & inverſa Cuborum Diametrorum, ad inverſam * 1958.
ipſarum Diametrorum reducitur; Idcirco, junctis ra- * 1968.
tionibus ultimâ & primâ, ſunt Retardationes inversè *ut Diametri.*

Nu-

1970. Numeri in harum rationum ratione compoſitâ deteguntur, multiplicando, pro ſingulis Corporibus, Fluidi Denſitatem per Quadratum Velocitatis Corporis, & dividendo productum hoc per Diametrum ductam in Denſitatem Corporis, diviſionumque quotientes exprimunt Retardationum relationes.

1971. Hæ etiam deteguntur, ſi, pro ſingulis Corporibus, Pondus, quod valet Reſiſtentiam *, dividatur per Corporis pondus; quotientes enim ſunt ut Retardationes *.

* 1937. * 1967. 1968. 156.

1972. Dum Corpus in Fluido retardatur, ſingulis momentis, cum mutatâ Velocitate, mutatur Retardatio; unde varia circa motum Corporis in Fluido continuatum, deducuntur, quorum quædam in Scholiis, huic Capiti ſubjunctis, demonſtramus; horum pauca hìc indicabo.

1973. *Sepoſitâ*, ut in ultimis Propoſitionibus, *Reſiſtentiâ ex partium Cohæſione, moveatur Corpus per Fluidum, percurret hoc Spatia æqualia, Temporibus inæqualibus, quæ erunt in Progreſſione geometricâ; in quâ eâdem Progreſſione, ſed inverſâ, ſunt Velocitates in initiis horum momentorum.*

1974. *Si Globus, aut Cylindrus rectus, juxta axeos directionem moveantur per Fluidum, Cylindri Longitudo, aut Globi Diameter, ſe habebunt ad Spatia, quibus percurrendo Corpora hæc reſpectivè dimidium Velocitatis amittunt, in ratione compoſitâ Denſitatis Fluidi ad Denſitatem Corporis, & numeri* 10000. *ad* 13863.

1975. *Corporis* autem, *quod in Fluido movetur, Retardatio* ab utrâque causâ Reſiſtentiæ pendet, & *eſt pro parte æquabilis* *, *pro parte ut Quadratum Velocitatis* *.

* 1961. * 1965.

Quod etiam ad Corpora adſcendentia & deſcendentia applicari poteſt. *Cor-*

Corpus Fluidoſpecificè gravius, quod adſcendit, aut Flui- 1976.
do ſpecificè levius, quod deſcendit, præter Retardationem, ex
inertiâ Fluidi oriundam *, *aliam æquabilem patitur*, non * 1965.
modo ex Cohæſione *, ſed præterea, in primo caſu, * 1962.
ex Gravitate reſpectivâ *, in ſecundo, ex Vi, quâ in *1491. 370.
Fluido ſurſum pellitur *. * 1476.

E contra, *ſi Corpus, ſpecificè Fluido, quo immergitur,* 1977.
gravius, deſcendat, aut Fluido levius adſcendat, continuò
acceleratur Vi, quæ valet differentiam Gravitatum ſpeci-
ficarum Corporis & Fluidi *; quæ Acceleratio, à Gra- * 1478. 1512.
vitate oriunda, æquabilis eſt * : minuitur hæc Retarda- * 370.
tione à Cohæſione oriundâ, ſed æquabiliter *, & eſt * 1962.
adhucdum æquabilis Acceleratio. Cum autem Retar-
datio ex ſecundâ causâ cum Velocitate creſcat, *minui-* 1978.
tur continuò Acceleratio; & Corpus magis ac magis accedit
ad Velocitatem quandam maximam determinatam, ad
quam tamen nunquam pertingere poteſt.

Illa verò *eſt Velocitas maxima, in quâ Retardatio Acce-* 1979.
lerationi æqualis eſt; ſi enim ad hanc pertingeret Cor-
pus, æquabiliter motum continuaret, Preſſionibus op-
poſitis ſeſe mutuò deſtruentibus.

Corpus Cylindricum hanc acquirit Velocitatem maximam, 1980.
in Vacuo cadendo ab Altitudine, quæ ſe habet ad Cylindri
Longitudinem, ſi hic juxta Axeos directionem in Fluido de-
ſcendat, aut ſi de Globo agatur, ad hujus Diametrum,
ut differentia Denſitatis Corporis, in Fluido moti, cum Fluidi
Denſitate ad hanc Fluidi Denſitatem *; *ſi* nempe *ſeponamus* * 1940. 1941.
Retardationem ex partium Cohæſione oriundam; quâ autem
poſitâ minor erit Altitudo à quâ, in Vacuo cadendo,
Corpus acquirit Velocitatem maximam, de qua agimus.

Relictis nunc motibus in lineis rectis, pauca etiam ad-
dam de motu Pendulorum. Aaaa Sit

1981. Sit ABD arcus Cycloidis, in quo Pendulum vibratur; B punctum infimum. Acceleratio ex Gravitate in puncto quocunque ut E, eſt ut EB *; ſed hæc à Cohæſione minuitur æquabiliter *; ſit hæc diminutio ut BF, Acceleratio erit nunc ut EF, & in A erit ut AF. Adſcenſu Corporis, Retardatio in G, à Gravitate oriunda, erit ut GB, à Cohæſione erit ut BF, & ex his cauſis conjunctis eſt ut GF; & in totâ Vibratione, ſepoſitâ aliâ Reſiſtentiâ, Corpus reſpectu puncti F movetur, ut in Vacuo agitaretur reſpectu B.

TAB. XLI. Fig. 2.

* 414.

* 1962.

Deſcenſum ideo vocabimus motum Penduli uſque ad F, & adſcenſum motum ultra punctum hoc; agam enim de Pendulis à parte A deſcendentibus.

1982. Ut autem demonſtremus, quæ obtinent, quando Pendulum etiam Reſiſtentiâ ex ſecundâ cauſâ retardatur, fingam Reſiſtentiam, quæ Retardationem generat in ratione Velocitatis; quaſdamque, hac poſitâ, propoſitiones demonſtrabo; quibus expoſitis, faciliùs patebunt, quæ locum habent, quando Retardatio eſt ut Quadratum Velocitatis.

1983. *Poſitâ* nunc *Retardatione in ratione ipſius Velocitatis, & Pendula duo, omnino ſimilia, in Cycloide oſcillata, inæquales peragant Vibrationes, eodemque momento cadere incipiant*; moveri inchoant Velocitatibus, quæ ſunt ut Arcus deſcenſu deſcribendi *; ſi hæ Impreſſiones primi momenti ſolæ conſiderentur, poſt Tempus quodcunque Celeritates erunt in eâdem ratione ac in principio; nam Retardationes, quæ ſunt ut ipſæ Velocitates, harum proportionem immutare nequeunt; ratio enim inter quantitates non mutatur, additione, aut ſubtractione, quantitatum in eâdem ratione *. Temporibus igitur

* 414.

* 16.17.18. El. V.

igitur æqualibus, utcunque inter movendum ex Reſiſtentiâ mutetur Corporis Celeritas, Spatia percurruntur, quæ ſunt ut Velocitates in principio *; id eſt, * 119.
ut Arcus deſcenſu deſcribendi: idcirco, poſt Tempus quodcunque, Corpora ſunt in horum Arcuum punctis reſpondentibus. In hiſce autem punctis Accelerationes ſunt in eàdem ratione quàm in principio *; & * 414.
ratio inter Celeritates, quæ ex Reſiſtentiâ non variatur, ex Acceleratione etiam nullam mutationem patitur. In adſcenſu motus Corporum retardatur, ſed, in punctis reſpondentibus, Retardationes ſunt in eâdem ratione, in quâ ſunt in deſcenſu Accelerationes. Ubique ergo, in punctis reſpondentibus, Celeritates ſunt in eâdem ratione. Cum autem, iiſdem momentis, Corpora ſint in hiſce punctis reſpondentibus, ſequitur motum amborum eodem momento deſtrui, id eſt, *iiſdem Temporibus Vibrationes abſolvi.* Spatia, in integris Vibrationibus percurſa, cum æqualibus Temporibus percurrantur, & cum, in ſingulis momentis, Velocitates ſint inter ſe in eâdem ratione, ſunt quoque in hac ratione; id eſt, *Arcus, integrarum Vibrationum, ſunt ut Arcus* 1984.
deſcenſu deſcripti, quorum dupla ſunt Arcus in Vacuo deſcribendi. Ergo *Defectus Arcuum, in Fluido deſcriptorum,* 1985.
ab Arcubus, in Vacuo deſcribendis, ſunt differentiæ quantitatum in eâdem ratione, & *ſunt ut Arcus deſcenſu deſcripti* *. * 16.17.El. V.

1986. *Creſcat* nunc *Retardatio in ratione duplicatâ Velocitatis & Vibrationes inæquales peragat Corpus pendulum, majores erunt magis diuturnæ*, propter Reſiſtentiam magis creſcentem quàm in caſu N. 1982.

1987. *Celeritates* tamen, *poſitis Arcubus non admodum inæqua-*

 libus,

libus, in Arcuum deſcriptorum punctis reſpondentibus, ſunt ubique quam proximè in eàdem ratione, & quidem *ratio-*
1988. *ne Arcuum deſcenſu deſcriptorum.* Si Retardatio eſſet in ratione Celeritatis, hæc proportio obtineret; nunc verò turbatur, propter majorem Reſiſtentiam in majori Vibratione, quâ motus in hac magis minuitur. Sed duplici ex causâ magis acceleratur. 1. Vibratio hæc
* 1986. major diutius durat *; Corpuſque diutius hæret in certo Spatio, quàm in Spatio reſpondenti in Vibratione minori; ideo per longius Tempus acceleratur. 2. Defectus Arcûs deſcripti, ab Arcu in Vacuo deſcribendo, major eſt, ſervatâ proportione, in Vibratione majori; quia in hac Retardatio magis differt à Retardatione in minori Vibratione, quàm in N. 1984. Puncta ergo reſpondentia, ſervatâ proportione, magis à Puncto F, in Arcu majori quàm in minori, diſtant, quamdiu in hoc Corpus deſcendit; major ideò, ſervatâ proportione, in illo datur Acceleratio; quia hæc eſt ut Corporis diſtantia à puncto F. Datur ergo compenſatio, & memorata proportio inſtauratur. In adſcenſu Corporis, duratio Retardationis concurrit cum ipsâ Retardatione ad hanc turbandam proportionem; ſed nunc minus in majori Arcu puncta reſpondentia, ſervatâ proportione, à puncto F diſtant, quàm in minori, & ex Gravitate minor, ſervatâ proportione, Retardatio datur; & ita jam, ſervata proportione, crevit differentia diſtantiæ punctorum reſpondentium à puncto infimo, ut ex hoc ſolo facilè compenſatio detur.

Retardationes, quæ ſunt ut Quadrata Celeritatum, ſunt igitur ubique, in punctis reſpondentibus, proximè ut Quadrata Arcuum deſcenſu deſcriptorum; &, in eadem

dem etiam erunt ratione ſummæ omnium Retardationum*; quæ ſunt *differentiæ inter Arcus deſcenſu & adſcenſu proximo deſcriptos.* Hæ ergo differentiæ, *ſi Vibrationes non fuerint admodum inæquales, ſunt quàm proximè ut Quadrata Arcuum deſcenſu deſcriptorum.* Hoc etiam cum Experimentis ſatis exactè congruit. *12. El. V. 1989.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Pendulorum Retardationibus inſtituuntur.

Arca AB tres Pedes longa, & Pedem unum lata 1990.
& altitudinis unius Pedis, Aquâ impletur; Lamellæ *i*; TAB. LXI. Fig. 3.
fixæ, & medio Arcæ reſpondenti, Pendulum *g p* ſuſpenditur. Conſtat hoc ex Filo æneo *g h*, ſeptem aut octo Pedes longo, & ex Globo plumbeo *p*, Diametri unius Pollicis cum ſemiſſe. Quando Pendulum quieſcit, diſtat Globus ab Arcæ fundo tribus Pollicibus. In P Globus major plumbeus, Diametri trium Pollicum, cum memorato Filo jungitur; ut Globus *p* in Aquâ minus retardetur.

Lamella memorata *i* ſeparatim in I exhibetur, firmatur hæc duabus cochleis in Lignum penetrantibus, & cum hac cohærent duæ minores Lamellæ L & M, perforatæ ut axem, circa quem Pendulum movetur, recipiant. Axis hic acutus eſt ab inferiori parte, ut axis Libræ, & hæret in ſolido æneo O, ipſi Filo Penduli juncto. Foraminibus inſeritur axis, ſublatâ Lamellâ M, quæ, iterum applicata, firmatur auxilio cochleæ *n*. Fig. 4.

Juxta latitudinem Arcæ, ſuper hujus ora, moveri poteſt Tabella lignea altitudinis circiter quinque Pollicum, cui applicantur Regulæ diviſæ æneæ, CD, CD, Fig. 3.

& Indices F, F, ad Angulos, à Pendulo deſcenſu & adſcenſu deſcriptos, menſurandos, methodo in N. 737. traditâ.

EXPERIMENTUM.

1991. Regulæ CD, CD, ita diſponantur, ut extremitates D, D Pendulo reſpondeant, quando hoc quieſcit, & ut inter illas extremitates diſtantia detur æqualis Diametro Fili ænei cui Corpora P, *p*, cohærent. Dimittatur Pendulum ſucceſſivè à variis Altitudinibus, quæ in ſingulis occaſionibus Indice notantur: deteguntur Altitudines ad quas Pendulum adſcendit, ſi variis vicibus ab eâdem Altitudine dimittatur, & Index alter mutetur, donec ad hunc Pendulum in adſcenſu appellat; ſed, remoto parum Indice, ad ipſum non pertingat.

Differentiæ Arcuum, adſcenſu & deſcenſu deſcriptorum, erunt proximè inter ſe ut Quadrata Arcuum deſcenſu deſcriptorum, ſi ad hoc attendamus, æqualiter Vibrationes ſingulas eſſe minuendas, propter Reſiſtentiam ex partium cohæſione.

Notandum autem Pendulum non eſſe dimittendum niſi quieſcente Aquæ ſuperficie.

SCHOLIUM I.

De Logarithmicâ.

Quæ in Scholiis ſequentibus, de Retardationibus Corporum, in Fluidis motorum, demonſtrantur, Lineæ Logarithmicæ proprietates pro fundamento habent. Formationem ideo hujus Curvæ, proprietateſque, quibus in ſequentibus indigemus, in hoc Scholio exponam.

1992. TAB. LXII. Fig. 1. Sit AB recta, & in hac partes infinitè exiguæ AD, DF, FH, &c. æquales inter ſe. Sint præterea ad AB, perpendiculares AC, DE, FG, HI, &c. infinitè parum differentes, & quæ ſint in Progreſſione continuâ geometricâ

metricâ. Si nunc Curva tranſeat per extremitates C, E, G, I, &c. erit hæc Logarithmica, cujus Aſymtotos erit A B, ad quam continuò Curva accedit, & ad quam nunquam pertingere poteſt.

Eadem datur ratio inter Ordinatas duas quaſcunque, ſi inter ipſas eadem detur diſtantia. A C ſe habet ad H I, ut L M ad R S, ſi diſtantia A H diſtantiæ L R fuerit æqualis. Ratio enim, quæ datur inter A C & H I, componitur ex rationibus A C ad D E, D E ad F G, & F G ad H I; ratio L M ad R S, componitur ex rationibus L M ad N O, N O ad P Q, & P Q ad R S: rationes componentes ſingulæ ſunt æquales inter ſe *; numeruſque rationum componentium, in utroque caſu, idem eſt; propter æquales diſtantias A H, L R: ergo & æquales ſunt rationes compoſitæ. Q. D. E. 1993. * 1992.

D E F I N I T I O 1.

Logarithmus Ordinatæ cujuſcunque dicitur Abſciſſa ipſi reſpondens, ubicunque initium Abſciſſarum ponatur. 1994.

D E F I N I T I O 2.

Diſtantia inter duas Ordinatas vocatur Logarithmus rationis, quæ inter ipſas datur. Eſtque differentia Logarithmorum ipſarum Ordinatarum. 1995.

Poſitis iterum A H & L R æqualibus, habemus

A C, H I :: L M, R S *; & dividendo * 1993.

A C — H I == T C, A C :: L M — R S == V M, L M *. Quare eſt * 17. El. V.

T C, V M :: A C, L M *. * 16. El. V.

Id eſt, *Ordinatæ ſunt inter ſe ut harum ſingularum differentiæ cum aliis Ordinatis, æqualiter ab his diſtantibus.* 1996.

In puncto quocunque C, Logarithmicæ C M, ductâ Tangente C T, quæ Aſymtoton ſecat in T, habetur *Subtangens* A T: & *eſt* hæc *conſtans in omnibus Curvæ punctis*; ductâque in M tangente M V, erunt æquales A T, L V. Ut hoc pateat ſint A D, L N, infinitè exiguæ, & æquales; ductiſque Ordinatis D E, N O, ſint E *c*, O *m*, ipſi A B parallelæ. Triangula C *c* E, C A T, ſunt ſimilia; ut & M *m* O & M L V; ergo TAB. LXII. Fig. 2. 1997. 1998.

C *c*, *c* E :: C A, A T, Altern. C *c*, C A :: *c* E, A T; etiam

M *m*, *m* O :: M L, L V, Altern. M *m*, M L :: *m* O, L V.

Sed C *c*, M *m* :: C A, M L*, & altern. C *c*, C A :: M *m*, M L; ergo & *c* E, A T :: *m* O, L V: ſed ſunt æquales *c* E, *m* O; idcirco & A T, L V. Quod demonſtrandum erat. * 1996.

Si, ſervatis Ordinatis A C, D E, F G, H I &c. ſervatâque æqualitate diſtantiarum A D, D F, F H, &c. diſtantiæ hæ augeantur, aut minuantur, manifeſtum eſt Logarithmicam mutari, Subtangentemque etiam mutari in eâdem ratione, in quâ diſtantiæ hæ mutantur; nam in triangulo C *c* E, ſervato latere C *c*, ſi mutetur *c* E, in Triangulo ſimili C A T, cujus latus C A ſervatur, in eâdem ratione cum *c* E mutabitur A T. 1999. TAB. LXII. Fig. 1. Fig. 2.

Etiam in eâdem ratione, in quâ ſingulæ diſtantiæ minores mutantur, mutantur ſummæ diſtantiarum quarumcunque: id eſt ut mutatur A D ſic & mutatur A H, Log. rationis A C ad H I; unde ſequitur, *in diverſis Logarithmicis Subtangentes eſſe inter ſe, ut ſunt Logarithmi rationum æqualium.* Fig. 1. 2000.

In Tabulis Logarithmorum, quas editas habemus, Logarithmus rationis 2001.

unius

Digitized by Google

unius ad decem eſt ipſa Unitas; & Logarithmi rationum intermediarum per fractiones decimales exprimuntur, eſtque Subtangens Logarithmicæ Tabularum o, 43429.44819.

SCHOLIUM II.

De Retardatione in genere.

2002. R*Etardatio*, & *Acceleratio*, *menſuratur*, *poſitis Momentis infinitè exiguis æqualibus*; Retardatio, quæ à primâ cauſâ pendet, æquabilis dicitur,
* 1962. quia diminutiones Velocitatis, æqualibus Temporibus, ſunt æquales *. Retardatio ex ſecundâ cauſâ dicitur ut Quadratum Velocitatis, quia diminutio-
* 1965. nes, in Momentis infinitè exiguis æqualibus, ſunt ut hæc Quadrata *.
2003. *In ſingulis* autem *Momentis*, *infinitè exiguis*, *Retardationes*, & *Accelerationes*, *durante hoc Momento*, *ſunt æquabiles*; nam in tali Momento mutatio in Actione reſpectivâ pro nullâ haberi poteſt; ergò, ſi momenta differant, erunt
2004. *Retardationes*, & *Accelerationes*, ut ipſa momenta; id eſt, *ſunt hæ in momentis infinitè exiguis inæqualibus*, *in ratione compoſitâ rationis Retardationum*,
* 2002. & *Accelerationum*, *poſitis Momentis æqualibus* *, & *rationis ipſorum Momen-*
* 2003. *torum inæqualium* *.
Quando Spatiola infinitè exigua ſunt æqualia, momenta quibus ſingula Spa-
2005. tiola percurruntur, ſunt inverſè ut Velocitates *, ergo *Retardationes*, & *Ac-*
* 120. *celerationes*, *quas Corpus patitur*, *percurrendo* ſingula talia *Spatiola æqualia*, *ſunt directè ut Retardationes*, *poſitis Momentis æqualibus*, & *inverſè ut Velo-*
* 2004. *citates* *.
2006. Ideo *in Retardatione ex primâ cauſâ*, *ſi Spatiola infinitè exigua fuerint*
* 1962. *æqualia*, *ſunt Velocitatis diminutiones inverſè ut Velocitates* *.
2007. *In Retardatione ex ſecundâ cauſâ ſunt Velocitatis diminutiones*, *in Spatiolis*
* 1965. *æqualibus*, directè ut Quadrata Velocitatum, & inverſè ut ipſæ Velocitates *,
2004. id eſt *directè ut Velocitates*.

SCHOLIUM III.

De Retardatione ex primâ Cauſâ.

2008. SIt A C Spatium, in quo Corpus totam amittit Velocitatem, quando
TAB. LXI. ex primâ cauſâ ſolâ retardatur, dum Velocitas in initio repræſentatur
Fig. 5. lineâ A D.
Dum Spatium hoc A C à Corpore percurritur, patitur hoc eaſdem mutationes, quibus ſubjicitur Corpus adſcendens, quod ſolâ retardaretur Gravita-
* 377. 1962. te, & quod ad Altitudinem A C adſcendendo, totam amitteret Velocitatem *.
Quadratum igitur Velocitatis in A ſe habet ad Quadratum Velocitatis in alio
* 389. 374. puncto quocunque B, ut A C ad B C *. Si ergo fuerit A D ad B E, in ratione ſubduplicatâ A C ad B C, repræſentabit B E Velocitatem in B. Datur

Digitized by Google

tur autem ratio hæc inter Ordinatas Parabolæ, quæ tranſit per C & D, poſitâ C extremitate Diametri AC *. * La Hire ſect. con. lib. 3. prop. 1.

Idcirco, *ſi Parabolæ Diameter repræſentat Spatium percurſum, Ordinatæ ad Diametrum Velocitates, in punctis quibuſcunque, deſignabunt, ſi Corpus ex ſolâ primâ causâ retardetur, aut aliam quamcunque retardationem æquabilem patiatur.* 2009.

Si ſpatiola A*a* & B*b*, infinitè exigua, fuerint æqualia, diminutiones Velocitatum DF, GE, erunt inversè ut ipſæ Velocitates AD, BE*; Si A*a* aut B*b* mutetur, mutatur in eâdem ratione DF aut GE; ergo *in Parabolâ, differentiæ infinitè exiguæ Ordinatarum vicinarum ſunt directè ut differentiæ Abſciſſarum reſpondentium, & inversè ut ipſæ Ordinatæ*: Quod etiam ex ſolâ conſideratione Parabolæ deduci potuiſſet. * 2006. 2010.

Si duo dentur Corpora, æqualibus Velocitatibus mota, quæ diverſas patiuntur Retardationes ex primâ causâ, aut in genere Retardationes diverſas æquabiles, ſunt Spatia, quibus percurrendo integræ Velocitates tolluntur, inversè ut Retardationes in Momentis æqualibus, ut hoc facilè deducitur ex demonſtratis de adſcenſu ſuper Planis inclinatis. Nam Velocitatibus æqualibus Corpora ad eandem adſcendunt Altitudinem ſuper Planis diverſis *; id eſt Spatia, quibus percurrendo integras amittunt Velocitates, ſunt ut Planorum Longitudines, poſitis Altitudinibus æqualibus: ſed in hoc caſu ſunt Preſſiones, quibus Corpora ſuper his Planis deſcendere conantur, quæ ſunt ut Velocitates eodem Tempore communicatæ, aut ſublatæ, in ratione inversâ Longitudinum *. Q. D. E. 2011. * 399. * 341.

S C H O L I U M IV.

De Retardatione ex ſecundâ Causâ.

S*I AB, Logarithmicæ Aſymtotos, Spatium à Corpore in Fluido percurſum repræſentat, poterunt Velocitates, in ſingulis punctis, Ordinatis repræſentari;* ſunt enim Velocitatum decrementa, in Spatiis infinitè exiguis æqualibus, AD, DF, FH, &c. ut ipſæ Velocitates *, & decrementa Ordinatarum AC, DE, FG, &c. ut ipſæ Ordinatæ *. 2012. TAB. LXII. Fig. 1. * 2007. * 1996.

Unde ſequitur, ſi Spatia fuerint æqualia, ut AL, LX, XB, Velocitates in punctis A, L, X, B, quæ deſignantur Ordinatis AC, LM, XZ, BK, eſſe in Progreſſione geometricâ *; ut notavimus in N. 1973. 2013. * 1993.

Sit AT Logarithmicæ Aſymtos; BY Logarithmica; BM ejuſdem continuatio, in ſitu contrario poſita. 2014. TAB. LXII. Fig. 3.

Si nunc ſumamus Ordinatam quamcunque, ut TYM; Logarithmus rationis TM ad AB eſt AT *, qui etiam eſt Logarithmus rationis AB ad TY; ſunt ergo in continuâ Proportione TM, AB, TY *: & Quadratum AB valet TM × TY *; ſuntque æqualia eidem Quadrato AB, ideoque inter ſe, Rectangula omnia ut TY × TM, SX × SL; PE × PG, &c. * 1995. * 1993. * 17. El. VI.

Idcirco creſcunt Ordinatæ, quæ Curvâ BM terminantur, ut minuuntur 2015.

 reſpon-

Digitized by Google

reſpondentes, quæ Curvâ BY terminantur; ſuntque primæ inverſè ut ſecundæ.

2016. Spatiola infinitè exigua Velocitate æquabili ſingula percurruntur; ſunt ergo Momenta, quibus talia Spatiola æqualia AC, CP, PQ, &c. percur-
* 120 runtur, inverſè ut Velocitates, quibus hæc ipſa percurruntur*; id eſt,
* 2012. inverſè ut AB, CD, PE, &c.*; aut directè ut AB, CF, PG &c.*;
* 2015 * 1996. quæ ſunt ut differentiæ, B*b*, F*f*, G*g* &c.*.

Totum igitur Tempus, quo linea ut AQ percurritur, omnibus hiſce differentiis conjunctim repræſentatur, id eſt, lineâ NH; eodem modo OM repræſentat Tempus, quo QT percurritur: ſi vero Spatia AQ, QT,
* 1996. fuerint æqualia, erit NH ad OM, ut QH ad TM*; id eſt, inverſe ut
* 2015. * 1993. QK ad TY*, aut AB ad QK*.

2017. Tempora ergo, quibus Spatia æqualia ſucceſſivè percurruntur, ſunt inverſè ut Velocitates in fine, aut inverſè ut Velocitates in initiis Spatiorum, ut monuimus in N. 1973.

2018. Ponamus iterum Corpus, quod in lineâ AB movetur, & ex ſecundâ cau-
TAB.LXII. ſâ ſolâ retardatur; ſit AC Velocitas in A, & CM Logarithmica, quæ in
Fig. 2. aliis punctis Velocitates determinat*; ut hac Curvâ, & Tabulis, utamur
* 2012. in computationibus, neceſſe eſt, ut determinemus magnitudinem Subtangentis Logarithmicæ, quæ uſu venire poteſt in caſu quocunque propoſito; aut, quod idem eſt, debemus determinare, in Figurâ datâ quacunque, quodnam Spatium Subtangente repræſentatur.

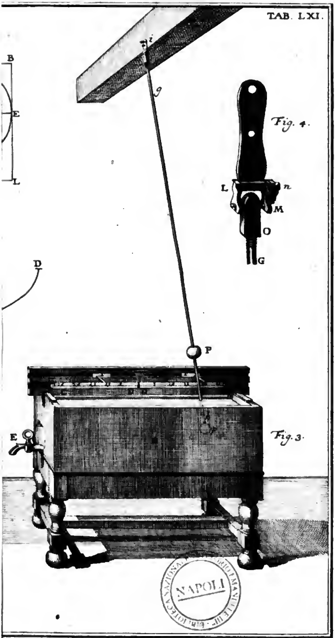
Ponamus AC eſſe Velocitatem, quâ ſi Corpus in Fluido feratur, Reſiſtentia ex ſecundâ cauſâ ipſi ponderi Corporis æqualis ſit.

2019. Ergo Corporis pondus, id eſt, *Preſſio ex Gravitate*, *qua* Corpus adſcendens retardat, *æqualis eſt Preſſioni*, quam Corpus, de quo agimus, *ex Reſiſtentiâ ex ſecundâ cauſâ* patitur. Preſſiones hæ ambæ immediate Corpus transferunt, quando in hoc agunt: ergo *æqualiter eundem Motum ejuſdem Corporis* mutare poſſunt; eſtque Retardatio, quam Corpus in Fluido patitur in primo Momento, æqualis Velocitati, quam in Momento æquali Corpus adſcendens, & quod Gravitate *retardatur*, amittit.

2020. Sit nunc C*c* Retardatio, quam Corpus patitur percurrendo AD, erit C*c* Velocitas, quam Corpus amittit, adſcendendo ad Altitudinem AD, quando Gravitate retardatur. Concipiamus nunc Parabolam deſcriptam, cujus Axis ſit in AB, & quæ per puncta C & E tranſeat, id eſt, eandem habeat Tangentem CT cum Logarithmicâ, quæ per C & E tranſit, & cujus Aſymtos eſt AB.

Ordinatæ Logarithmicæ hujus deſignabunt Velocitates Corporis in Flui-
* 2012. do moti, cujus Velocitas in A eſt AC*: & AX Axis Parabolæ, cujus Vertex eſt X, demonſtrabit Altitudinem, ad quam Corpus, Velocitate AC in altum projectum, & ſolâ Gravitate retardatum, poteſt adſcen-
* 2009. dere*; igitur XA, *dimidium Subtangentis* AT*, *deſignat Altitudinem à*
2021. *quâ Corpus in vacuo cadendo acquirit Velocitatem*, *quâ ſi Corpus per Fluidum*
* *la Hire ſect. con. lib. 2. prop. 20.* *moveatur*, *Reſiſtentiam patitur ponderi ipſius Corporis æqualem*, quæ Altitudo datur*.
* 1940. Hiſce poſitis ſequentia ſponte ſequuntur. Sit AL ſpatium à Corpore percurſum.

Ut



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III · NAPOLI
Digitized by Google

Ut AX, *Altitudo, à quâ Corpus, in Vacuo cadendo, acquirit Velocitatem,* 2022.
quæ dat Reſiſtentiam Ponderi Corporis æqualem, ad AL, *ſpatium à Corpore*
in Fluido percurſum, ita dimidium Subtangentis Tabularum, id eſt AX, nu-
meris Tabularum expreſſa, ad AL iiſdem numeris deſignatam, id eſt, ut
0, 21714. 72409. * *ad Logarithmum rationis inter Velocitates in initio & in* * 2001.
fine Spatii *. * 2012.

Numeri quicunque in Tabulis, quorum Logarithmorum differentia eſt 2023.
Logarithmus Rationis detectus, ſunt inter ſe ut hæ Velocitates *. * 1995.

Eâdem hac Regulâ, datâ ratione inter Velocitates in initio & fine Spatii 1993.
percurſi, detegitur Spatium hoc. 2024.

Logarithmus rationis 2. ad 1. habetur, ſubtrahendo ex Log. numeri 2025.
duo 0, 30102. 99957. Log. 0. Unitatis; ergo ut 0, 21714. 72409, ad 0,
30102. 99957, id eſt, ut 10000000000. ad 13862945972, ita Altitu-
do, a quâ, in Vacuo cadendo, Corpus acquirit Velocitatem, quæ dat
Reſiſtentiam ponderi æqualem, ad Spatium, in quo Corpus dimidium Ve-
locitatis amittit *. Congruit hoc cum indicatis in N. 1974. * 2021.

Si in puncto quocunque Retardatio ex ſecundâ cauſâ fiat æquabilis, Spatium 2026.
in quo tota deſtruitur Velocitas dimidiatâ Subtangente repræſentatur, ut ſe-
quitur ex demonſtratione N. 2019., quæ & hic applicari poteſt; cùm au-
tem Subtangens conſtans ſit *, ſequitur etiam in Fluido homogeneo, quale * 1997.
in his ubique ponimus, Spatium illud non mutari, quomodocunque varie-
tur Velocitas; & hoc *æquari Altitudini à quâ, in Vacuo cadendo, Corpus ac-*
quirit Velocitatem, quâ poſitâ, Reſiſtentia ponderi æqualis eſt *. * 2021.

S C H O L I U M V.

De ambabus Retardationibus conjunctim.

SIt AM linea, quam Corpus in Fluido percurrit; ſit hæc Aſymtos Lo- 2027.
garithmicæ ISP, cujus AI eſt Ordinata; ſit præterea GFB Parabola, TAB.
cujus Axis eſt IB; Vertex B; Ordinata GI, parallela AM; Parameter LXII.
BI. Si AB fuerit ad BI, ut Retardatio ex primâ cauſâ ad Retardationem Fig. 4.
ex ſecundâ in puncto A, poterit Velocitas in puncto quocunque, ut C,
determinari. Nam ſi in hoc puncto detur CD, ad AM perpendicularis,
Ordinata Logarithmicæ, & per D ducta ſit DF ad IG & AM parallela,
erunt GI & FE, ut Velocitates in punctis A, & C, ſi Logarithmica ritè
determinata ſit; de quâ determinatione ſtatim agam.

Ut hoc demonſtremus ponimus A*a* & C*c* infinitè exiguas, & æquales; ſi 2028.
Velocitates, in punctis *a* & *c*, ut in puncto C determinentur, erunt hæ KH
& *ef*; decrementa ergo Velocitatum, dum ſpatia æqualia A*a*, C*c* percur-
runtur, ſunt G*g* & FL; demonſtrandum, ſi G*g* reſolvatur in duas partes
quæ ſint ut AB ad BI, FL poſſe reſolvi in duas ita, ut partes primæ utri- * 2006.
uſque decrementi ſint inverſè ut GI ad FE *, & ſecundæ directè in eâdem * *La Hire*
ratione GI, aut BI * (quia hæc eſt Parabolæ Parameter), ad FE *: id eſt, *ſect. con.* lib. 3. prop. 2.
debe- * 2007.

debemus probare Gg ſe habere ad FL, ut $\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$ ad $\frac{AB}{FE}+\frac{FE}{GI}$.

* 2010. Hæc autem eſt demonſtratio; Gg, FL : : $\frac{IK}{GI}$, $\frac{Ee}{FE}$ *; ſed IK, Ee : : AI,

* 1996. AE *; ergo Gg, FL : : $\frac{AI}{GI}=\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$, $\frac{AE}{FE}=\frac{AB}{FE}+\frac{BE}{FE}$.

* *La Hire ſect. con.* lib. 3. prop. 2. Verùm $\frac{BE}{FE}=\frac{BE\times FE}{FE\times FE}=\frac{BE\times FE}{BE\times BI}$ * $=\frac{FE}{BI}=\frac{FE}{GI}$ propter æquales BI, GI : Ergo Gg, FL : : $\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$, $\frac{AB}{FE}+\frac{FE}{GI}$. Quod demonſtrandum erat.

Spatium in quo Corpus totam amittit Velocitatem eſt BP, aut AQ, in
* 2017. puncto enim Q Velocitas nulla eſt *.

2029. Ut nunc ipſam Logarithmicam determinemus, & hæc Figura computationi inſerviat, Spatium, datâ lineâ repræſentatum, determinandum eſt; ut & ratio quæ datur inter IB & BA; ad quæ ſine Experimentis, circa ipſas Retardationes inſtitutis, pervenire non poſſumus.

2030. Ponimus ergo Experimento detectum fuiſſe Spatium AQ, *in quo Corpus totam amittit Velocitatem*; quo *Spatio dato*, ratio inter AB & BI, quæ eſt *ratio Retardationum* in puncto A, nempe *in initio*, *detegi poteſt*, ſequenti modo.

2031. Velocitas in A lineâ GI, aut BI ipſi æquali, repræſentatur; & Retardatio, dum Spatium A*a* percurritur, eſt Gg, ut vidimus; hæc (prop-
* *La Hire ſect. con.* lib. 1. prop. 10. ter Subtangentem Parabolæ duplam Abſciſſæ BI *, ideoque duplam GI) dimidium eſt ipſius *g*H, aut *ik*.

Logarithmicam ISP tangit linea I*k*O; ſumtâ AM duplâ AO, ductâque IM, quæ ſecat *ki* in *m*, erit *ki* dupla *mi*, quæ ergo Gg æqualis eſt, Retardationemque repræſentat.

Sit ad AI parallela MT; quam in N ſecat BP producta; ita ut æquales ſint AB, MN, ut & BI, NT; ductâ ergo IN, quæ *mi* ſecat in *n* erit AB, ad BI, id eſt, prima Retardatio ad ſecundam in puncto A, ut *mn*, ad *ni*; repræſentant idcirco hæ ſeparatim utramque Retardationem; nam ſumma Retardationes conjunctim deſignat.

Eſt nunc *ni* Retardatio, quam Corpus, dum BI, quæ GI æqualis eſt, Velocitatem in A exprimit, ex ſecundâ cauſâ ſolâ patitur. Si igitur concipiamus Logarithmicam IR, cujus Aſymtos ſit BN, & quæ tranſeat per I & *n*, deſignabit PR Velocitatem quam Corpus, ſi ex ſolâ ſecundâ cauſâ retardaretur, ſuperſtitem haberet, percurrendo Spatium, Experi-
* 2012. mento detectum, AQ, aut BP *; poteſtque ratio inter BI & PR detegi *.
* 2022. Subtangens Logarithmicæ IR eſt BN, aut AM dupla AO, quæ eſt Subtangens Logarithmicæ IP.

Si ergo AQ, æqualis BP, Logarithmo rationis BI ad PR, in duas par-
* 2000. tes æquales dividatur in V, & VS datur perpendicularis ad AQ, erit BI ad PR, ut AI ad VS *. Sunt autem in continuâ Proportione AI, VS,

QP *; ergo AI^q ad VS^q, id eſt, BI^q ad PR^q, ut AI ad QP, aut AB; * 1993.
& dividendo

$$BI^q - PR^q, PR^q :: AI - AB = BI, AB.$$

Quod ſic enuntiari poteſt: *ut Quadratum Velocitatis Corporis in initio minus Quadrato Velocitatis, quam, ſi Corpus ex ſolâ ſecundâ cauſâ retardaretur, ſuperſtitem haberet, poſt percurſum Spatium, in quo, dum ex ambabus cauſis retardatur, totum motum amittit, ad hoc ultimum Quadratum, ita Retardatio ex ſecundâ cauſâ ad Retardationem ex primâ, in primo momento motûs.* 2032.

His præmiſſis, computatione detegimus Velocitatem in puncto quocunque dato lineæ AQ, ut C. 2033.

Quærimus in numeris Tabularum Logarithmum rationis BI ad PR*, qui eſt Logarithmus rationis AI ad VS; ſi hic duplicetur habemus numerum qui repræſentat AQ, ſi ponamus ISP eſſe Logarithmicam Tabularum: demonſtrata enim Logarithmicam quamcunque applicari poſſunt; Dicatur hic numerus *L*. * 2022.

Ut ſpatium AQ, in quo Corpus totum motum amittit, ad Spatium datum AC, id eſt, AQ ad AC, ita *L* ad Logarithmum rationis AI ad CD aut AI ad AE: qui ergo datur, poteſtque deſignari litterâ *M*.

Sumto nunc ad libitum numero, qui deſignat AI, Log. AI — *M* erit Log. numeri qui deſignat CD*, aut AE. Log. AI — *L* eſt Log. numeri, qui deſignat QP, aut AB: quos numeros determinamus: dantur ergo tres numeri, qui ſunt inter ſe ut AI, AE, AB; quare ex primis duobus ſubtracto ultimo, reſtant numeri, qui ſunt ut BI ad BE, id eſt, ut Quadrata Velocitatum in A & C*, in initio & puncto dato. * 1995. * 1027.

Operatione contrariâ, datis Velocitatibus GI & FE, & Spatio AQ, in quo Corpus totam amittit Velocitatem, detegitur punctum C. Nam datâ AQ, detegitur ratio inter BI & BA*; ſumtoque numero qui Velocitatem GI, æqualem BI, exprimit, datur BA; ſed ut GI^q ad FE^q ita BI ad BE, datur ergo numerus qui lineam hanc exprimit; ideoque numeros determinamus, qui ſunt inter ſe ut AB, AE, AI. Ex demonſtratis autem conſtat * differentiam Log. AI, AB, ad differentiam Log. AI, AE, ita AQ ad AC, ſpatium percurſum, quod ergo detegitur. *La Hire ſect. con.* lib. 3. prop. 1. 2034. * 2032. * 2018.

Determinatur etiam CQ, Spatium in quo Corpus amittit totum Motum, datâ aliâ Velocitate FE in initio, ſubtrahendo nempe AC ex AQ. 2035.

Poſuimus Experimento detectum fuiſſe ſpatium AQ, in quo Corpus totam amittit Velocitatem, quando in A, id eſt, in initio, habet Velocitatem, cum quâ ipſum Experimentum fuit inſtitutum. Si verò, datâ aliâ Velocitate, Experimentum fuiſſet tentatum; tali ex. gr., quæ ſe haberet ad Velocitatem in initio, ut FE ad GI, eaſdem computationes inire poſſemus *. 2036. * 1942.

Spatium Experimento detectum eſt CQ. Si ponamus IR eſſe Logarithmicam Tabularum, cùm BI ſit æqualis GI Velocitati in A, detegimus numerum Tabularum qui exprimit XP*, aut CQ; hic numerus exprimit dimidiatam CQ, ſi agatur de Logarithmicâ IDP*; duplicato igitur nume- 2037. * 2022. * 2000.

ro habemus C Q, Log. rationis inter C D & Q P, id eſt, A E & A B. Cum verò detur ratio inter F E & G I, datur etiam ratio inter B E, B I, quæ illius eſt duplicata; ex quibus deducimus numeros qui ſunt ut B I ad A B, ut in N. 2031.

Si nunc concipiamus, datâ Velocitate G I, ſolam locum habere Retardationem ex ſecundâ cauſâ, hancque æquabilem fieri, datur Spatium in quo
* 2016. 2038. tota deſtruitur Velocitas *; hoc autem Spatium ſe habet ad *Spatium, in quo,*
* 2011. *ſolâ Reſiſtentiâ ex primâ cauſâ, tota Velocitas deſtruitur*, ut A B ad B I *;
* 2032. quæ ratio cum detur *, etiam *determinamus* Spatium hoc. *Spatia* autem *hæc,*
2037. *in diverſis Fluidis, ſunt inversè ut partium Cohæſiones* *.
2039.
* 2011.

SCHOLIUM VI.

De Corporibus in altum projectis.

2040. Corpus, *Fluido ſpecificè gravius, quod in hoc in altum projicitur, tribus ex cauſis retardatur*, ex Gravitate, & ambabus cauſis in hoc Capite expli-
* 377. 1961. catis. Retardatio ex Gravitate, & ex primâ cauſâ, ſunt ambæ æquabiles *,
2041. & conjunctæ æquabilem tantum efficiunt Retardationem; quare & *hîc applicari poſſunt, quæ in ſuperiori Scholio demonſtrata ſunt.*

2042. *Si* ergo *unico Experimento conſtet, ad quam Altitudinem Corpus in Fluido, datâ Velocitate, adſcendit*, ſequentia Problemata ſolvuntur.

1. *Detegitur Altitudo, ad quam, datâ aliâ Velocitate quacunque, Corpus ad-*
* 2035. *ſcendere poteſt* *.

2043. 2. *Datâ Velocitate in initio, detegitur Velocitas in puncto dato* *.

* 2033. 3. *Detegitur, datâ Velocitate, Spatium, in quo*, ſepoſitâ Reſiſtentiâ ex ſe-
2044. cundâ cauſâ, *ſolâ Retardatione ex Gravitate reſpectivâ & Cohæſione conjunctim,*
* 2038. *Corpus Motum ſuum amitteret* *.

2045. 4. *Detegitur Spatium in quo Corpus*, datâ Velocitate motum, *ex ſolâ Cohæſione Motum amitteret.*

2046. Nam cùm Velocitas detur, datur Altitudo, ad quam Corpus in Vacuo adſcendere poteſt; eſt hæc ad Altitudinem ad quam in Fluido Corpus, dum ſolâ Gravitate reſpectivâ retardatur, adſcendit, ut Gravitas hæc reſpectiva
* 2011. eſt ad pondus integrum *.

Eſt verò Altitudo hæc ultima ad Altitudinem, ad quam adſcendit Corpus, dum Gravitate reſpectivâ & Cohæſione retardatur, quæ Altitudo
* 2044. etiam datur *, ut Retardatio ex his ambabus cauſis ad Retardationem ex
* 2011. ſolâ Gravitate reſpectivâ *.

2047. Idcirco dividendo *ut differentia harum Altitudinum ad ultimam, ita Retardatio ex Cohæſione ad Retardationem ex Gravitate reſpectivâ*; & in eâdem ratione Altitudo dum ſola Gravitas reſpectiva retardat, ad Spatium, in quo
* 2011. ſolâ Cohæſione Motus perit *.

2048. 5. Tandem, *datâ Velocitate, detegimus Spatium, in quo Corpus in Motu horizontali, dum Cohæſione & Inertiâ retardatur, Motum amitteret.* Quod diſtinctius explicandum eſt.

Datur

Datur in præcedenti computatione ratio inter Retardationem ex Cohæſione 2049.
ne & Retardationem ex Gravitate reſpectivâ *. Datur idcirco ratio inter * 2047.
primam harum & ipſarum ſummam. Datur quoque Altitudo, ad quam
datâ Velocitate, Corpus adſcendit, dum totum motum amittit, quando ex
hiſce duabus cauſis, ut & Inertiâ, retardatur *; unde deducimus rationem, * 2042.
quæ datur inter Retardationem ex Cohæſione & ex Gravitate reſpectivâ
conjunctim, id eſt, inter dictam ſummam, & Retardationem ex Inertiâ *. * 2032.
Ratio quæ ex his ambabus rationibus componitur, illa eſt, quæ datur inter Retardationem ex Cohæſione & Retardationem ex Inertiâ. Si hæc referamus ad figuram Scholii præcedentis, datur ratio inter AB & BI, TAB.
poſitâ GI Velocitate, de quâ agitur; & quæritur AQ. Poſſet quidem LXII.
FE haberi pro Velocitate propoſitâ, in quo caſu ex ratione, inter BE Fig. 4.
& FE, Parameter BI Parabolæ detegenda foret; ſed determinatæ ſeſe adſtringere Figuræ inutile eſt.

Ex notâ ratione inter AB & BI deduci poteſt ratio BI ad PR *; quâ * 2031.
datâ detegitur BP *, aut AQ. * 2032.

Corpus Fluido ſpecificè levius, eodem modo in hoc ſurſum fertur, ac 2050.
gravius Fundum petit; quare demonſtrata in hoc Scholio, ad Corpora Fluidis ſpecificè leviora, & in his motu impreſſo deſcendentia, referri poſſunt.

S C H O L I U M VII.

De Corporibus in Fluidis cadentibus.

C*orpus, quod in Fluido ſponte cadit, continuò æquabiliter acceleratur* *, *ſed* 2051.
interea Reſiſtentiam patitur, quæ eſt ut Quadratum Velocitatis *. * 370. 1961.
Quæ motum hunc ſpectant etiam Parabolâ, & Logarithmicâ, exhibentur. * 1965.

Sit QAR Logarithmicæ BDH Aſymtos; Ordinata hujus Curvæ ad 2052.
Aſymtoton perpendicularis AB; quæ etiam eſt Axis Parabolæ BFQ, cujus Parametrum ponimus AB, & Verticem in B. TAB. LXII.

Si AR repræſentet Spatium cadendo percurſum, poſito in A puncto ex Fig. 5.
quo Corpus demittitur, determinatur Velocitas in puncto quocunque ut C, ductâ CD ad AB parallelâ, & per D ad RAQ parallelâ DEF; Velocitatem quæſitam deſignabit Parabolæ Ordinata EF, dum AQ Velocitatem maximam exprimit, ad quam Corpus non pertingit, niſi poſt percurſum Spatium AR in infinitum productum.

Hæc patebunt ſi, ſumtis ad libitum Spatiolis, æqualibus, infinitè exiguis, Cc, Gg demonſtremus augmenta Velocitatum, quæ hic fL & kM exprimunt, eſſe inter ſe inversè ut lineæ FE & KI, quas Velocitates exprimere dicimus, ſublatis partibus, quæ ſunt ut ipſæ hæ lineæ FE & KI *. * 2065. 2007. 2051.

fL;

* 2010. * 1996. $fL, kM :: \frac{Be}{FE}, \frac{Ii}{KI}$ * $:: \frac{CD}{FE} = \frac{BA}{FE} - \frac{BE}{FE}, \frac{GH}{KI} = \frac{BA}{KI} - \frac{BI}{KI}$ *;

* *La Hire ſect. con. lib. 3. prop. 2.* Sed $BE \times BA = FE \times FE$ *; ergo $\frac{BE}{FE} = \frac{FE}{BA}$. Eodem modo $\frac{BI}{KI} = \frac{KI}{BA}$. Idcirco

$$fL, kM :: \frac{BA}{FE} - \frac{FE}{BA} . \frac{BA}{KI} - \frac{KI}{BA}$$

Quod demonſtrandum erat.

2053. Ut Figurâ hac in computatione utamur, Velocitas maxima, ad quam Corpus pertingere poteſt, & quæ Q A repræſentatur, determinanda eſt:

Quærimus igitur Velocitatem, quâ conceſſâ, Retardatio ex ſecundâ cauſâ Accelerationi, ex Pondere reſpectivo, demtâ Retardatione ex primâ cauſâ, æqualis eſt; hæc enim eſt uniformis Acceleratio, quæ, Retar-
* 1979. datione ex ſecundâ cauſâ, deſtruenda eſt, ut Acceleratio ceſſet *.

2054. Hic iterum Experimento indigemus; detur idcirco Altitudo, ad quam, in Fluido, Corpus, datâ Velocitate quacunque, adſcendit; ex hac notâ, elicimus rationem inter Accelerationem ex Pondere reſpectivo & Retar-
* 2047. dationem ex Cohæſione *; ideoque rationem Accelerationis hujus ad hanc ipſam, demtâ Retardatione ex Cohæſione: eſtque hæc ratio ipſa. quæ datur inter Altitudinem, à quâ Corpus in Vacuo cadendo acquirit Velo-
* 1937. citatem, quæ dat Reſiſtentiam ponderi reſpectivo æqualem, quæ Altitudo
1938. datur *, & Altitudinem à quâ Corpus, in Vacuo cadendo, acquirit Ve-
* 374. 1955. locitatem quæſitam Q A *.

2055. Hac autem detectâ Altitudine, detegimus etiam aliam à quâ nempe Corpus in Fluido cadendo, ſepoſitâ Reſiſtentia ex ſecunda cauſâ, hanc eandem Velocitatem Q A acquireret; eſt enim Altitudo in Vacuo ad Altitudinem in Fluido, ut Retardatio ex pondere reſpectivo, demptâ Retarda-
* 2011. tione ex Cohæſione partium, ad Retardationem ex integro pondere *. Concipiamus hanc Altitudinem repræſentari lineâ B A, *b* O deſignabit Velo-
* 2009. citatem, eodem modo cadendo ab Altitudine B *b*, acquiſitam *.

2056. Præterea debemus determinare Spatium, notâ quadam portione rectæ A R, deſignatum; quod fiet ſi ad hoc attendamus; in principio caſus Corpus accelerari pondere reſpectivo, demtâ Retardatione ex primâ cauſâ, quia hæc Acceleratio æquabilis eſt; non autem retardari ex ſecundâ cauſâ, quia Velocitas nulla eſt; ideoque Velocitatem *b* O, in primo momento infinitè exiguo, cadendo ab Altitudine quæ A *a* repræſentatur, acquiri ut in motu indicato, cadendo per B *b*; repræſentantque idcirco B *b*, & A *a*, in his lineis diverſis, Spatia æqualia: ſed eſt B *b* ad A *a*, aut *b* N, ut B A ad A P, Logarithmicæ ſubtangentem; deſignant ergo etiam B A & A P Spatia æqualia; Spatiumque, ſubtangente repræſentatum,
2057. eſt *Altitudo, à quâ Corpus in Fluido cadendo, ſepoſitâ Reſiſtentiâ ex inertiâ, Velocitatem maximam acquirere poteſt.*

Ubi

Ubi nunc Tabulis utendum eſt, patet, Altitudinem hanc *ſe habere ad Altitudinem quamcunque datam*, A G, *ut Subtangens Tabularum* 0, 43429, 2058.
44819. * *ad numerum in Tabulis, qui Altitudinem datam exprimit. Numerus hicce eſt Logarithmus rationis* B A & G H, quæ ergo ratio datur; quare etiam datur ratio A B & B I, quæ eſt ratio *Quadratorum* Velocitatum A Q & I K *; id eſt, *Velocitatis maximæ & Velocitatis, quam Corpus in Fluido revera acquirit, cadendo ab Altitudine datâ* A G *.

* 2001.

* *La Hire ſect. con.* lib. 3. prop. 3.

* 2052.

SCHOLIUM VIII.

Illuſtratio quorundam quæ ad retardationem ſpectant.

Varia circa Retardationes illuſtranda ſunt, quæ, dum ex ante demonſtratis ſequuntur, non tamen bene inter ſe, aut cum ante demonſtratis, convenire videntur, ſaltem primo intuitu; quos ut removeam ſcrupulos, & ipſis ſublatis, magis, mutuâ omnium partium convenientiâ, confirmentur & Virium & Retardationum Theoriæ, Scholium hoc reliquis addere neceſſarium duxi.

Scrupulus primus ſpectat quod diximus in N°. 2003., Retardationem & Accelerationem, in ſingulis Momentis infinitè exiguis, durante Momento, eſſe æquabiles; difficultas autem datur reſpectu Accelerationis, & ſpectat convenientiam hujus Propoſitionis cum demonſtratis de Viribus inſitis. 2059.

Concipiamus Corpus quieſcens in Fluido agitato; hoc illi in Momento primo, infinitè exiguo, Velocitatem, infinitè exiguam, communicat: Dividatur Momentum in duas partes æquales, in ſingulis partibus æqualis communicatur Velocitas, propter Accelerationem æquabilem; id eſt, in primâ parte unicus gradus, infinitè exiguus, Vis, & in ſecundâ tres ſimiles gradus communicantur Corpori *; licet Actio reſpectiva non aucta fuerit, quod impoſſibile videtur. 2060.

* 753.

Ut hunc tollamus ſcrupulum diſtinguendum dicimus inter Actiones abſolutas & Actiones reſpectivas. Dum has conſideramus, in caſu de quo agitur, æquales ſunt gradus Velocitatis, qui in partibus æqualibus momenti, infinitè exigui, communicantur, propter non ſenſibiliter mutatam Actionem reſpectivam; etiam, ad Motus reſpectivos attendendo, non major Vis in ſecundâ parte quàm in primâ, ipſius Momenti, Corpori imprimitur: Corpus, cui ſuperadditur gradus unus Velocitatis, unicum gradum Vis acquirit in Nave, in qua Corpus quieſcebat, quacunque Velocitate hæc feratur. 2061.

In examine autem Actionum abſolutarum non tantum Actiones reſpectivæ, ſed & abſolutæ, conſiderandæ veniunt; ut hoc antea demonſtravimus, ubi de Colliſionibus egimus *. Corpus A Velocitate *a* motum, in Corpus B incurrens, majorem huic communicat Vim, ſi B ad eandem partem cum A feratur, quàm ſi quieſceret *, licet Velocitas reſpectiva in illo 2062.

* 995.

* 996. 997. caſu 998.

caſu minor ſit, ſi modo Velocitas Corporis B certum limitem non excedat. Diverſa eſt Actio in Corpus pro diverſâ Vi, qua jam gaudet, & impoſſibile ſi videatur, Corpus idem, eodem modo motum, in idem Corpus incurrens, majorem huic communicare Vim in certo caſu, in quo Velocitas reſpectiva eſt minor, ad non bene intellectam Virium Theoriam illud referendum eſt; quod enim Experimentis immediatè probatur, ad impoſſibilia minime referri poſſe clarum eſt; ſed rem ipſam ſatis illuſtra-
* 1002. vimus *.

2063. Quando ex Cauſis Effectus determinare ſuſcipimus, ad hos integros debemus attendere. Ubi de Actione reſpectivâ agitur, Effectui reſpectivo integro proportionalis illa erit; ſi Actio ſit abſoluta, omnem Effectum quemcumque conſiderare debemus; & omnibus Effectibus junctis Cauſa reſpondet.

Ad Fluidorum Actiones hæc referri debere clarum eſt; & cum Actionum reſpectivarum, & abſolutarum, mutationes non eandem ſequantur rationem, etiam in Effectibus reſpectivis, & abſolutis, eandem rationem locum habere non poſſe clare patet.

2064. Scrupulus ſecundus, in hoc Scholio removendus, ſpectat Retardationem
* 1961. ex primâ cauſâ, quam æquabilem eſſe demonſtravimus *; unde ſequitur ex
* 1896. Actione, à Cohæſione partium oriundâ, quam ſuperius explicavimus *, æquali Tempori, æqualem Corpori quieſcenti communicari Velocitatem,
* 1955. quacunque Velocitate Fluidum in hoc incurrat *.
1962. Hæc autem convenire non videntur cum ante demonſtratis: vidimus enim Corpus, ex Actione à partium Cohæſione oriundâ, quando in Loco
* 1888. retinetur, pati Preſſionem, quæ ad inſtar Velocitatis augetur *; & circa
1911. Preſſionem in genere demonſtravimus, hanc Corpori quieſcenti, in momento determinato, infinitè exiguo, communicare Velocitatem, quæ ipſius
* 133. 355. Preſſionis rationem ſequitur *.

2065. Fundamentum ratiocinii, quo hanc tolli credimus difficultatem, ſuperius
* 1956. indicavimus *, ipſum nunc ratiocinium clarius explicabimus.

Diximus diſtinguendum inter Preſſionem, quæ immediatè Corpus transfert, & Preſſionem quæ non immediatè Corpus transfert. De primâ agitur in N°. 133., & ipſius demonſtratio non poteſt applicari ad caſum, in quo Preſſio, quæ ſeparat particulas, ita agit, ut & eodem Tempore Obſtaculum transferre debeat.

Hæc actiones, toto cœlo diſtinctas, exſerit, pro ut in Obſtacula immobilia aut mobilia, majora, aut minora, agit. Ut autem, quæ hoc genus Preſſionum ſpectant, determinemus, quæ ſequuntur conſideranda erunt.

TAB. LXII. Actio Fluidi in Corpus, ex Cohæſione partium oriundâ, analoga &
Fig. 6. ſimilis eſt Actioni, quam Corpora ut A, B, Filo juncta, in Corpus C exſerunt, dum ad latera hujus tranſeunt, Filumque, Actione ſuâ in C,
* 1896. frangunt *.

Corpora A & B, quamdiu partes Fili cohærent, premunt punctum C; Filo fracto ceſſat Preſſio; ſed ſi ſtatim, eodem modo, alia duo ſimilia D & F, premant, & poſt hæc G & H, &c. dabitur Preſſio, quæ à Preſſione Fluidi, ex Cohæſione oriundâ, non differt. Satis ergò erit demonſtrare,

ſtrare, motis hiſce Corporibus, æquali Tempore, æqualem Corpori C communicari Velocitatem, quacunque Velocitate ferantur Corpora A, B, D, F, G, H, &c. quæ æqualia ponimus, & æquali Velocitate mota; ipſa autem hæc Corpora in Obſtaculum immobile exſerere Preſſionem, quæ ſequitur rationem Velocitatis, qua feruntur.

Corpus omne, quod quieſcit, aut cujus Velocitas datur, *eo magis reſiſtit quo celerius acceleratur;* dum enim determinatum gradum Velocitatis acquirit, determinatus gradus Vis ipſi communicatur; & dum gradum determinatum Vis acquirit, determinatam exſerit Reſiſtentiam *: hæc idcirco eadem eſt, ſive lentius ſive velocius gradus hicce Vis communicetur, conſiderando nempe totalem Reſiſtentiam. Eâdem de cauſâ, Reſiſtentia inſtantanea eo major eſt, quo celerius Corpus acceleratur; totalis enim Reſiſtentia ſequitur proportionem Reſiſtentiæ inſtantaneæ, & Temporis, per quod duravit; ſi ergo hoc minuatur illa augenda erit, ut totalis Reſiſtentia ſervetur: Tempus verò minuitur in ratione, in qua ipſa Acceleratio augetur, *& creſcit cum ipſâ Acceleratione inſtantanea Reſiſtentia, ſi totalis Reſiſtentia determinata ſit.* 2066. * 361. 2067.

Quando Acceleratio æquabilis eſt, reſiſtit Corpus in ratione Velocitatis quam habet *. * 751.

Generaliter ergo *Corporis, quod acceleratur, inſtantanea Reſiſtentia eſt in ratione compoſitâ Velocitatis, quam habet, & ipſius Accelerationis.* 2068.

Si ergo *conſtans ſit Reſiſtentia inſtantanea, Velocitas Corporis eſt inversè, ut Acceleratio.* 2069.

Propoſitio hæc ad caſum de quo agitur applicanda nunc eſt.

Corpora A & B in Corpus C agunt, donec hujus inſtantanea Reſiſtentia, quæ ſola cum Preſſione contrariè agere poteſt, æqualis ſit ipſi Preſſioni qua Fili partes cohærent; Acceleratio eo uſque durat; ſed ubi hæc datur æqualitas, ceſſat Actio, & Filum frangitur; &, ſive celerius ſive lentius moveantur Corpora A & B, conſtans, quæ Cohæſioni partium Fili æqualis ſit, Corporis C inſtantanea Reſiſtentia deſideratur, ut Filum frangatur. Sed quo velocius A & B moventur, eo major eſt Acceleratio, dum hæc protrahunt Corpus C; eo ergo minor Velocitas ipſi C communicata eſt, dum frangitur Filum *. Si ex. gr. tripla ſit Velocitas Corporum A & B in uno caſu quàm in alio, dum in utroque C quieſcit; quia in caſu primo tripla eſt Acceleratio, tertia pars Velocitatis tantum Corpori C communicatur, dum durat Actio Corporum in C. Si hic gradus Velocitatis fuerit exiguus, ut Actio reſpectiva ſequentium Corporum D & F non ſenſibiliter differat, hæc æqualem gradum Velocitatis communicabunt; & niſi poſt tria fila confracta habebit C Velocitatem, quam habet, dum unicum diſrumpitur Filum in ſecundo caſu. Sed in Tempore, in quo, in ſecundo caſu, ſola Corpora A & B juxta C tranſeunt, in primo tranſeunt, A, B, & D, F, ut & G, H; id eſt, tria Fila in primo caſu franguntur, dum unicum in ſecundo dilaceratur, & æqualibus Temporibus memoratæ æquales communicantur Velocitates. Quod demonſtrandum erat. Simile quid antea vidimus ubi de Corporum Colliſione egimus *. 2070. * 2069. * 1034. 1035.

Res vulgo nota eſt Corpori, quod Filo protrahitur, eo minorem communicari Velocitatem, dum Filum frangitur, quo celerius hoc trahitur; 2071.

hac de cauſâ ſi lente Corpus acceleretur, ipſi magna poterit communicari Velocitas, licet tenui Filo trahatur.

2072. Quando Corpora A & B, frangendo Filum, Vim communicant Corpori C, ex Viribus amittunt, quantum communicant, & quantum deſideratur, ad Filum dilacerandum; eo ergo minus ex Vi amittunt, quo celerius moventur.

2073. Si ex loco cedere nequeat Obſtaculum C, unicus eſt effectus Actionis Corporum A & B, & ex Vi tantùm amittunt, quantum deſideratur ad Filum frangendum; & Actio, quam patitur illud quod retinet C in loco, eadem eſt pro ſingulis Filis quæ franguntur. In præcedenti caſu, quo lentius moventur Corpora A & B, eo diutius agunt antequam C reſiſtat quantum requiritur, ut Filum dilaceretur; in hoc autem caſu eo ipſo momento quo Filum ad Corpus C accedit, hæc jam datur Reſiſtentia: Quare in hoc caſu Actio, quam patitur C, ſequitur rationem Filorum, determinato Tempore fractorum; id eſt, Velocitatis Corporum. Quod etiam demonſtrandum erat.

LIBRI TERTII FINIS.

609437

Digitized by Google

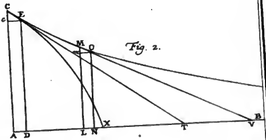


Fig. 2.

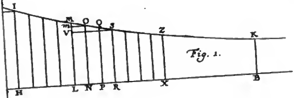


Fig. 1.

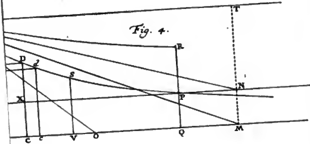


Fig. 4.

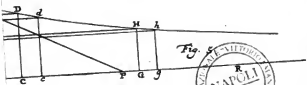


Fig. 5.

NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Google

Digitized by Google